

ENGLISH SECTION (Hindi terms in brackets)

Constructions and Tilings

Class 7 Maths (Ganita Prakash Part-II) • Chapter 6 • Easy Notes + All Exercise Solutions +

Board Questions (2026-27)

Chapter Review in Easy Language**1. Perpendicular bisector**

In these Class 7 Maths Part 2 Chapter 6 notes on **Constructions and Tilings**, we use only an **unmarked ruler and a compass**. **Bisection** means dividing something into two identical parts. A line that bisects a segment and is also perpendicular to it is its **perpendicular bisector**. **Key fact:** any point that is at the same distance from X and Y lies on the perpendicular bisector of XY. **Construction:** with the same radius, draw arcs from X and from Y above XY, and meet at A; again draw arcs below XY and meet at B; line AB is the perpendicular bisector. **Proof idea:** $AX = AY = BX = BY$, so $\triangle ABX \cong \triangle ABY$ (SSS), hence $\angle XAO = \angle YAO$; then $\triangle AOX \cong \triangle AOY$ (SAS), so $OX = OY$ and $\angle AOX = \angle AOY = 90^\circ$.

90° at a point O on a line: mark X and Y on the line at equal distances from O, then construct the perpendicular bisector of XY; it passes through O. Only one pair of arcs is needed (O is already one point on the bisector). **Śulba-Sūtras:** ancient Indian texts for building fire altars gave exact methods using a **rope** as the compass; Kātyāyana's rope method fixes pegs at X and Y, pulls the midpoint of the rope on both sides and marks A and B.

2. Angle bisector, copying angles, parallel lines

Angle bisection: on the arms of $\angle XOY$ mark A and B with $OA = OB$. From A and B, with the same radius, draw arcs that meet at C. Then OC bisects the angle ($\triangle OAC \cong \triangle OBC$ by SSS). Bisecting 90° gives 45° ; this lets us draw an 8-petal design ($360^\circ \div 8 = 45^\circ$). **Copying an angle:** draw an arc from the vertex A to cut the arms at B and C; draw the same-radius arc from a new point X on the new ray meeting it at Z; measure BC with the compass and mark $YZ = BC$; then $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ (SSS), so $\angle A = \angle X$. **Parallel lines:** copy the corresponding angle at a point B of a transversal; the line drawn makes equal corresponding angles, so it is parallel.

3. Arches and the regular hexagon

Arches: a trefoil arch uses support lines with $AB = CD$ and $\angle BAD = \angle CDA$; a pointed arch uses two equal segments with marked midpoints. **Angles around a point add up to 360° .**

Example: $40^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 30^\circ + 40^\circ + 90^\circ = 310^\circ$, so the gap is $360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$; a 70° angle does not fit. Six equilateral triangles ($6 \times 60^\circ = 360^\circ$) fit around a point and form a **regular hexagon**, whose angles are $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$. **Regular hexagon of side s:** draw a circle of radius

s, and with the same radius step around the circle marking 6 points; join them. **60° angle:** with the same radius, an arc from A cuts the line at B, and an arc from B meets the first at C; $\triangle ABC$ is equilateral, so $\angle CAX = 60^\circ$. Bisecting gives **30°** and **15°**. In a 6-pointed star made from a hexagon each point is an equilateral triangle (base angles $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$).

4. Tiling

Tiling is covering a region with shapes **without gaps or overlaps**. A 4×6 grid has 4 rows and 6 columns. With 2×1 tiles (rotation allowed): if the number of squares is **odd**, tiling is impossible because every tile covers 2 squares (for example $5 \times 7 = 35$). If **both m and n are even**, or **one is even**, we can tile: cover each column with vertical tiles when the number of rows is even (or each row with horizontal tiles when the number of columns is even). If **both are odd**, the number of squares is odd, so it is **not** tileable. **Colouring trick:** colour the grid like a chessboard; every 2×1 tile covers one black and one white square, so a tileable region needs **equal** black and white squares. A 5×3 grid has 8 squares of one colour (the corners) and 7 of the other; removing a square from the 7-colour leaves 8 and 6, so it can **never** be tiled. **Whole plane:** squares, equilateral triangles and regular hexagons tile the plane; bees' honeycombs use hexagons, so no space is wasted. Escher made tilings with animal shapes.

Remember

Equal distance from both ends = on the perpendicular bisector. Angles around a point = 360° . Odd number of squares = no 2×1 tiling.

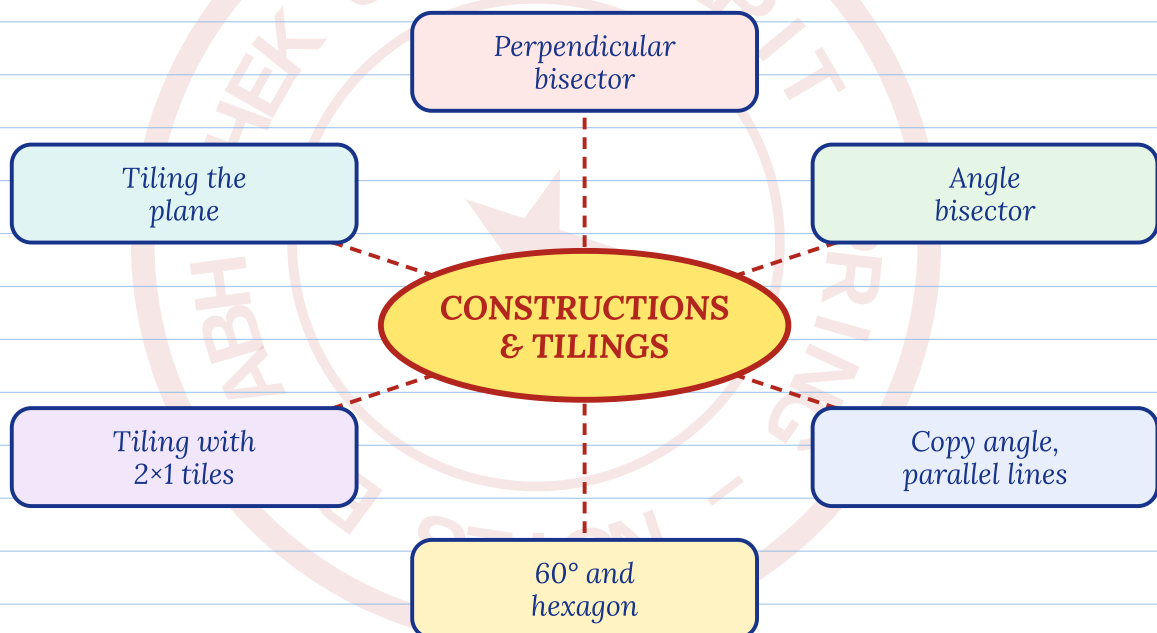
Important Terms (Glossary)

Term	Meaning
Bisection	Dividing into two identical parts.
Perpendicular bisector	A line that bisects a segment at 90° .
Angle bisector	A ray that divides an angle into two equal angles.
Supporting lines	Lines drawn to help construct a figure.
Regular polygon	A polygon with equal sides and equal angles.
Regular hexagon	6 equal sides, each angle 120° .
Tiling	Covering a region without gaps or overlaps.
Tileable	Can be covered completely by the given tiles.
Śulba-Sūtras	Ancient Indian geometry texts using ropes.
Rotational symmetry	The figure looks the same after turning.

Quick Revision & Formulas

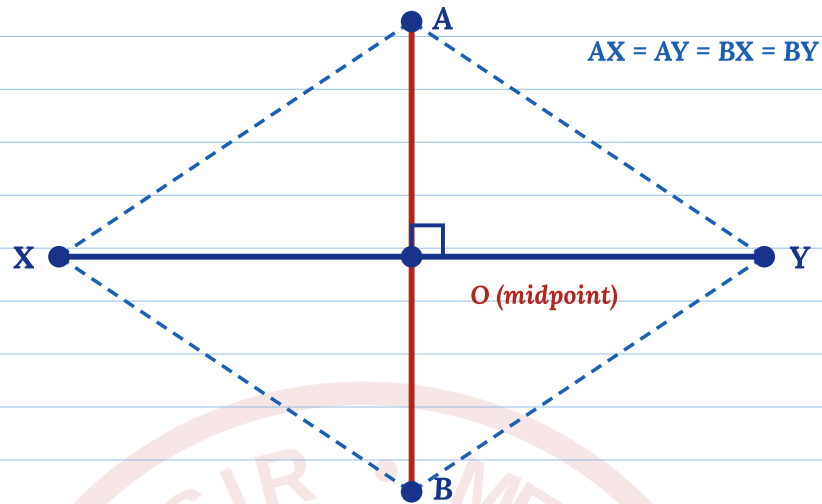
- Perpendicular bisector: equal arcs from X and Y; join the two meeting points.
- Every point of the perpendicular bisector is equidistant from X and Y.
- 90° at O: mark X, Y with $OX = OY$, then bisect XY.
- Angle bisector: $OA = OB$; equal arcs from A, B meet at C; OC bisects.
- Copy angle: use SSS (equal arcs and equal chord BC).
- 60° = equilateral triangle; 30° = half of 60° ; 15° = half of 30° ; 45° = half of 90° .
- Regular hexagon of side $s = 6$ equilateral triangles; angle 120° .
- Odd number of squares $\Rightarrow$ no tiling with 2×1 tiles.
- Tileable region: equal black and white squares in a chessboard colouring.

