ENGLISH SECTION (Hindi terms in brackets)

Algebra Play

Class 8 Maths (Ganita Prakash Part-II) • Notes + Step-by-Step Textbook Solutions + Board Questions (2026-27)

Chapter Review in Easy Language

1. Algebra explains tricks (*बीजगणित चालों को समझाता है*)

- **'Think of a number' trick:** *call the number* **x**, *write every step as an expression and simplify. Example:* $x \to 2x \to 2x + 4 \to x + 2 \to (x + 2) - x =$ **2** *– the answer does not depend on x. To change the final answer, change the number added (add 6 to get 3, add 10 to get 5).*
- **Date trick:** *month M, day D:* $5M \to 5M + 6 \to 20M + 24 \to 20M + 33 \to 100M + 165 \to$ **100M + 165 + D**. *Subtract 165: the last two digits give D and the remaining digits give M (D ≤ 31 needs only 2 digits).*

2. Number pyramids and grids (*संख्या पिरामिड और ग्रिड*)

- **Number pyramid:** *each number = sum of the two numbers just below it. With a missing number, use letters (a, b, c) and form equations. Bottom row a, b, c ⇒ top* **a + 2b + c**; *bottom a, b, c, d ⇒ top* **a + 3b + 3c + d** *(coefficients 1, 3, 3, 1 – like Pascal's triangle).*
- **Virahāṅka–Fibonacci numbers** *1, 2, 3, 5, 8, 13, … (each = sum of the previous two). In a pyramid with these in the bottom row, every number is again a Virahāṅka–Fibonacci number and the top of an n-row pyramid is the* **(2n – 1)th** *term.*
- **Calendar grid:** *a 2 × 2 block with top-left a has a, a + 1, a + 7, a + 8, so the sum is* **4a + 16**; *from the sum find a.* **Algebra grids:** *shapes are letter-numbers; each row sum gives an equation; solve step by step.*

3. Products and divisibility (*गुणनफल और विभाज्यता*)

- **Largest product** *(2-digit × 1-digit from three digits p < q < r): use the* **largest digit as the multiplier** *and write the other two digits in* **decreasing order** *to form the 2-digit number. E.g. digits 2, 3, 5:* $32 \times 5 = 160$.
- **Divisibility tricks:** *a 2-digit number ab minus its reverse ba =* **9(b – a)** *(divisible by 9); ab + ba =* **11(a + b)** *(divisible by 11); abc + bca + cab =* **111(a + b + c)** *(divisible by 37 and by 3); abcabc =* **abc × 1001** *= abc × 7 × 11 × 13.*
- *The textbook's* **worked examples** *(Mukta's date 25 December, the 36-sum calendar grid, the 60-pyramid, the 2, 3, 5 product) are not repeated here – only the questions asked of you are solved below.*

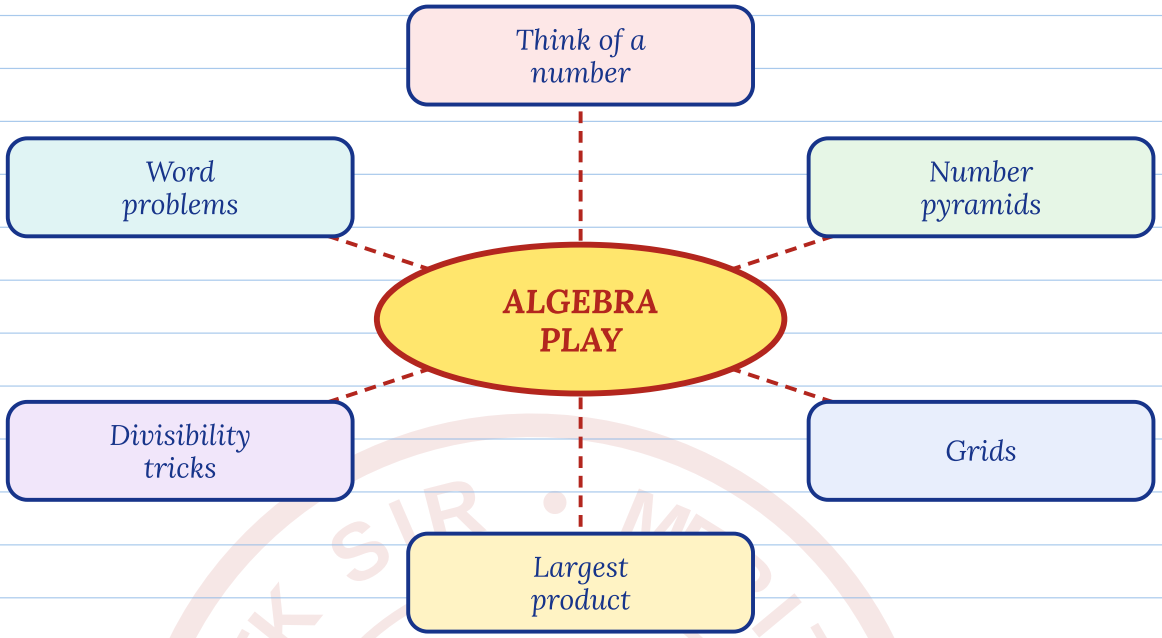
Important Terms (Glossary)

Term	Meaning
Letter-number (variable)	A letter standing for an unknown number.
Expression	Numbers and letters joined by operations, e.g. $2x + 4$.
Equation	Two expressions joined by = .
Number pyramid	Each number is the sum of the two below it.
Virahāṅka–Fibonacci	Sequence 1, 2, 3, 5, 8 … each the sum of the last two.
Multiplier / multiplicand	The single digit / the 2-digit number being multiplied.
Divisible	Divides exactly with remainder 0.
Quotient	The result of a division.