Diagrams, Tables & Flowcharts



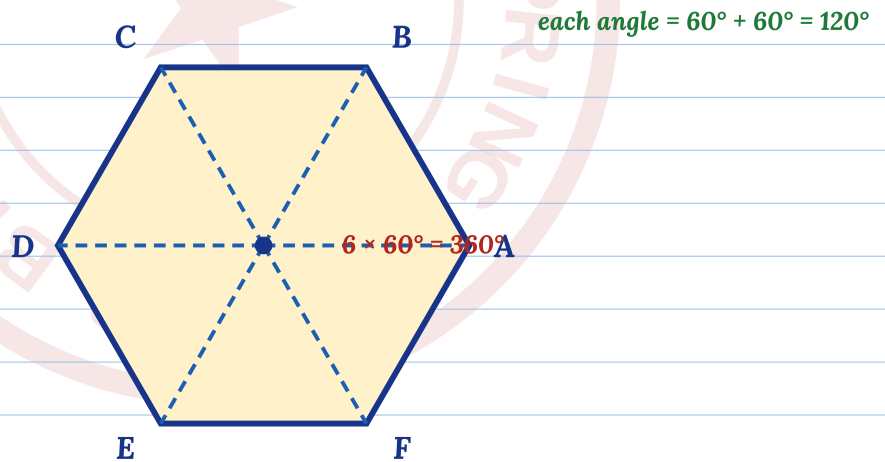
Concept map of Chapter 6 (Part 2)

Perpendicular bisector construction

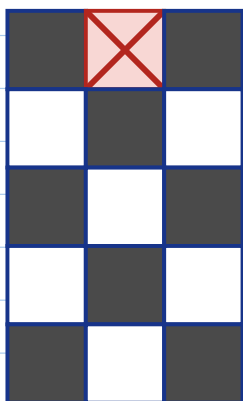


AB is the perpendicular bisector of XY

Regular hexagon = 6 equilateral triangles



Six 60° angles fill 360° around the centre

Colouring trick for tiling 5×3 grid, one white square removed

Dark squares: 8

White squares: 6

 $8 \neq 6$, so it cannot be tiled

Chessboard colouring shows the region is not tileable

Table: which grids can be tiled with 2×1 tiles?

Grid $m \times n$	Squares	Tileable?	Reason
4×6	24	Yes	both even
4×7	28	Yes	one even
5×7	35	No	odd number of squares
5×3	15	No	both odd

Flowchart: bisecting an angle**Textbook Solutions (All Questions)****Page 140 – Figure it Out Q1–Q4 (perpendicular bisector).**

Ans. Q1: No, the radius above and below need not be the same. The only thing needed is that each meeting point is at equal distances from X and Y (the arcs from X and Y of one pair must have the same radius). Every such point lies on the perpendicular bisector, and two points fix the line. Q2: No, both pairs of arcs can be on the same side of XY. We get two points A and A' (with different radii), each equidistant from X and Y, and the line AA' is the perpendicular bisector. Q3: Yes. If the two arcs of a pair have different radii, the meeting point is not at the same distance from X and Y, so it does not lie on the perpendicular bisector. Q4: construction of a design; draw it by repeated perpendicular bisectors with your ruler and compass (I could not read the design picture here).

Page 142 – Rope construction: Q1 justify AB in Fig. 6.4; Q2 90° using a rope (Math Talk).

Ans. Q1: The rope is folded at its midpoint, so when it is stretched, the two halves are equal: $AX = AY$, and likewise $BX = BY$. So A and B are both at equal distances from X and Y, so both lie on the perpendicular bisector of XY; the line AB through them is the perpendicular bisector. Q2: On the given line, mark X and Y at equal distances from the point O using the rope. Fix pegs at X and Y, fasten a longer rope (of length more than XY) with its loops at X and Y, pull its midpoint tight on one side and mark it. This point and O both lie on the perpendicular bisector of XY, so the line joining them makes 90° at O.

Page 144–145 – Angle bisection Figure it Out Q1–Q6.

Ans. Q1: Draw four angles (for example 50° , 70° , 110° , 130°) and bisect each as in the steps: mark A and B with $OA = OB$, arcs of equal radius from A and B meet at C, join OC. Q2: Draw a point O and a line, construct 90° at O on both lines (so four right angles), then bisect every right angle to get 8 lines 45° apart; draw the petals with arcs on these supporting lines. Q3: Yes. C' on the other side also satisfies $C'A = C'B$, and $OA = OB$, OC' common, so by SSS the triangles are congruent; the line OC' is the same line as OC (both points lie on the perpendicular bisector of AB), so it is still the bisector line (the ray on the opposite side bisects the opposite angle). Q4: Other angles from bisection: 45° (half of 90°), 30° and 15° (halves of 60° and 30°), 22.5° (half of 45°), $67.5^\circ (= 45^\circ + 22.5^\circ)$ and so on. The angle 65.5° cannot be made by these methods: all angles we get from 90° and 60° by bisecting and adding are multiples of $15^\circ \div 2, \div 4, \div 8 \dots$, and 65.5 is not of that form. Q5: With a rope: mark A and B on the arms with $OA = OB$ using the rope; with the rope of one length, fix one end at A and pull tight to mark a point C; with the same length and the end at B, pull to the same point C; OC is the bisector (C is equidistant from A and B). Q6: the petal figure is a drawing; construct the square, its diagonals and the bisectors from the centre; the petals are arcs on these lines (I could not read the picture).

Page 146–148 – Copying an angle Q1–Q2; parallel lines Q1–Q2.

Ans. Copy an angle: draw an angle, mark B and C on its arms with an arc from the vertex A; draw a ray and an arc of the same radius from X meeting the ray at Z; take BC with the compass and cut the arc from Z at Y; join XY. Then $\angle X = \angle A$ by SSS. Q1 (copy): do this for four angles in different directions without a protractor. Q2 (Fig. 6.6): draw the repeating unit and copy it with the same arm lengths and the same angle, in two orientations. Parallel lines Q1: draw a line m and a transversal l ; at a point B on l , copy the angle between m and l (corresponding angle) as in Figs 6.8–6.10; the new line n is parallel to m . Repeat for four pairs. Q2: the figure is a design with parallel lines; draw the first line, copy

angles to draw the parallels, mark the equal lengths with a compass. (Picture-based; I could not read the design.)

Page 149–151 – Trefoil arch, pointed arch Figure it Out Q1–Q2.

Ans. Trefoil arch: draw AD, construct equal angles at A and D (copy the angle), mark B and C with $AB = CD$, then join BC; draw arcs using these support lines (adjust radii for a pleasing look). Pointed arch (Q1): draw two equal segments as in Fig. 6.11, mark their midpoints and draw the arcs (centres at the support points); changing the radius gives different arches. Q2: your own design, for example by changing the angle at A and D or the radii. These are drawing activities, so there is no single numerical answer.

Page 151–154 – Hexagon: gap angle, straight lines AOD, BOE, COF; hexagon of side 4 cm and 5 cm; why $\angle CAX = 60^\circ$; 30° and 15° ; 6-pointed star.

Ans. Gap angle: $40^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 30^\circ + 40^\circ + 90^\circ = 310^\circ$, so the gap $= 360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$. The 70° angle does not fit ($70^\circ > 50^\circ$). Each angle of the hexagon: $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$, because every vertex of the hexagon is shared by two equilateral triangles. AOD, BOE and COF are straight lines: AOD is made of three 60° angles at O (AOB, BOC, COD), and $3 \times 60^\circ = 180^\circ$, a straight angle; the same for BOE and COF. Hexagon of side 4 cm: with the compass fixed at 4 cm, draw a circle with centre O; mark any point A on it; with the same radius from A mark B on the circle, from B mark C, and so on to F; join A, B, C, D, E, F. (The radius of the circle equals the side because the six triangles are equilateral.) The same method with 5 cm radius for the 5 cm hexagon. Why $\angle CAX = 60^\circ$: $AB = AC$ (same radius) and $BC = AB$ (the second arc is drawn with the same radius from B), so triangle ABC has all three sides equal and is equilateral; each angle is 60° . 30° and 15° : bisect the 60° angle to get 30° , bisect 30° to get 15° . Star: draw a regular hexagon and extend its sides, or construct six equilateral triangles on its sides. The triangles $\triangle AGH$ etc. are equilateral because the hexagon's interior angle is 120° , so the base angles are $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ and then the third angle is also 60° .

Page 154–155 – Figure it Out Q1–Q4 (inflexed arc, designs, optical illusion, perpendicular from a point outside a line).

Ans. Q1 (a)–(e) and Q2, Q3 are pictures of designs. Method: find the equal angles (60° , 30° , 90° and so on) using the hint, draw the supporting lines with angle bisectors, hexagons or perpendicular bisectors, and then draw the arcs with the compass. (I could not read the pictures, so I have not given step-by-step answers for these designs.) Q4: Draw line l and a point P outside it. With centre P draw an arc (radius big enough) that cuts l at X and Y; $PX = PY$. Now construct the perpendicular bisector of XY: with equal radii (bigger than half

XY) from X and from Y draw arcs meeting at Q. Join PQ. P is on the perpendicular bisector (it is equidistant from X and Y), and so is Q, hence the line PQ is the perpendicular bisector of XY, i.e. it is perpendicular to l.

Page 155–157 – Tangrams: arrange the 7 pieces to form the figures.

Ans. This is a hands-on puzzle with cut-out pieces: cut the 7 tangram pieces from the square (2 large triangles, 1 medium triangle, 2 small triangles, 1 square, 1 parallelogram) and try to fit them into each outline. Because the target figures are pictures, I have not given the arrangements here.

Page 157–160 – Tiling: 4×6 , 4×7 , 5×7 ; $m \times n$ grids; 5×3 with a square removed; Fig. 6.13; another square; Figure it Out Q1–Q2.

Ans. 4×6 : yes (for example 12 vertical tiles: each of the 6 columns has 2 vertical tiles). 4×7 : yes, 28 squares; cover every column with 2 vertical tiles (4 rows is even). 5×7 : no, 35 squares is odd and each tile covers 2 squares, so an odd number cannot be covered exactly. $m \times n$ with both even: yes, put vertical tiles in every column (the number of rows is even). One even, one odd: yes; let the even one be the number of rows, then put vertical tiles in every column (or horizontal tiles in every row if the number of columns is even). Both odd: no, $m \times n$ is odd $\times$ odd = odd, so the number of squares is odd and cannot be covered by tiles of 2 squares. 5×3 with a square removed: 14 squares, an even number, but not every such region is tileable; we must check using colours. Fig. 6.13: the black-and-white version has 8 white and 6 black squares; each 2×1 tile covers one black and one white square, so the numbers must be equal. $8 \neq 6$, so it cannot be tiled. Another square: colour the 5×3 grid like a chessboard with the four corners in colour A. Colour A has 8 squares and the other colour has 7. Removing any square of the colour with 7 (for example the middle square of the first row, the square next to a corner) leaves 8 and 6, so the region cannot be tiled. In short: remove a square of the colour that has fewer squares. Figure it Out Q1–Q2: the regions and tiles are pictures that I could not read. Use the same method: count the squares, check that the number is a multiple of the tile size, colour the grid in a pattern so that each tile covers the same number of each colour, and compare the counts of the colours.

Page 160–162 – Tiling the plane: which regular polygons tile the plane? Math Talk and the activities.

Ans. The text shows that squares, equilateral triangles and regular hexagons can tile the plane. (Reason for these three: their angles 90° , 60° and 120° fit around a point to make 360° : $4 \times 90^\circ$, $6 \times 60^\circ$, $3 \times 120^\circ$.) Bee hives use hexagonal cells, so no space is wasted. The

book does not ask us to prove which other polygons cannot tile; Escher's animal tilings show that non-regular shapes can tile too.

Board-Pattern Questions – 1 Mark

1. What is bisection? (1)

Ans. Dividing a line segment, angle or figure into two identical parts.

2. Define the perpendicular bisector of a segment. (1)

Ans. A line that divides the segment into two equal parts and is perpendicular to it.

3. Which two tools are used for constructions in this chapter? (1)

Ans. An unmarked ruler and a compass.

4. A point is at the same distance from X and Y. Where does it lie? (1)

Ans. On the perpendicular bisector of XY.

5. How do we get a 45° angle by construction? (1)

Ans. Construct 90° and bisect it.

6. Which triangle is used to construct a 60° angle? (1)

Ans. An equilateral triangle.

7. What is each angle of a regular hexagon? (1)

Ans. 120° .

8. Find the gap angle when angles 40° , 60° , 50° , 30° , 40° , 90° are placed around a point. (1)

Ans. $360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$.

9. Can a 5×7 grid be tiled with 2×1 tiles? (1)

Ans. No, because it has 35 squares, an odd number.

10. What is tiling? (1)

Ans. Covering a region with shapes without gaps or overlaps.

11. Name two regular polygons other than a square that tile the plane. (1)

Ans. Equilateral triangle and regular hexagon.

12. Which ancient Indian texts describe rope methods of construction? (1)

Ans. The Śulba-Sūtras.

Board-Pattern Questions – 3 Marks

1. Write the steps to construct the perpendicular bisector of a segment XY. (3)

Ans. (i) With a fixed radius, from X and then Y draw two long arcs above XY meeting at A.
(ii) With the same radius, draw arcs from X and Y below XY meeting at B. (iii) Join AB; it is the perpendicular bisector of XY.

2. Why is AB the perpendicular bisector of XY when $AX = AY = BX = BY$? (3)

Ans. $\triangle ABX \cong \triangle ABY$ by SSS, so $\angle XAO = \angle YAO$. Then $\triangle AOX \cong \triangle AOY$ by SAS ($AX = AY$, AO common). So $OX = OY$ and $\angle AOX = \angle AOY$; as they form a straight angle, each is 90° .

3. Describe how to bisect an angle $\angle XOY$. Which congruence rule proves it? (3)

Ans. Mark A and B on the arms with $OA = OB$. With the same radius, draw arcs from A and B meeting at C. Join OC. Since $OA = OB$, $AC = BC$ and OC is common, $\triangle OAC \cong \triangle OBC$ by SSS, so $\angle AOC = \angle BOC$.

4. Explain how to construct a regular hexagon of side 4 cm. Why does it work? (3)

Ans. Draw a circle of radius 4 cm. Mark a point A on it. With the same radius from A mark B on the circle, then C from B, and so on up to F; join them. The six triangles at the centre are equilateral (each angle 60° , $6 \times 60^\circ = 360^\circ$), so every side equals the radius 4 cm and each angle of the hexagon is 120° .

5. Is a 3×5 grid tileable with 2×1 tiles? What about a 6×5 grid? Give reasons. (3)

Ans. $3 \times 5 = 15$ squares, an odd number, so it is not tileable. $6 \times 5 = 30$ squares and 6 is even, so each of the 5 columns can be covered by 3 vertical tiles; it is tileable.

6. Draw a line l and a point P outside it. Describe the construction of the perpendicular from P to l . (3)

Ans. With P as centre, draw an arc cutting l at X and Y ($PX = PY$). From X and Y, with equal radii (more than half XY), draw arcs meeting at Q. Join PQ. P and Q are both equidistant from X and Y, so PQ is the perpendicular bisector of XY and $PQ \perp l$.

Board-Pattern Questions – 5 Marks**1. Construct a 90° angle at a point O on a line. Explain each step and why only one pair of arcs is needed. (5)**

Ans. (i) Extend the line on both sides of O. (ii) With centre O and any radius, mark X and Y on the line so that $OX = OY$; O is the midpoint of XY. (iii) With a bigger radius, draw arcs from X and from Y on one side meeting at A. (iv) Join OA. Then OA is the perpendicular bisector of XY and $\angle AOX = 90^\circ$. We need only one pair of arcs because the perpendicular bisector needs two points: O is already one point on it (it is equidistant from X and Y), and A is the second.