Quick Revision & Formulas

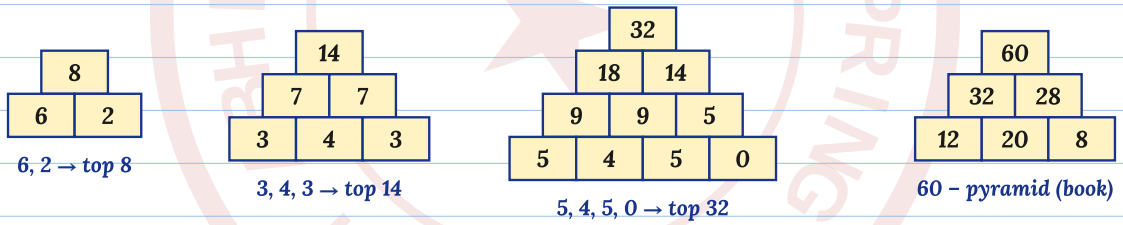
- Think-of-a-number: write x, apply each step, simplify; final answer free of $x \Rightarrow$ trick works.
- Date trick: answer = $100M + 165 + D \Rightarrow$ subtract 165, last two digits = D, the rest = M.
- Pyramid tops: 2 rows $a + b$; 3 rows $a + 2b + c$; 4 rows $a + 3b + 3c + d$.
- n-row pyramid on Virahāṅka–Fibonacci numbers: top = $(2n - 1)$th term.
- 2×2 calendar block: $4a + 16$; largest product: biggest digit × (other digits, decreasing).
- $ab - ba = 9(b - a)$; $ab + ba = 11(a + b)$; $abc + bca + cab = 111(a + b + c)$; $abcabc = 1001 \times abc = 7 \times 11 \times 13 \times abc$.
- Word problems: choose a letter, form an equation, solve, check.

Diagrams, Tables & Flowcharts



Concept map

Number pyramids (answers)



The pyramids of p.138 and the 60-pyramid

		50		
	28		22	
13		15		7
4	9	6	1	

Pyramid 1: top 50

		70		
	40		30	
19		21		9
5	14	7	2	

Pyramid 2: top 70

		35		
	18		17	
8		10		7
3	5	5	2	

Pyramid 3: top 35

Fill the following pyramids (p.139)

	8	
3		5
1	2	3

1, 2, 3 → top 8

		21		
	8		13	
3		5		8
1	2	3	5	

1, 2, 3, 5 → top 21

all are Virahāṅka-Fibonacci numbers

n rows → top is the ***(2n − 1)th term***

Virahāṅka–Fibonacci numbers in the bottom row

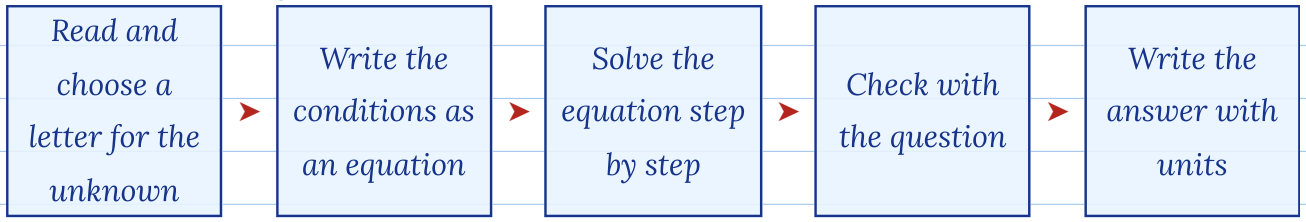
Table: the six products of 2, 3, 5

Product	Value	Product	Value
23 × 5	115	32 × 5	160 (*largest*)
25 × 3	75	35 × 2	70
52 × 3	156	53 × 2	106

Table: divisibility tricks

Trick	Algebra	Divisible by
$ab - ba$ ($b > a$)	$(10b + a) - (10a + b) = 9(b - a)$	9
$ab + ba$	$(10a + b) + (10b + a) = 11(a + b)$	11
$abc + bca + cab$	$111(a + b + c) = 3 \times 37 \times (a + b + c)$	37 and 3
$abcabc$	$1001 \times abc = 7 \times 11 \times 13 \times abc$	7, 11, 13

Flowchart: solving a word problem



Step-by-Step Textbook Solutions

In-text (p.135–136): how would you change the trick (double, add 4, halve, subtract the number) to make the final answer 3? What about 5? Can you make a more complicated trick with the same final value?

Ans. Step 1: the trick gives $x \to 2x \to 2x + 4 \to x + 2 \to 2$. The final answer is the number that was added, halved.

Step 2 (answer 3): add **6** instead of 4: $x \to 2x \to 2x + 6 \to x + 3 \to (x + 3) - x = \mathbf{3}$.

Step 3 (answer 5): add **10**: $2x + 10 \to x + 5 \to \mathbf{5}$.

Step 4 (a longer trick): think of $x \to$ multiply by 3 $(3x) \to$ add 9 $(3x + 9) \to$ divide by 3 $(x + 3) \to$ subtract the original number $x \to \mathbf{3}$. Any steps that cancel the x work.

Math Talk (date trick): if you change the steps, the number to subtract (165) changes – redo the algebra for your own steps and subtract the constant you get.

In-text (p.137): Find the dates if the final answers are (i) 1269 (ii) 394 (iii) 296.

Ans. Step 1: the answer = 100M + 165 + D, so first subtract 165.

(i) – Step 2: 1269 − 165 = 1104. **Step 3:** the last two digits are 04 ⇒ D = 4 and the rest is 11 ⇒ M = 11 ⇒ **4 November** (4/11).

(ii) – Step 4: 394 − 165 = 229 ⇒ D = 29, M = 2 ⇒ **29 February** (only possible in a leap year).

(iii) – Step 5: 296 − 165 = 131 ⇒ D = 31, M = 1 ⇒ **31 January**.

In-text (p.137–139): fill the number pyramids – (a) bottom 6, 2; (b) bottom 3, 4, 3; (c) bottom 5, 4, 5, 0; and the three pyramids of 'Fill the following pyramids' (tops 50, 40-pyramid, 35).

Ans. Rule: each number = sum of the two numbers below it.

(a) – Step 1: top = 6 + 2 = **8**.

(b) – Step 1: middle row: 3 + 4 = 7 and 4 + 3 = 7. **Step 2:** top = 7 + 7 = **14**.

(c) – Step 1: row 3: 5 + 4 = 9, 4 + 5 = 9, 5 + 0 = 5. **Step 2:** row 2: 9 + 9 = 18, 9 + 5 = 14. **Step 3:** top = 18 + 14 = **32**.

Pyramid with top 50 (bottom 4, x, 6, y; row 2 has 22) – Step 1: row 3 = 4 + x, x + 6, 6 + y. **Step 2:** row 2 right = (x + 6) + (6 + y) = 22 ⇒ x + y = 10. **Step 3:** row 2 left = (4 + x) + (x + 6) = 2x + 10 and top = (2x + 10) + 22 = 50 ⇒ 2x = 18 ⇒ x = 9, y = 1. **Step 4:** pyramid: bottom 4, 9, 6,

1; *row 3*: 13, 15, 7; *row 2*: 28, 22; *top* 50 ✓.

Pyramid with 40 and 9 (bottom 5, x, 7, y) – Step 1: *row 3 right* = 7 + y = 9 ⇒ y = 2. **Step 2:** *row 2 left* = (5 + x) + (x + 7) = 40 ⇒ 2x + 12 = 40 ⇒ x = 14. **Step 3:** *row 3*: 19, 21, 9; *row 2*: 40, 30; *top* **70**.

Pyramid with top 35 (bottom 3, 5, m, n; row 3 right = 7) – Step 1: m + n = 7. **Step 2:** *row 3*: 8, 5 + m, 7; *row 2*: 13 + m *and* 12 + m; *top* = 25 + 2m = 35 ⇒ m = 5, n = 2. **Step 3:** *row 3*: 8, 10, 7; *row 2*: 18, 17; *top* 35 ✓. *(Positions of the given numbers read from the figure.)*

Figure it Out (p.140) Q1–Q3: (1) topmost number for bottom rows (4, 13, 8), (7, 11, 3), (10, 14, 25); (2) expression for the top of a 4-row pyramid; (3) topmost number for bottom rows (8, 19, 21, 13), (7, 18, 19, 6), (9, 7, 5, 11).

Ans. Q1 – Step 1: *for a 3-row pyramid with bottom a, b, c the top is* **a + 2b + c** *(middle row a + b, b + c; top a + 2b + c).*

Step 2: (4, 13, 8): 4 + 26 + 8 = **38**.

Step 3: (7, 11, 3): 7 + 22 + 3 = **32**.

Step 4: (10, 14, 25): 10 + 28 + 25 = **63**.

Q2 – Step 1: *bottom a, b, c, d. Row 3: a + b, b + c, c + d.* **Step 2:** *row 2: (a + b) + (b + c) = a + 2b + c and (b + c) + (c + d) = b + 2c + d.* **Step 3:** *top = (a + 2b + c) + (b + 2c + d) =* **a + 3b + 3c + d**.

Q3 – Step 1: *use a + 3b + 3c + d.*

(8, 19, 21, 13): 8 + 57 + 63 + 13 = **141**.

(7, 18, 19, 6): 7 + 54 + 57 + 6 = **124**.

(9, 7, 5, 11): 9 + 21 + 15 + 11 = **56**.

Figure it Out (p.140) Q4–Q6: Virahāṅka–Fibonacci numbers 1, 2, 3, 5, … in the bottom row of a pyramid – (4) three rows; (5) (i) four rows (ii) 29 rows; (6) n rows.

Ans. Q4 – Step 1: *bottom row 1, 2, 3.* **Step 2:** *row 2: 1 + 2 = 3 and 2 + 3 = 5.* **Step 3:** *top = 3 + 5 =* **8**. **Step 4:** *the numbers in the pyramid are 1, 2, 3, 3, 5, 8 –* **yes, all are Virahāṅka–Fibonacci numbers** *(3 appears twice).*

Q5(i) – Step 1: *bottom 1, 2, 3, 5. Row 3: 3, 5, 8. Row 2: 8, 13. Top =* **21**. **Step 2:** *all numbers (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21) are Virahāṅka–Fibonacci numbers, and 21 is the 7th term.*

(ii) – Step 3: *the tops for 2, 3, 4 rows are the 3rd, 5th, 7th terms (3, 8, 21), and for 5 rows the 9th (55). So the top of an n-row pyramid is the* **(2n – 1)th term**. **Step 4:** *for 29 rows: the* **57th** *Virahāṅka–Fibonacci number (found by computer: 591286729879). Every number in the pyramid is again a Virahāṅka–Fibonacci number.*

Q6 – Step 5: *for n rows with the first n terms in the bottom row,* **every number in the pyramid is a Virahāṅka–Fibonacci number** *(each is a sum of two consecutive-type terms)*

and the ***top is the (2n − 1)th term****. (Pattern found by testing n = 2 to 7 on computer; the reason: each row repeats the Fibonacci rule.)*

Calendar magic and algebra grids (p.141–142): (a) your own calendar trick (Math Talk); (b) 'find the values of the shapes' – grid 1 (rows: ■ ■ ● = 27, ● ● ■ = 21, ● ■ ● = ?) and grid 2 (rows: ● ◆ ◆ = 18, ◆ ● ● = 15, ◆ ● ● = ?, and a bottom row).

Ans. (a) Own trick – Step 1: *take a 3 × 3 square of dates with the middle date m: the numbers are m − 8, m − 7, m − 6, m − 1, m, m + 1, m + 6, m + 7, m + 8.* **Step 2:** *the sum =* **9m**, *so* ***sum ÷ 9 = the middle number*** *and the other eight follow. (Another: a plus-shape of 5 dates has sum 5m.)*

(b) Grid 1 – Step 1: *let ■ = s and ● = c. Row 1: 2s + c = 27; row 2: 2c + s = 21.* **Step 2:** *from row 1, c = 27 − 2s.* **Step 3:** *put in row 2: 2(27 − 2s) + s = 21 ⇒ 54 − 3s = 21 ⇒ s =* **11**, *so c = 27 − 22 =* **5**. **Step 4:** *the empty box (● ■ ●) = 5 + 11 + 5 =* **21**.