2. Explain how to copy an angle $\angle A$ using only a ruler and compass and prove that the copy is equal. (5)

Ans. Draw a ray from X. With centre A and a convenient radius draw an arc cutting the arms of $\angle A$ at B and C. With the same radius and centre X draw an arc cutting the ray at

Z. Measure BC with the compass and, with centre Z, mark an arc of that radius cutting the first arc at Y. Join XY. In $\triangle ABC$ and $\triangle XYZ$: $AB = XY$ (same radius), $AC = XZ$ (same radius) and $BC = YZ$ (copied). So $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ by SSS and $\angle A = \angle X$.

3. Show with a drawing plan how to construct a line through a point B on a transversal l that is parallel to a line m. Why are the lines parallel? (5)

Ans. Let l meet m at A. With centre A and any radius, draw an arc cutting m at C and l at D. With the same radius and centre B, draw an arc cutting l at E (above B, on the same side as D). Measure CD with the compass and, from E, mark an arc of that length on the arc through E, getting F. Draw the line n through B and F. The angle at B ($\angle EBF$) is a copy of the angle at A ($\angle CAD$), so the corresponding angles are equal, and therefore n is parallel to m.

4. Why can six equilateral triangles be placed around a point to form a regular hexagon?

Find each angle of the hexagon and the gap angle for angles 40° , 60° , 50° , 30° , 40° , 90° . (5)

Ans. Each angle of an equilateral triangle is 60° , and $6 \times 60^\circ = 360^\circ$, the total angle around a point, so six triangles fit without gaps or overlaps. The sides are all equal and each hexagon angle is made of two triangle angles: $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$. For the second part: $40^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 30^\circ + 40^\circ + 90^\circ = 310^\circ$, so the gap angle = $360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$.

5. Explain with the colouring method why a 5×3 grid with one particular square removed cannot be tiled with 2×1 tiles. Give a square whose removal makes it non-tileable. (5)

Ans. Colour the 5×3 grid like a chessboard so that the four corners have colour A. Then there are 8 squares of colour A and 7 squares of colour B. Every 2×1 tile covers one A square and one B square, so a tileable region must have equal numbers of A and B. If we remove one B square (for example the middle square of the top row), 8 A squares and 6 B squares remain. As $8 \neq 6$, the region cannot be tiled. (If an A square is removed we get 7 and 7, and the colour test does not stop tiling.)

हिन्दी भाग (Hindi Section)

रचनाएँ और टाइलिंग

कक्षा 7 गणित (गणित प्रकाश भाग-II) • अध्याय 6 • आसान नोट्स + सभी अभ्यास हल + बोर्ड प्रश्न (2026-27)

आसान भाषा में अध्याय की समीक्षा

1. लंब समद्विभाजक

कक्षा 7 गणित भाग 2 के अध्याय 6 रचनाएँ और टाइलिंग के इन नोट्स में हम केवल बिना निशान वाली पटरी और परकार का प्रयोग करते हैं। समद्विभाजन का अर्थ है किसी को दो एक-जैसे भागों में बाँटना। जो रेखा किसी रेखाखंड को समद्विभाजित करे और उस पर लंब भी हो, वह उसका लंब समद्विभाजक है। मुख्य तथ्य: जो बिंदु X और Y से समान दूरी पर हो वह XY के लंब समद्विभाजक पर होता है। रचना: समान त्रिज्या से X और Y से XY के ऊपर चाप खींचकर A पर मिलाओ; फिर नीचे चाप खींचकर B पर मिलाओ; रेखा AB लंब समद्विभाजक है। प्रमाण का विचार: $AX = AY = BX = BY$, इसलिए $\triangle ABX \cong \triangle ABY$ (SSS), अतः $\angle XAO = \angle YAO$; फिर $\triangle AOX \cong \triangle AOY$ (SAS), इसलिए $OX = OY$ और $\angle AOX = \angle AOY = 90^\circ$ ।

रेखा के बिंदु O पर 90° : रेखा पर O से समान दूरी पर X और Y अंकित करो, फिर XY का लंब समद्विभाजक बनाओ; वह O से जाता है। केवल एक जोड़ी चाप चाहिए (O पहले से समद्विभाजक पर एक बिंदु है)। शुल्ब-सूत्र: यज्ञ-वेदी बनाने के प्राचीन भारतीय ग्रंथों में रस्सी को परकार बनाकर सटीक विधियाँ थीं; कात्यायन की रस्सी-विधि में X और Y पर खूँटे गाड़कर रस्सी का मध्य दोनों ओर खींचकर A और B अंकित किए जाते हैं।

2. कोण समद्विभाजक, कोण की प्रतिलिपि, समांतर रेखाएँ

कोण समद्विभाजन: $\angle XOY$ की भुजाओं पर OA = OB लेकर A और B अंकित करो। A और B से समान त्रिज्या के चाप खींचकर C पर मिलाओ। तब OC कोण को समद्विभाजित करती है ($\triangle OAC \cong \triangle OBC$, SSS)। 90° को समद्विभाजित करने पर 45° मिलता है; इससे 8 पंखुड़ियों वाली आकृति बनती है ($360^\circ \div 8 = 45^\circ$)। कोण की प्रतिलिपि: शीर्ष A से चाप खींचकर भुजाओं को B और C पर काटो; नई किरण पर बिंदु X से उसी त्रिज्या का चाप खींचकर Z पर मिलाओ; परकार से BC नापकर $YZ = BC$ अंकित करो; तब $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ (SSS), इसलिए $\angle A = \angle X$ । समांतर रेखाएँ: तिर्यक रेखा के बिंदु B पर संगत कोण की प्रतिलिपि बनाओ; खींची रेखा समान संगत कोण बनाती है, इसलिए समांतर है।

3. मेहराब और समषट्भुज

मेहराब: तीन-पर्णी मेहराब में सहायक रेखाएँ $AB = CD$ और $\angle BAD = \angle CDA$ वाली होती हैं; नुकीले मेहराब में दो समान रेखाखंड और उनके मध्य-बिंदु होते हैं। एक बिंदु के चारों ओर कोणों का योग 360° होता है। उदाहरण: $40^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 30^\circ + 40^\circ + 90^\circ = 310^\circ$, इसलिए रिक्त कोण $360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$; 70° का कोण नहीं समाता। छह समबाहु त्रिभुज ($6 \times 60^\circ = 360^\circ$) एक बिंदु के चारों ओर आते हैं और समषट्भुज बनाते हैं, जिसके कोण $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ हैं। भुजा s का

समषट्भुज: त्रिज्या s का वृत्त खींचो और उसी त्रिज्या से वृत्त पर 6 बिंदु अंकित करके जोड़ दो। 60° का कोण: समान त्रिज्या से A से चाप रेखा को B पर काटे, B से चाप पहले चाप को C पर मिले; $\triangle ABC$ समबाहु है, इसलिए $\angle CAX = 60^\circ$ । इसे समद्विभाजित करने पर 30° और 15° । षट्भुज से बने 6-नुकीले तारे का हर नुकीला भाग समबाहु त्रिभुज है (आधार-कोण $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$)।

4. टाइलिंग

टाइलिंग का अर्थ है किसी क्षेत्र को आकृतियों से बिना खाली जगह और बिना अतिव्यापन ढकना। 4×6 ग्रिड में 4 पंक्तियाँ और 6 स्तंभ हैं। 2×1 टाइलों से (घुमाना मना नहीं): यदि वर्गों की संख्या विषम है तो टाइलिंग असंभव है क्योंकि हर टाइल 2 वर्ग ढकती है (जैसे $5 \times 7 = 35$)। यदि m और n दोनों सम हैं, या एक सम है, तो टाइलिंग संभव है: पंक्तियाँ सम हों तो हर स्तंभ में ऊर्ध्वाधर टाइलें (या स्तंभ सम हों तो हर पंक्ति में क्षैतिज टाइलें) लगाओ। यदि दोनों विषम हैं तो वर्गों की संख्या विषम है, इसलिए टाइलिंग नहीं हो सकती। **रंग की तरकीब:** ग्रिड को शतरंज की तरह रंगो; हर 2×1 टाइल एक काला और एक सफेद वर्ग ढकती है, इसलिए टाइल हो सकने वाले क्षेत्र में काले और सफेद वर्ग बराबर चाहिए। 5×3 ग्रिड में एक रंग के 8 वर्ग (कोने) और दूसरे के 7 होते हैं; 7 वाले रंग का एक वर्ग हटाने पर 8 और 6 बचते हैं, इसलिए टाइलिंग कभी नहीं हो सकती। **पूरा तल:** वर्ग, समबाहु त्रिभुज और समषट्भुज तल को ढकते हैं; मधुमक्खी के छत्ते में षट्भुज होते हैं जिससे जगह बरबाद नहीं होती। एस्वर ने पशुओं के आकार से टाइलिंग बनाई।