Grid 2 – Step 1: *let ● = o and ◆ = d. Row 1: o + 2d = 18; row 2: d + 2o = 15.* **Step 2:** *o = 18 − 2d ⇒ d + 2(18 − 2d) = 15 ⇒ 36 − 3d = 15 ⇒ d =* **7**, *o = 18 − 14 =* **4**. **Step 3:** *row 3 box (◆ ● ●) = 7 + 4 + 4 =* **15**. **Step 4:** *bottom row (my reading: column totals): column 1 = ● + ◆ + ◆ = 18; column 2 = ◆ + ● + ● = 15; column 3 = 15; last box = 18 + 15 + 15 =* **48**.

Figure it Out (p.144) Q1–Q2: fill the digits (1, 3, 7) and (3, 5, 9) in the boxes (2-digit × 1-digit) to make the largest product.

Ans. Rule (proved in the book): *the* ***largest digit is the multiplier*** *and the other two digits are written in* ***decreasing order*** *in the 2-digit number.*

Q1 – Step 1: *digits 1, 3, 7: multiplier 7; the other digits in decreasing order give 31.* **Step 2:** *largest product =* **31 × 7 = 217**.

Step 3 (check): *71 × 3 = 213, 73 × 1 = 73, 37 × 1 = 37, 13 × 7 = 91, 17 × 3 = 51 – all smaller than 217 ✓.*

Q2 – Step 1: *digits 3, 5, 9: multiplier 9; other digits decreasing: 53.* **Step 2:** *largest product =* **53 × 9 = 477**.

Step 3 (check): *93 × 5 = 465, 95 × 3 = 285, 35 × 9 = 315, 59 × 3 = 177, 39 × 5 = 195 – all smaller than 477 ✓.*

Divisibility tricks (p.145) Q1–Q4: (1) the quotient in Mukta's trick; (2) the sum of a number and its reverse – divisible by 11?; (3) abc + bca + cab – divisible by 37? by 3?; (4) abcabc ÷ 7 ÷ 11 ÷ 13.

Ans. Q1 – Step 1: *number ab (a < b), reversed ba. Difference = (10b + a) − (10a + b) = 9b − 9a = 9(b − a).* **Step 2:** *quotient on dividing by 9 =* **b − a**, *the difference of the two digits (e.g. 74 − 47 = 27, 27 ÷ 9 = 3 = 7 − 4).*

Q2 – Step 1: $ab + ba = (10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b =$ **$11(a + b)$**. **Step 2:** so the sum is ***always divisible by 11*** ($31 + 13 = 44 = 11 \times 4$; $28 + 82 = 110 = 11 \times 10$), and the quotient is $a + b$.

Q3 – Step 1: $abc = 100a + 10b + c$; $bca = 100b + 10c + a$; $cab = 100c + 10a + b$. **Step 2:** sum = $111a + 111b + 111c =$ **$111(a + b + c)$**. **Step 3:** $111 = 3 \times 37$, so the sum is always divisible by **37** and also by **3** ($111 = 37 \times 3$ – multiples of 37 like 111, 222, 333 are all multiples of 3 as well).

Q4 – Step 1: $abcabc = 1000 \times abc + abc =$ **$1001 \times abc$**. **Step 2:** $7 \times 11 \times 13 = 1001$. **Step 3:** dividing by 7, then 11, then 13 gives **abc** again (the original 3-digit number).

Figure it Out (p.145–146) Q5–Q6: (5) magical ponds that double the flowers, equal number placed in each of 3 shrines – how many flowers at the start and in each shrine; (6) 55 heads and 150 legs – horses and hens (also without letter-numbers).

Ans. Q5 – Step 1: let the person start with x flowers and place k in each shrine. **Step 2:** pond 1: $2x$; place $k \Rightarrow 2x - k$ left. **Step 3:** pond 2: $2(2x - k) = 4x - 2k$; place $k \Rightarrow 4x - 3k$ left. **Step 4:** pond 3: $2(4x - 3k) = 8x - 6k$, and all of these are placed $\Rightarrow 8x - 6k = k \Rightarrow 8x = 7k$. **Step 5:** smallest whole numbers: $x =$ **7**, $k =$ **8**. **Check:** 7 → 14 → place 8 → 6 → 12 → place 8 → 4 → 8 → place 8 ✓. (Other answers: 14 and 16, 21 and 24 … in multiples.)

Q6 (with letters) – Step 1: horses h, hens $55 - h$. **Step 2:** legs: $4h + 2(55 - h) = 150 \Rightarrow 2h + 110 = 150 \Rightarrow h =$ **20 horses**, hens = **35**.

Without letters – Step 3: if all 55 were hens, legs = $55 \times 2 = 110$. **Step 4:** actual legs are $150 - 110 = 40$ more. **Step 5:** each horse has 2 more legs than a hen $\Rightarrow$ horses = $40 \div 2 =$ **20**, hens = $55 - 20 =$ **35**.

Figure it Out (p.146) Q7–Q9: (7) mother is 5 times her daughter's age; in 6 years 3 times – daughter's age; (8) Gauri and Naina's cows; (9) dosa cart: rent ₹5000 per day, making cost ₹10 per dosa – (i) selling price for ₹2000 profit on 100 dosas (ii) number of dosas if the price is ₹50.

Ans. Q7 – Step 1: daughter = d, mother = $5d$. **Step 2:** after 6 years: mother $5d + 6$, daughter $d + 6$, and $5d + 6 = 3(d + 6)$. **Step 3:** $5d + 6 = 3d + 18 \Rightarrow 2d = 12 \Rightarrow d =$ **6**. **Step 4:** the daughter is **6 years** (mother 30). Check: after 6 years $36 = 3 \times 12$ ✓.

Q8 – Step 1: Gauri has g cows, Naina has $2g$. **Step 2:** if Naina gives 3: Naina $2g - 3$, Gauri $g + 3$, equal $\Rightarrow 2g - 3 = g + 3 \Rightarrow g =$ **6**. **Step 3:** Gauri **6** cows, Naina **12** cows. Check: $12 - 3 = 9 = 6 + 3$ ✓.