याद रखो

दोनों सिरों से समान दूरी = लंब समद्विभाजक पर। एक बिंदु के चारों ओर कोण = 360° । वर्गों की संख्या विषम = 2×1 टाइलिंग नहीं।

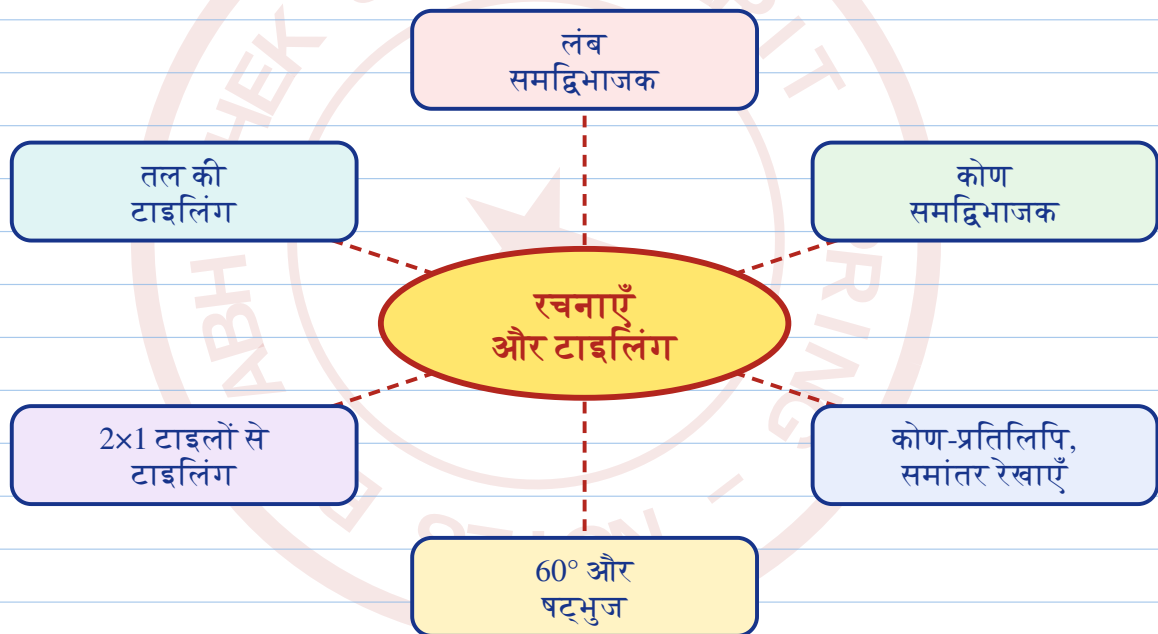
महत्वपूर्ण शब्द (शब्दावली)

शब्द	अर्थ / परिभाषा
समद्विभाजन	दो एक-जैसे भागों में बाँटना।
लंब समद्विभाजक	रेखाखंड को 90° पर समद्विभाजित करने वाली रेखा।
कोण समद्विभाजक	वह किरण जो कोण को दो समान कोणों में बाँटे।
सहायक रेखाएँ	आकृति बनाने में सहायता के लिए खींची रेखाएँ।
सम बहुभुज	समान भुजाओं और समान कोणों वाला बहुभुज।
समषट्भुज	6 समान भुजाएँ, हर कोण 120° ।
टाइलिंग	बिना खाली जगह और अतिव्यापन के क्षेत्र को ढकना।
टाइल योग्य	दी गई टाइलों से पूरा ढका जा सकने वाला।
शुल्ब-सूत्र	रस्सी का प्रयोग करने वाले प्राचीन भारतीय ज्यामिति ग्रंथ।
घूर्णन सममिति	घुमाने पर आकृति वैसी ही दिखती है।

त्वरित पुनरावृत्ति व सूत्र

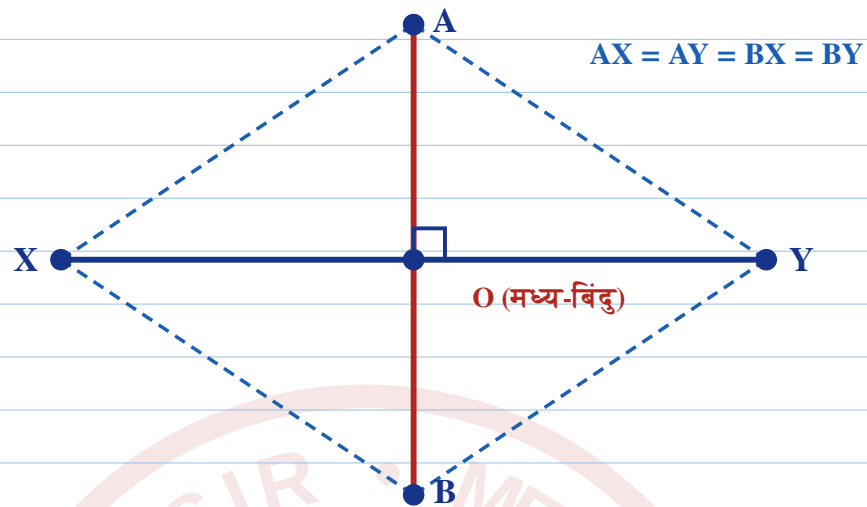
- लंब समद्विभाजक: X और Y से समान चाप; दोनों मिलन-बिंदुओं को जोड़ो।
- लंब समद्विभाजक का हर बिंदु X और Y से समान दूरी पर है।
- O पर 90° : OX = OY लेकर X, Y अंकित करो, फिर XY को समद्विभाजित करो।
- कोण समद्विभाजक: OA = OB; A, B से समान चाप C पर मिलें; OC समद्विभाजक है।
- कोण की प्रतिलिपि: SSS (समान चाप और समान जीवा BC)।
- 60° = समबाहु त्रिभुज; 30° = 60° का आधा; 15° = 30° का आधा; 45° = 90° का आधा।
- भुजा s का समषट्भुज = 6 समबाहु त्रिभुज; कोण 120° ।
- वर्गों की संख्या विषम $\Rightarrow 2 \times 1$ टाइलों से टाइलिंग नहीं।
- टाइल योग्य क्षेत्र: शतरंज-रंग में काले और सफ़ेद वर्ग बराबर।

चित्र, तालिकाएँ और फ्लोचार्ट



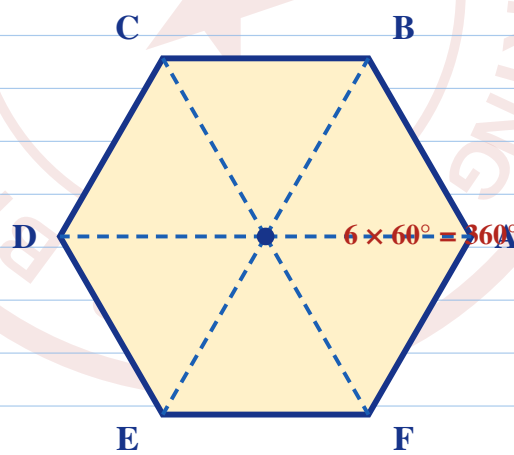
अध्याय 6 (भाग 2) का अवधारणा-मानचित्र

लंब समद्विभाजक की रचना



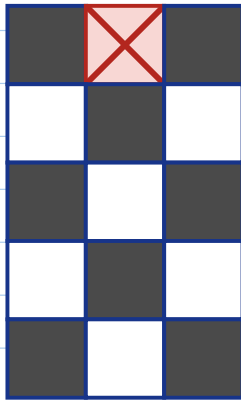
AB, XY का लंब समद्विभाजक है

समषट्भुज = 6 समबाहु त्रिभुज



छह 60° के कोण केंद्र के चारों ओर 360° भरते हैं

टाइलिंग की रंग-तरकीब



5 × 3 ग्रिड, एक सफ़ेद वर्ग हटाया

गहरे वर्ग: 8

सफ़ेद वर्ग: 6

8 ≠ 6, इसलिए टाइलिंग नहीं हो सकती

शतरंज-रंग से पता चलता है कि क्षेत्र टाइल योग्य नहीं

तालिका: कौन-से ग्रिड 2 × 1 टाइलों से ढक सकते हैं?