Q9(i) – Step 1: price p. Profit = income − expenses = $100p - (5000 + 100 \times 10) = 100p - 6000$. **Step 2:** $100p - 6000 = 2000 \Rightarrow 100p = 8000 \Rightarrow p =$ **₹80**.

(ii) – Step 3: price ₹50, n dosas: profit = $50n - (5000 + 10n) = 40n - 5000 = 2000$. **Step 4:** $40n = 7000 \Rightarrow n =$ **175 dosas**.

Figure it Out (p.146) Q10: Evaluate 1/3, (1 + 3)/(5 + 7), (1 + 3 + 5)/(7 + 9 + 11), … What do you observe? Why does this happen?

Ans. Step 1: $1/3 = 1/3$. **Step 2:** $(1 + 3)/(5 + 7) = 4/12 = 1/3$. **Step 3:** $(1 + 3 + 5)/(7 + 9 + 11) = 9/27 = 1/3$.

Observation: *every fraction equals* **1/3**.

Why – Step 4: *the numerator is the sum of the first n odd numbers* $= n^2$. **Step 5:** *the denominator is the sum of the next n odd numbers, i.e. the (n + 1)th to (2n)th odd numbers = (sum of the first 2n odd numbers) − (sum of the first n)* $= (2n)^2 - n^2 = 4n^2 - n^2 =$ **$3n^2$**. **Step 6:** *fraction* $= n^2/3n^2 =$ **1/3**.

Figure it Out (p.147) Q11: Karim and the Genie – (i) how many coins did Karim start with; (ii) what cost per round makes him gain; (iii) what cost per round lets the genie take all his coins.

Ans. (i) – Step 1: *let Karim start with x coins.* **Step 2:** *round 1:* $2x$, *pay* $8 \Rightarrow 2x - 8$. **Step 3:** *round 2:* $2(2x - 8) = 4x - 16$, *pay* $8 \Rightarrow 4x - 24$. **Step 4:** *round 3:* $2(4x - 24) = 8x - 48$ *and this is exactly 8 (the cost)* $\Rightarrow 8x - 48 = 8 \Rightarrow 8x = 56 \Rightarrow x =$ **7 coins**.

Check: $7 \to 14 - 8 = 6 \to 12 - 8 = 4 \to 8 - 8 = 0$ ✓.

(ii) – Step 5: *with cost c per round and 3 rounds:* $x \to 2x - c \to 4x - 3c \to 8x - 7c$. **Step 6:** *he gains if* $8x - 7c > x \Rightarrow 7x > 7c \Rightarrow$ **$c < x$**. *So Karim should agree only if the* ***cost per round is less than the number of coins he has to begin with*** *(for him, less than 7).*

(iii) – Step 7: *the genie gets everything when Karim is left with exactly c after the last doubling:* $8x - 6c = c \Rightarrow c = 8x/7$ *(for 3 rounds). For* $x = 7$ *this is* **8 coins** *– exactly what the genie asked. (For n rounds:* $c = 2^n x/(2^n - 1)$.)

Board-Pattern Questions – 1 Mark

1. Simplify the trick: think of x, multiply by 3, add 12, divide by 3, subtract x. (1)

Ans. $3x \to 3x + 12 \to x + 4 \to 4$.

2. In a number pyramid with bottom row a, b, c what is the top number? (1)

Ans. $a + 2b + c$.

3. Top of a pyramid with bottom row 2, 3, 4? (1)

Ans. $2 + 6 + 4 = 12$.

4. The first five Virahāṅka–Fibonacci numbers? (1)

Ans. 1, 2, 3, 5, 8.

5. In a 2 × 2 grid on a calendar with top-left a, what is the sum? (1)

Ans. $4a + 16$.

6. Largest product using digits 2, 4, 6 (2-digit × 1-digit)? (1)

Ans. $42 \times 6 = 252$.

7. $ab - ba$ ($b > a$) equals what? (1)

Ans. $9(b - a)$.

8. $ab + ba$ is always divisible by which number? (1)

Ans. 11.

9. $abc + bca + cab$ = ? (1)

Ans. $111(a + b + c)$.

10. What is $7 \times 11 \times 13$? (1)

Ans. 1001.

11. In the date trick the final answer is 100M + 165 + D. What is subtracted from the answer? (1)

Ans. 165.

12. Mother is 4 times her son's age. Write this as an equation (mother m, son s). (1)

Ans. $m = 4s$.

Board-Pattern Questions – 3 Marks

1. Show using algebra that think of x, add 5, double, subtract 10, subtract 2x always gives 0. (3)

Ans. $x \to x + 5 \to 2x + 10 \to 2x + 10 - 10 = 2x \to 2x - 2x = 0$.

2. Fill the pyramid with bottom row 3, x, 5 whose top is 40. (3)

Ans. Top $= 3 + 2x + 5 = 40 \Rightarrow 2x = 32 \Rightarrow x = 16$. Middle row: 19, 21; top 40.

3. In a calendar 2 × 2 block the sum is 52. Find the four numbers. (3)

Ans. $4a + 16 = 52 \Rightarrow 4a = 36 \Rightarrow a = 9$. Numbers: 9, 10, 16, 17.

4. Show that the sum of a 2-digit number and its reverse is divisible by 11. Test with 47. (3)

Ans. $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$. For 47: $47 + 74 = 121 = 11 \times 11$.

5. A father is 4 times as old as his son. In 10 years he will be twice as old. Find their present ages. (3)

Ans. Son s, father 4s. $4s + 10 = 2(s + 10) \Rightarrow 4s + 10 = 2s + 20 \Rightarrow 2s = 10 \Rightarrow s = 5$. Son 5 years, father 20 years.

Board-Pattern Questions – 5 Marks

1. Prove that the sum abc + bca + cab of a 3-digit number and its two cyclic rearrangements

is divisible by 37 and by 3. Verify with 214. (5)

Ans. Step 1: $abc = 100a + 10b + c$, $bca = 100b + 10c + a$, $cab = 100c + 10a + b$.

Step 2: $sum = 111a + 111b + 111c = 111(a + b + c)$.

Step 3: $111 = 3 \times 37$, so the sum is divisible by 3 and by 37.