ग्रिड m × n	वर्ग	टाइल योग्य ?	कारण
4 × 6	24	हाँ	दोनों सम
4 × 7	28	हाँ	एक सम
5 × 7	35	नहीं	वर्ग विषम संख्या में
5 × 3	15	नहीं	दोनों विषम

फ्लोचार्ट: कोण का समद्विभाजन

OA = OB लेकर A और B अंकित करो

A और B से समान चाप

चाप C पर मिलते हैं

OC जोड़ो: कोण समद्विभाजक

पाठ्यपुस्तक के हल (सभी प्रश्न)

पृष्ठ 140 – Figure it Out प्र1-प्र4 (लंब समद्विभाजक)।

उत्तर: प्र1: नहीं, ऊपर और नीचे की त्रिज्या समान होना ज़रूरी नहीं। ज़रूरी यह है कि हर मिलन-बिंदु X और Y से समान दूरी पर हो (एक जोड़ी में X और Y वाले चापों की त्रिज्या समान हो)। ऐसा हर बिंदु लंब समद्विभाजक पर होता है और दो बिंदु रेखा निश्चित कर देते हैं। प्र2: नहीं, दोनों जोड़ी चाप XY के एक ही ओर बन सकते हैं। हमें दो बिंदु A और A' (अलग त्रिज्याओं से) मिलते हैं, दोनों X और Y से समान दूरी पर, और रेखा AA' लंब समद्विभाजक है। प्र3: हाँ। यदि एक जोड़ी के दोनों चापों की त्रिज्या अलग हो तो मिलन-बिंदु X और Y से समान दूरी पर नहीं होता, इसलिए वह लंब समद्विभाजक पर नहीं होता। प्र4: डिज़ाइन की रचना; पटरी और परकार से बार-बार लंब समद्विभाजक बनाकर बनाओ (डिज़ाइन का चित्र मैं यहाँ पढ़ नहीं सका)।

पृष्ठ 142 – रस्सी की रचना: प्र1 चित्र 6.4 में AB का औचित्य; प्र2 रस्सी से 90° (Math Talk)।

उत्तर: प्र1: रस्सी को मध्य से मोड़ा गया है, इसलिए तानने पर दोनों आधे भाग बराबर हैं: $AX = AY$, और उसी तरह $BX = BY$ । इसलिए A और B दोनों X और Y से समान दूरी पर हैं, अतः दोनों XY के लंब समद्विभाजक पर हैं; उनसे जाने वाली रेखा AB लंब समद्विभाजक है। प्र2: दी गई रेखा पर रस्सी से O से समान दूरी पर X और Y अंकित करो। X और Y पर खूँटे गाड़ो, XY से लंबी रस्सी के फंदे X और Y पर बाँधो, उसका मध्य एक ओर कसकर खींचकर अंकित करो। यह बिंदु और O दोनों XY के लंब समद्विभाजक पर हैं, इसलिए इन्हें मिलाने वाली रेखा O पर 90° बनाती है।

पृष्ठ 144–145 – कोण समद्विभाजन Figure it Out प्र1–प्र6।

उत्तर: प्र1: चार कोण (जैसे 50° , 70° , 110° , 130°) बनाओ और हर एक को चरणों से समद्विभाजित करो: $OA = OB$ लेकर A, B अंकित करो, A और B से समान त्रिज्या के चाप C पर मिलाओ, OC जोड़ो। प्र2: बिंदु O और एक रेखा लो, O पर दोनों रेखाओं पर 90° बनाओ (चार समकोण), फिर हर समकोण को समद्विभाजित करो जिससे 8 रेखाएँ 45° के अंतर पर मिलती हैं; इन सहायक रेखाओं पर चापों से पंखुड़ियाँ बनाओ। प्र3: हाँ। दूसरी ओर का C' भी $C'A = C'B$ देता है, $OA = OB$ और OC' उभयनिष्ठ, इसलिए SSS से त्रिभुज सर्वांगसम हैं; रेखा OC' वही रेखा है जो OC (दोनों बिंदु AB के लंब समद्विभाजक पर हैं), इसलिए यह अब भी समद्विभाजक रेखा है (विपरीत दिशा की किरण विपरीत कोण को समद्विभाजित करती है)। प्र4: समद्विभाजन से अन्य कोण: 45° (90° का आधा), 30° और 15° (60° और 30° के आधे), 22.5° (45° का आधा), $67.5^\circ (= 45^\circ + 22.5^\circ)$ आदि। 65.5° इन विधियों से नहीं बन सकता: 90° और 60° से समद्विभाजन और जोड़ने पर मिलने वाले कोण 15° के $\div 2$, $\div 4$, $\div 8 \dots$ गुणज होते हैं, और 65.5 इस रूप का नहीं है। प्र5: रस्सी से: रस्सी से भुजाओं पर $OA = OB$ अंकित करो; रस्सी की एक लंबाई लेकर A पर एक सिरा रखकर कसकर बिंदु C अंकित करो; उतनी ही लंबाई B पर सिरा रखकर उसी बिंदु C पर लाओ; OC समद्विभाजक है (C, A और B से समान दूरी पर है)। प्र6: पंखुड़ी की आकृति चित्र है; वर्ग, उसके विकर्ण और केंद्र से समद्विभाजक बनाओ; पंखुड़ियाँ इन रेखाओं पर चाप हैं (चित्र मैं पढ़ नहीं सका)।

पृष्ठ 146–148 – कोण की प्रतिलिपि प्र1–प्र2; समांतर रेखाएँ प्र1–प्र2।

उत्तर: कोण की प्रतिलिपि: कोण बनाओ, शीर्ष A से चाप खींचकर भुजाओं पर B और C अंकित करो; किरण खींचो और X से समान त्रिज्या का चाप खींचकर किरण को Z पर काटो; परकार से BC लेकर Z वाले चाप पर Y काटो; XY जोड़ो। तब SSS से $\angle X = \angle A$ । प्र1 (प्रतिलिपि): बिना चाँदे के अलग-अलग दिशाओं में चार कोणों के लिए करो। प्र2 (चित्र 6.6): दोहराई जाने वाली इकाई बनाओ और उसी भुजा-लंबाई और कोण से दो दिशाओं में उसकी प्रतिलिपि बनाओ। समांतर रेखाएँ प्र1: रेखा m और तिर्यक रेखा l बनाओ; l के बिंदु B पर m और l के बीच का कोण (संगत कोण) चित्र 6.8–6.10 की तरह कॉपी करो; नई रेखा n, m के समांतर है। चार जोड़ियों के लिए दोहराओ। प्र2: आकृति समांतर रेखाओं वाला डिज़ाइन है; पहली रेखा बनाओ, कोण कॉपी

करके समांतर रेखाएँ बनाओ, परकार से समान लंबाइयाँ अंकित करो। (चित्र-आधारित; डिज़ाइन मैं पढ़ नहीं सका।)

पृष्ठ 149-151 – तीन-पर्णी मेहराब, नुकीला मेहराब Figure it Out प्र1-प्र2।

उत्तर: तीन-पर्णी मेहराब: AD खींचो, A और D पर समान कोण बनाओ (कोण की प्रतिलिपि से), $AB = CD$ लेकर B और C अंकित करो, BC जोड़ो; इन सहायक रेखाओं पर चाप खींचो (सुंदर दिखने के लिए त्रिज्या बदलो)। नुकीला मेहराब (प्र1): चित्र 6.11 की तरह दो समान रेखाखंड खींचो, उनके मध्य-बिंदु अंकित करो और चाप खींचो (केंद्र सहायक बिंदुओं पर); त्रिज्या बदलने पर अलग मेहराब बनते हैं। प्र2: अपना डिज़ाइन, जैसे A और D के कोण या त्रिज्याएँ बदलकर। ये चित्र बनाने के कार्य हैं, इसलिए कोई एक संख्यात्मक उत्तर नहीं।

पृष्ठ 151-154 – षट्भुज: रिक्त कोण, सरल रेखाएँ AOD, BOE, COF; 4 cm और 5 cm भुजा का षट्भुज; $\angle CAX = 60^\circ$ क्यों; 30° और 15° ; 6-नुकीला तारा।