Step 4: for 214: $214 + 142 + 421 = 777 = 111 \times 7 = 37 \times 21 = 3 \times 259$ ✓.

2. A farm has hens and cows. The total number of heads is 40 and legs 110. Find the number of each, with letter-numbers and without. (5)

Ans. With letters: cows c, hens $40 - c$. $4c + 2(40 - c) = 110 \Rightarrow 2c + 80 = 110 \Rightarrow c = 15$; hens = 25.

Without letters: if all 40 were hens, legs = 80. Extra legs = 110 − 80 = 30. Each cow adds 2 legs ⇒ cows = 15, hens = 25.

Check: $15 \times 4 + 25 \times 2 = 60 + 50 = 110$ ✓.

3. In a 4-row number pyramid the bottom row is 5, a, b, 3 and the top number is 62. Find a + b and give one pair (a, b). (5)

Ans. Step 1: for a 4-row pyramid top = first + 3×second + 3×third + fourth.

Step 2: $5 + 3a + 3b + 3 = 62$.

Step 3: $3a + 3b = 54 \Rightarrow a + b = 18$.

Step 4: e.g. $a = 8$, $b = 10$: row 3 = 13, 18, 13; row 2 = 31, 31; top = 62 ✓.

हिन्दी भाग (Hindi Section)

बीजगणित का खेल

कक्षा 8 गणित (गणित प्रकाश भाग-II) • नोट्स + चरण-दर-चरण हल + बोर्ड प्रश्न (2026-27)

आसान भाषा में अध्याय की समीक्षा

1. बीजगणित चालों को समझाता है

- **'कोई संख्या सोचो' चाल :** संख्या को **x** मानो, हर चरण को व्यंजक में लिखो और सरल करो। उदाहरण : $x \to 2x \to 2x + 4 \to x + 2 \to (x + 2) - x = \mathbf{2}$ – उत्तर x पर निर्भर नहीं। अंतिम उत्तर बदलने के लिए जोड़ी जाने वाली संख्या बदलो (3 के लिए 6 जोड़ो, 5 के लिए 10)।
- **तारीख वाली चाल :** महीना M, दिन D: $5M \to 5M + 6 \to 20M + 24 \to 20M + 33 \to 100M + 165 \to \mathbf{100M + 165 + D}$। 165 घटाओ : अंतिम दो अंक D और बाकी अंक M देते हैं ($D \le 31$ के लिए 2 अंक ही चाहिए)।

2. संख्या पिरामिड और ग्रिड

- **संख्या पिरामिड :** हर संख्या = उसके ठीक नीचे की दो संख्याओं का योग। कोई संख्या लुप्त हो तो अक्षर (a, b, c) लो और समीकरण बनाओ। निचली पंक्ति a, b, c ⇒ शीर्ष **a + 2b + c**; निचली पंक्ति a, b, c, d ⇒ शीर्ष **a + 3b + 3c + d** (गुणांक 1, 3, 3, 1 – पास्कल त्रिभुज की तरह)।
- **विरहांक–फिबोनाची संख्याएँ** 1, 2, 3, 5, 8, 13, … (हर संख्या = पिछली दो का योग)। जिस पिरामिड की निचली पंक्ति में ये हों उसकी हर संख्या फिर विरहांक–फिबोनाची होती है और n-पंक्ति पिरामिड का शीर्ष **(2n – 1)वाँ** पद होता है।
- **कैलेंडर ग्रिड :** 2 × 2 खंड जिसका ऊपरी-बायाँ a हो, उसमें a, a + 1, a + 7, a + 8 होते हैं, अतः योग **4a + 16**; योग से a निकालो। **बीजगणित ग्रिड :** आकृतियाँ अक्षर-संख्याएँ हैं ; हर पंक्ति का योग एक समीकरण देता है ; चरण-दर-चरण हल करो।

3. गुणनफल और विभाज्यता

- **सबसे बड़ा गुणनफल** (अंक $p < q < r$ से 2-अंकीय × 1-अंकीय) : **सबसे बड़ा अंक गुणक** लो और बाकी दो अंक **घटते क्रम** में लिखो। अर्थात् सबसे बड़ा गुणनफल = (दो छोटे अंकों से बनी संख्या, बड़ा अंक पहले) × (सबसे बड़ा अंक)। जैसे 2, 3, 5 : 32 × 5 = 160।
- **विभाज्यता की चालें :** 2-अंकीय संख्या ab और उसके उलटे ba का अंतर = **9(b – a)** (9 से विभाज्य) ; ab + ba = **11(a + b)** (11 से विभाज्य); abc + bca + cab = **111(a + b + c)** (37 और 3 से विभाज्य); abcabc = **abc × 1001** = abc × 7 × 11 × 13।
- पुस्तक के **हल किए उदाहरण** (मुक्ता की तारीख 25 दिसंबर, योग-36 वाला कैलेंडर ग्रिड, 60 वाला पिरामिड, 2, 3, 5 का गुणनफल) यहाँ दोहराए नहीं गए – केवल तुमसे पूछे गए प्रश्न नीचे हल किए गए हैं।

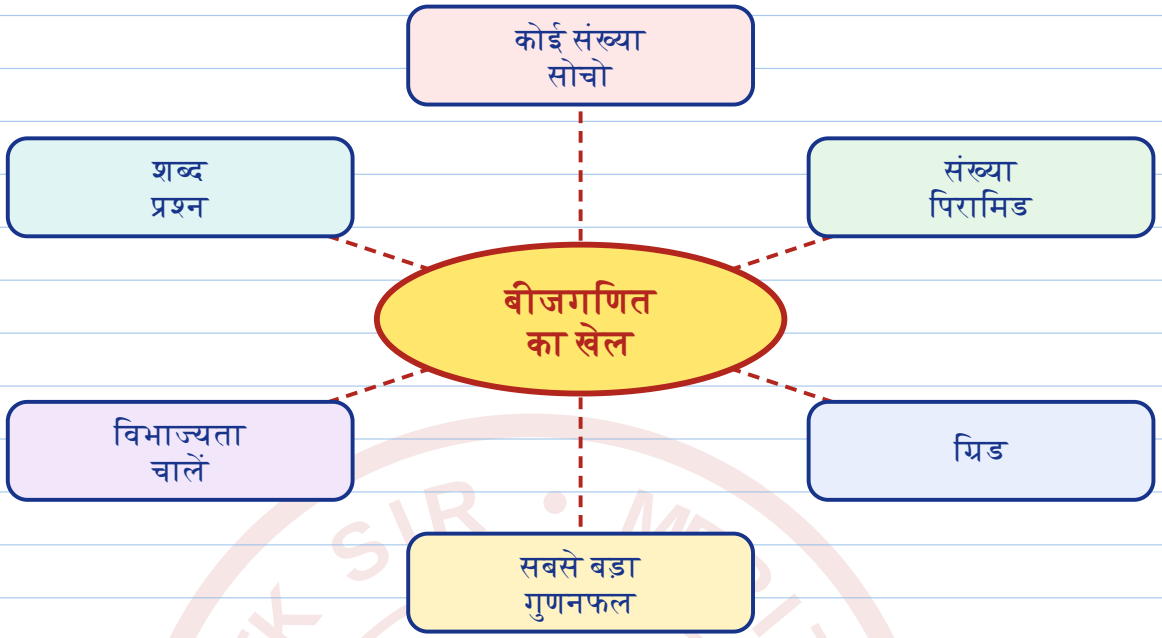
महत्वपूर्ण शब्द (शब्दावली)

शब्द	अर्थ / परिभाषा
अक्षर-संख्या (चर)	अज्ञात संख्या को दर्शाने वाला अक्षर।
व्यंजक	संक्रियाओं से जुड़ी संख्याएँ व अक्षर, जैसे 2x + 4।
समीकरण	= से जुड़े दो व्यंजक।
संख्या पिरामिड	हर संख्या नीचे की दो संख्याओं का योग।
विरहांक–फिबोनाची	1, 2, 3, 5, 8 … हर पद पिछले दो का योग।
गुणक / गुण्य	एक अंक की संख्या / गुणा की जाने वाली 2-अंकीय संख्या।
विभाज्य	शेष 0 के साथ पूरा भाग जाए।
भागफल	भाग का परिणाम।

त्वरित पुनरावृत्ति व सूत्र

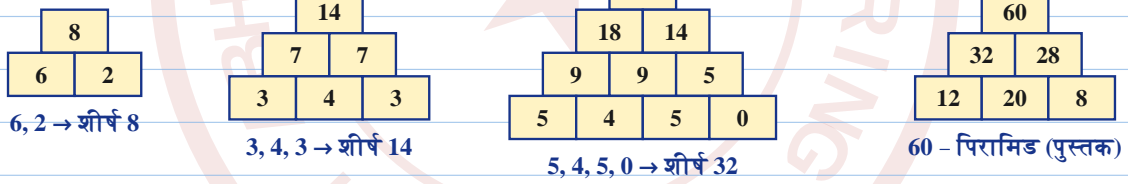
- कोई संख्या सोचो : x लिखो, हर चरण लगाओ, सरल करो ; अंतिम उत्तर में x न हो ⇒ चाल सही।
- तारीख चाल : उत्तर = 100M + 165 + D ⇒ 165 घटाओ, अंतिम दो अंक = D, बाकी = M।
- पिरामिड शीर्ष : 2 पंक्तियाँ a + b; 3 पंक्तियाँ a + 2b + c; 4 पंक्तियाँ a + 3b + 3c + d।
- विरहांक–फिबोनाची पर n-पंक्ति पिरामिड : शीर्ष = (2n – 1)वाँ पद।
- 2 × 2 कैलेंडर खंड : 4a + 16; सबसे बड़ा गुणनफल : सबसे बड़ा अंक × (बाकी अंक, घटते क्रम में)।
- ab – ba = 9(b – a); ab + ba = 11(a + b); abc + bca + cab = 111(a + b + c); abcabc = 1001 × abc = 7 × 11 × 13 × abc।
- शब्द-प्रश्न : अक्षर चुनो, समीकरण बनाओ, हल करो, जाँचो।

चित्र, तालिकाएँ और फ्लोचार्ट

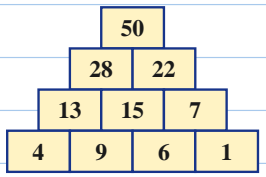


अवधारणा-मानचित्र

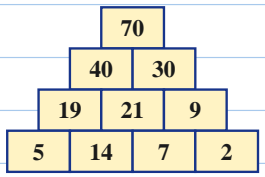
संख्या पिरामिड (उत्तर)



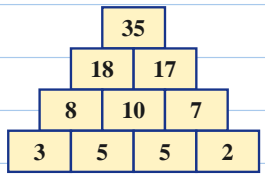
पृ.138 के पिरामिड और 60 वाला पिरामिड



पिरामिड 1 : शीर्ष 50

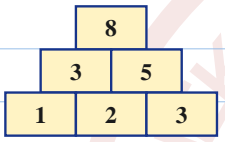


पिरामिड 2 : शीर्ष 70

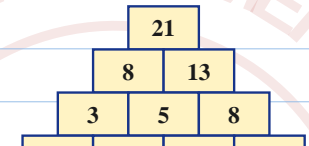


पिरामिड 3 : शीर्ष 35

निम्न पिरामिड भरो (पृ.139)



1, 2, 3 → शीर्ष 8



1, 2, 3, 5 → शीर्ष 21

सब विरहांक-फिबोनाची संख्याएँ
n पंक्तियाँ → शीर्ष
(2n – 1)वाँ पद

निचली पंक्ति में विरहांक-फिबोनाची संख्याएँ

तालिका : 2, 3, 5 से बने छह गुणनफल

गुणनफल	मान	गुणनफल	मान
23 × 5	115	32 × 5	160 (सबसे बड़ा)
25 × 3	75	35 × 2	70
52 × 3	156	53 × 2	106