उत्तर: रिक्त कोण: $40^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 30^\circ + 40^\circ + 90^\circ = 310^\circ$, इसलिए रिक्त $= 360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$ । 70° का कोण नहीं समाता ($70^\circ > 50^\circ$)। षट्भुज का हर कोण: $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$, क्योंकि षट्भुज का हर शीर्ष दो समबाहु त्रिभुजों का साझा है। AOD, BOE और COF सरल रेखाएँ हैं: AOD में O पर तीन 60° के कोण (AOB, BOC, COD) हैं और $3 \times 60^\circ = 180^\circ$, सरल कोण; BOE और COF के लिए भी यही। 4 cm भुजा का षट्भुज: परकार को 4 cm पर स्थिर रखकर केंद्र O से वृत्त खींचो; उस पर कोई बिंदु A अंकित करो; उसी त्रिज्या से A से वृत्त पर B, B से C, ... F तक अंकित करो; A, B, C, D, E, F को जोड़ो। (वृत्त की त्रिज्या भुजा के बराबर है क्योंकि छहों त्रिभुज समबाहु हैं।) 5 cm के षट्भुज के लिए यही विधि 5 cm त्रिज्या से। $\angle CAX = 60^\circ$ क्यों: $AB = AC$ (समान त्रिज्या) और $BC = AB$ (दूसरा चाप B से समान त्रिज्या से खींचा), इसलिए त्रिभुज ABC की तीनों भुजाएँ बराबर हैं, यह समबाहु है और हर कोण 60° है। 30° और 15° : 60° को समद्विभाजित करके 30° , 30° को समद्विभाजित करके 15° । तारा: समषट्भुज बनाओ और उसकी भुजाएँ बढ़ाओ, या हर भुजा पर समबाहु त्रिभुज बनाओ। $\triangle AGH$ आदि समबाहु हैं क्योंकि षट्भुज का आंतरिक कोण 120° है, इसलिए आधार-कोण $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ और तीसरा कोण भी 60° ।

पृष्ठ 154-155 – Figure it Out प्र1-प्र4 (विनत चाप, डिज़ाइन, दृष्टि-भ्रम, रेखा के बाहर बिंदु से लंब)।

उत्तर: प्र1 (क)-(ड) और प्र2, प्र3 डिज़ाइनों के चित्र हैं। विधि: संकेत से समान कोण (60° , 30° , 90° आदि) ज्ञात करो, कोण समद्विभाजक, षट्भुज या लंब समद्विभाजक से सहायक रेखाएँ खींचो और फिर परकार से चाप बनाओ। (चित्र मैं पढ़ नहीं सका, इसलिए इन डिज़ाइनों के चरणबद्ध उत्तर नहीं दिए हैं।) प्र4: रेखा l और उसके बाहर बिंदु P लो। P को केंद्र मानकर (पर्याप्त बड़ी त्रिज्या का) चाप खींचो जो l को X और Y पर काटे; $PX = PY$ । अब XY का लंब समद्विभाजक बनाओ: X और Y से (XY के आधे से बड़ी) समान त्रिज्या के चाप खींचकर Q पर मिलाओ। PQ

जोड़ो। P लंब समद्विभाजक पर है (X, Y से समान दूरी), Q भी है, इसलिए रेखा PQ, XY का लंब समद्विभाजक है, अर्थात् I पर लंब है।

पृष्ठ 155-157 – टैनग्राम: 7 टुकड़ों से आकृतियाँ बनाओ।

उत्तर: यह कटे हुए टुकड़ों वाली गतिविधि है: वर्ग से 7 टैनग्राम टुकड़े काटो (2 बड़े त्रिभुज, 1 मध्यम त्रिभुज, 2 छोटे त्रिभुज, 1 वर्ग, 1 समांतर चतुर्भुज) और हर रूपरेखा में बैठाने की कोशिश करो। लक्ष्य आकृतियाँ चित्र हैं, इसलिए यहाँ व्यवस्थाएँ नहीं दी हैं।

पृष्ठ 157-160 – टाइलिंग: 4×6 , 4×7 , 5×7 ; $m \times n$ ग्रिड; वर्ग हटाया 5×3 ; चित्र 6.13; दूसरा वर्ग; Figure it Out प्र1-प्र2।

उत्तर: 4×6 : हाँ (जैसे 12 ऊर्ध्वाधर टाइलें: 6 स्तंभों में से हर में 2 ऊर्ध्वाधर टाइलें)। 4×7 : हाँ, 28 वर्ग; हर स्तंभ में 2 ऊर्ध्वाधर टाइलें (4 पंक्तियाँ सम हैं)। 5×7 : नहीं, 35 वर्ग विषम हैं और हर टाइल 2 वर्ग ढकती है, इसलिए विषम संख्या ठीक नहीं ढकी जा सकती। $m \times n$ दोनों सम: हाँ, हर स्तंभ में ऊर्ध्वाधर टाइलें (पंक्तियाँ सम हैं)। एक सम, एक विषम: हाँ; सम संख्या को पंक्तियाँ मानो तो हर स्तंभ में ऊर्ध्वाधर टाइलें (या स्तंभ सम हों तो हर पंक्ति में क्षैतिज टाइलें)। दोनों विषम: नहीं, $m \times n = \text{विषम} \times \text{विषम} = \text{विषम}$, इसलिए वर्ग विषम संख्या में हैं और 2-वर्ग वाली टाइलों से नहीं ढकते। 5×3 में एक वर्ग हटाया: 14 वर्ग, सम संख्या, पर हर ऐसा क्षेत्र टाइल योग्य नहीं; रंगों से जाँचना होगा। चित्र 6.13: काले-सफ़ेद रूप में 8 सफ़ेद और 6 काले वर्ग हैं; हर 2×1 टाइल एक काला और एक सफ़ेद वर्ग ढकती है, इसलिए संख्याएँ बराबर होनी चाहिए। $8 \neq 6$, इसलिए टाइलिंग नहीं हो सकती। दूसरा वर्ग: 5×3 ग्रिड को शतरंज की तरह रंगो जिसमें चारों कोने रंग A के हों। रंग A के 8 वर्ग और दूसरे रंग के 7 वर्ग होते हैं। 7 वाले रंग का कोई भी वर्ग (जैसे पहली पंक्ति का बीच का वर्ग, जो कोने के बगल में है) हटाने पर 8 और 6 बचते हैं, इसलिए क्षेत्र नहीं ढकता। संक्षेप में: जिस रंग के वर्ग कम हैं उसका वर्ग हटाओ। Figure it Out प्र1-प्र2: क्षेत्र और टाइलें चित्र हैं जो मैं पढ़ नहीं सका। यही विधि अपनाओ: वर्ग गिनो, देखो कि संख्या टाइल के आकार का गुणज है, ग्रिड को ऐसे रंगो कि हर टाइल हर रंग के समान वर्ग ढके, और रंगों की गिनती की तुलना करो।

पृष्ठ 160-162 – तल की टाइलिंग: कौन-से सम बहुभुज तल को ढकते हैं? Math Talk और गतिविधियाँ।

उत्तर: पाठ दिखाता है कि वर्ग, समबाहु त्रिभुज और समषट्भुज तल को ढक सकते हैं। (इन तीन का कारण: कोण 90° , 60° और 120° एक बिंदु पर मिलकर 360° बनाते हैं: $4 \times 90^\circ$, $6 \times 60^\circ$, $3 \times 120^\circ$)। मधुमक्खी के छत्ते में षट्भुजाकार कोष्ठ होते हैं, इसलिए जगह बरबाद नहीं होती। पुस्तक यह सिद्ध करने को नहीं कहती कि कौन-से अन्य बहुभुज तल को नहीं ढकते; एस्चर की पशु-टाइलिंग दिखाती है कि अनियमित आकृतियाँ भी ढक सकती हैं।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 1 अंक**1. समद्विभाजन क्या है? (1)****उत्तर:** किसी रेखाखंड, कोण या आकृति को दो एक-जैसे भागों में बाँटना।**2. रेखाखंड के लंब समद्विभाजक की परिभाषा लिखो। (1)****उत्तर:** वह रेखा जो रेखाखंड को दो बराबर भागों में बाँटे और उस पर लंब हो।**3. इस अध्याय की रचनाओं में कौन-से दो उपकरण प्रयोग होते हैं? (1)****उत्तर:** बिना निशान की पट्टी और परकार।**4. एक बिंदु X और Y से समान दूरी पर है। वह कहाँ स्थित है? (1)****उत्तर:** XY के लंब समद्विभाजक पर।**5. रचना से 45° का कोण कैसे बनाते हैं? (1)****उत्तर:** 90° बनाओ और उसे समद्विभाजित करो।**6. 60° का कोण बनाने के लिए कौन-सा त्रिभुज प्रयोग होता है? (1)****उत्तर:** समबाहु त्रिभुज।**7. समषट्भुज का प्रत्येक कोण कितना होता है? (1)****उत्तर:** 120° ।**8. एक बिंदु के चारों ओर 40° , 60° , 50° , 30° , 40° , 90° के कोण रखने पर रिक्त कोण ज्ञात करो। (1)****उत्तर:** $360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$ ।**9. क्या 5×7 ग्रिड 2×1 टाइलों से ढका जा सकता है? (1)****उत्तर:** नहीं, क्योंकि उसमें 35 वर्ग हैं, जो विषम संख्या है।**10. टाइलिंग क्या है? (1)****उत्तर:** किसी क्षेत्र को आकृतियों से बिना खाली जगह और अतिव्यापन के ढकना।**11. वर्ग के अलावा दो सम बहुभुज बताओ जो तल को ढकते हैं। (1)****उत्तर:** समबाहु त्रिभुज और समषट्भुज।**12. रस्सी से रचना की विधियाँ किन प्राचीन भारतीय ग्रंथों में हैं? (1)****उत्तर:** शुल्ब-सूत्र।**बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 3 अंक****1. रेखाखंड XY का लंब समद्विभाजक बनाने के चरण लिखो। (3)****उत्तर:** (i) एक निश्चित त्रिज्या से X और फिर Y से XY के ऊपर दो लंबे चाप खींचो जो A पर मिलें। (ii) उसी त्रिज्या से X और Y से XY के नीचे चाप खींचो जो B पर मिलें। (iii) AB जोड़ो; यह XY का लंब समद्विभाजक है।**2. जब $AX = AY = BX = BY$ हो तो AB, XY का लंब समद्विभाजक क्यों है? (3)****उत्तर:** SSS से $\triangle ABX \cong \triangle ABY$, इसलिए $\angle XAO = \angle YAO$ । फिर SAS से $\triangle AOX \cong \triangle AOY$ ($AX = AY$, AO उभयनिष्ठ)। अतः $OX = OY$ और $\angle AOX = \angle AOY$; ये सरल कोण बनाते हैं,

इसलिए प्रत्येक 90° है।

3. कोण $\angle XOY$ को समद्विभाजित करने की विधि लिखो। कौन-सा सर्वांगसमता नियम इसे सिद्ध करता है? (3)

उत्तर: भुजाओं पर $OA = OB$ लेकर A और B अंकित करो। उसी त्रिज्या से A और B से चाप खींचकर C पर मिलाओ। OC जोड़ो। $OA = OB$, $AC = BC$ और OC उभयनिष्ठ है, इसलिए SSS से $\triangle OAC \cong \triangle OBC$, अतः $\angle AOC = \angle BOC$ ।

4. 4 cm भुजा का समषट्भुज बनाने की विधि समझाओ। यह क्यों काम करती है? (3)

उत्तर: 4 cm त्रिज्या का वृत्त खींचो। उस पर बिंदु A अंकित करो। उसी त्रिज्या से A से B, B से C, ... F तक वृत्त पर अंकित करो और जोड़ो। केंद्र पर बने छहों त्रिभुज समबाहु हैं (हर कोण 60° , $6 \times 60^\circ = 360^\circ$), इसलिए हर भुजा त्रिज्या 4 cm के बराबर है और षट्भुज का हर कोण 120° है।

5. क्या 3×5 ग्रिड 2×1 टाइलों से ढकता है? 6×5 ग्रिड के बारे में क्या? कारण दो। (3)

उत्तर: $3 \times 5 = 15$ वर्ग, विषम संख्या, इसलिए टाइलिंग नहीं हो सकती। $6 \times 5 = 30$ वर्ग और 6 सम है, इसलिए 5 स्तंभों में से हर एक 3 ऊर्ध्वाधर टाइलों से ढक जाता है; टाइलिंग हो सकती है।

6. रेखा l और उसके बाहर बिंदु P लो। P से l पर लंब की रचना का वर्णन करो। (3)

उत्तर: P को केंद्र मानकर चाप खींचो जो l को X और Y पर काटे ($PX = PY$)। X और Y से समान त्रिज्या (XY के आधे से अधिक) के चाप खींचकर Q पर मिलाओ। PQ जोड़ो। P और Q दोनों X और Y से समान दूरी पर हैं, इसलिए PQ, XY का लंब समद्विभाजक है और $PQ \perp l$ ।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 5 अंक

1. रेखा के बिंदु O पर 90° का कोण बनाओ। हर चरण समझाओ और बताओ कि केवल एक जोड़ी चाप क्यों काफी है। (5)

उत्तर: (i) रेखा को O के दोनों ओर बढ़ाओ। (ii) केंद्र O और किसी त्रिज्या से रेखा पर X और Y इस प्रकार अंकित करो कि $OX = OY$; O, XY का मध्य-बिंदु है। (iii) बड़ी त्रिज्या से X और Y से एक ओर चाप खींचकर A पर मिलाओ। (iv) OA जोड़ो। तब OA, XY का लंब समद्विभाजक है और $\angle AOX = 90^\circ$ । केवल एक जोड़ी चाप इसलिए काफी है कि लंब समद्विभाजक के लिए दो बिंदु चाहिए: O पहले से उस पर एक बिंदु है (X और Y से समान दूरी पर) और A दूसरा बिंदु है।

2. केवल पटरी और परकार से कोण $\angle A$ की प्रतिलिपि बनाने की विधि समझाओ और सिद्ध करो कि प्रतिलिपि बराबर है। (5)

उत्तर: X से एक किरण खींचो। केंद्र A और उपयुक्त त्रिज्या से चाप खींचो जो $\angle A$ की भुजाओं को B और C पर काटे। उसी त्रिज्या से केंद्र X लेकर चाप खींचो जो किरण को Z पर काटे। परकार से BC नापकर केंद्र Z से उतनी त्रिज्या का चाप लगाओ जो पहले चाप को Y पर काटे। XY

जोड़ो। $\triangle ABC$ और $\triangle XYZ$ में: $AB = XY$ (समान त्रिज्या), $AC = XZ$ (समान त्रिज्या) और $BC = YZ$ (प्रतिलिपि)। इसलिए SSS से $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ और $\angle A = \angle X$ ।

3. बताओ कि तिर्यक रेखा l के बिंदु B से रेखा m के समांतर रेखा कैसे बनाते हैं। रेखाएँ समांतर क्यों हैं? (5)

उत्तर: मान लो l, m को A पर काटती है। केंद्र A और किसी त्रिज्या से चाप खींचो जो m को C और l को D पर काटे। उसी त्रिज्या और केंद्र B से चाप खींचो जो l को E पर काटे (B के ऊपर, D की ही ओर)। परकार से CD नापकर E से उतनी लंबाई का चाप E वाले चाप पर लगाओ, बिंदु F मिलेगा। B और F से जाने वाली रेखा n खींचो। B का कोण ($\angle EBF$) A के कोण ($\angle CAD$) की प्रतिलिपि है, इसलिए संगत कोण बराबर हैं और n, m के समांतर है।

4. छह समबाहु त्रिभुज एक बिंदु के चारों ओर रखकर समष्ट्रभुज क्यों बन जाता है? षट्रभुज का प्रत्येक कोण ज्ञात करो और कोणों $40^\circ, 60^\circ, 50^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 90^\circ$ के लिए रिक्त कोण ज्ञात करो। (5)

उत्तर: समबाहु त्रिभुज का हर कोण 60° है और $6 \times 60^\circ = 360^\circ$, जो एक बिंदु के चारों ओर का कुल कोण है, इसलिए छह त्रिभुज बिना खाली जगह और अतिव्यापन के आ जाते हैं। सभी भुजाएँ बराबर हैं और षट्रभुज का हर कोण त्रिभुजों के दो कोणों से बना है: $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ । दूसरा भाग: $40^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 30^\circ + 40^\circ + 90^\circ = 310^\circ$, इसलिए रिक्त कोण $= 360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$ ।

5. रंग की विधि से समझाओ कि 5×3 ग्रिड से एक विशेष वर्ग हटाने पर 2×1 टाइलों से टाइलिंग क्यों नहीं हो सकती। एक ऐसा वर्ग बताओ जिसे हटाने से टाइलिंग असंभव हो। (5)

उत्तर: 5×3 ग्रिड को शतरंज की तरह रंगो ताकि चारों कोने रंग A के हों। तब रंग A के 8 और रंग B के 7 वर्ग हैं। हर 2×1 टाइल एक A और एक B वर्ग ढकती है, इसलिए टाइल हो सकने वाले क्षेत्र में A और B बराबर होने चाहिए। यदि एक B वर्ग हटाएँ (जैसे ऊपरी पंक्ति का बीच का वर्ग) तो 8 A और 6 B वर्ग बचते हैं। $8 \neq 6$ होने से टाइलिंग नहीं हो सकती। (A वर्ग हटाने पर 7 और 7 बचते हैं और रंग की जाँच टाइलिंग को नहीं रोकती।)