तालिका : विभाज्यता की चालें

चाल	बीजगणित	विभाज्य
ab – ba (b > a)	(10b + a) – (10a + b) = 9(b – a)	9
ab + ba	(10a + b) + (10b + a) = 11(a + b)	11
abc + bca + cab	111(a + b + c) = 3 × 37 × (a + b + c)	37 और 3
abcabc	1001 × abc = 7 × 11 × 13 × abc	7, 11, 13

फ्लोचार्ट : शब्द-प्रश्न हल करना

पढ़ो और अज्ञात के लिए अक्षर चुनो ➤ शर्तों को समीकरण में लिखो ➤ समीकरण को चरण-दर-चरण हल करो ➤ प्रश्न से जाँचो ➤ इकाई सहित उत्तर लिखो

पाठ्यपुस्तक के चरण-दर-चरण हल

पाठ के प्रश्न (पृ.135–136) : चाल (दुगुना करो, 4 जोड़ो, आधा करो, मूल संख्या घटाओ) में क्या बदलें कि अंतिम उत्तर 3 हो ? 5 हो ? क्या उसी अंतिम मान वाली अधिक जटिल चाल बन सकती है ?

उत्तर : चरण 1 : चाल से $x \to 2x \to 2x + 4 \to x + 2 \to 2$ मिलता है। अंतिम उत्तर जोड़ी गई संख्या का आधा है।

चरण 2 (उत्तर 3) : 4 की जगह **6** जोड़ो : $x \to 2x \to 2x + 6 \to x + 3 \to (x + 3) - x = \mathbf{3}$।

चरण 3 (उत्तर 5) : 10 जोड़ो : $2x + 10 \to x + 5 \to \mathbf{5}$।

चरण 4 (लंबी चाल) : x सोचो → 3 से गुणा (3x) → 9 जोड़ो (3x + 9) → 3 से भाग (x + 3) → मूल संख्या x घटाओ → **3**। जिस भी चरण-क्रम में x कट जाए वह चलेगा।

गणित चर्चा (तारीख की चाल) : चरण बदलने पर घटाने वाली संख्या (165) बदल जाती है – अपने चरणों के लिए बीजगणित दोबारा करो और जो अचर मिले वह घटाओ।

पाठ के प्रश्न (पृ.137) : यदि अंतिम उत्तर (i) 1269 (ii) 394 (iii) 296 हों तो तारीखें ज्ञात करो।

उत्तर : चरण 1 : उत्तर = 100M + 165 + D, इसलिए पहले 165 घटाओ।

(i) – चरण 2 : 1269 – 165 = 1104। **चरण 3 :** अंतिम दो अंक 04 ⇒ D = 4 और बाकी 11 ⇒ M = 11 ⇒ **4 नवंबर** (4/11)।

(ii) – चरण 4 : 394 – 165 = 229 ⇒ D = 29, M = 2 ⇒ **29 फ़रवरी** (केवल लीप वर्ष में संभव)।

(iii) – चरण 5 : 296 – 165 = 131 ⇒ D = 31, M = 1 ⇒ **31 जनवरी**।

पाठ के प्रश्न (पृ.137–139) : संख्या पिरामिड भरो – (a) निचली पंक्ति 6, 2 ; (b) निचली पंक्ति 3, 4, 3 ; (c) निचली पंक्ति 5, 4, 5, 0 ; और 'निम्न पिरामिड भरो' के तीन पिरामिड (शीर्ष 50, 40 वाला, 35)।

उत्तर : नियम : हर संख्या = उसके नीचे की दो संख्याओं का योग।

(a) – चरण 1 : शीर्ष = 6 + 2 = **8**।

(b) – चरण 1 : बीच की पंक्ति : 3 + 4 = 7 और 4 + 3 = 7। **चरण 2 :** शीर्ष = 7 + 7 = **14**।

(c) – चरण 1 : पंक्ति 3 : 5 + 4 = 9, 4 + 5 = 9, 5 + 0 = 5। **चरण 2 :** पंक्ति 2 : 9 + 9 = 18, 9 + 5 = 14। **चरण 3 :** शीर्ष = 18 + 14 = **32**।

शीर्ष 50 वाला पिरामिड (निचली 4, x, 6, y; पंक्ति 2 में 22) – चरण 1 : पंक्ति 3 = 4 + x, x + 6, 6 + y। **चरण 2 :** पंक्ति 2 दायाँ = (x + 6) + (6 + y) = 22 ⇒ x + y = 10। **चरण 3 :** पंक्ति 2 बायाँ

= (4 + x) + (x + 6) = 2x + 10 और शीर्ष = (2x + 10) + 22 = 50 ⇒ 2x = 18 ⇒ x = 9, y = 1।

चरण 4: पिरामिड : निचली 4, 9, 6, 1; पंक्ति 3: 13, 15, 7; पंक्ति 2: 28, 22; शीर्ष 50 ✓।

40 और 9 वाला पिरामिड (निचली 5, x, 7, y) – चरण 1: पंक्ति 3 दायाँ = 7 + y = 9 ⇒ y = 2। **चरण 2:** पंक्ति 2 बायाँ = (5 + x) + (x + 7) = 40 ⇒ 2x + 12 = 40 ⇒ x = 14। **चरण 3:** पंक्ति 3: 19, 21, 9; पंक्ति 2: 40, 30; शीर्ष **70**।

शीर्ष 35 वाला पिरामिड (निचली 3, 5, m, n; पंक्ति 3 दायाँ = 7) – चरण 1: m + n = 7। **चरण 2:** पंक्ति 3: 8, 5 + m, 7; पंक्ति 2: 13 + m और 12 + m; शीर्ष = 25 + 2m = 35 ⇒ m = 5, n = 2। **चरण 3:** पंक्ति 3: 8, 10, 7; पंक्ति 2: 18, 17; शीर्ष 35 ✓। (दी गई संख्याओं की स्थिति चित्र से पढ़ी।)

Figure it Out (पृ.140) प्र.1–प्र.3: (1) निचली पंक्तियों (4, 13, 8), (7, 11, 3), (10, 14, 25) के लिए शीर्ष संख्या; (2) 4-पंक्ति पिरामिड के शीर्ष का व्यंजक; (3) निचली पंक्तियों (8, 19, 21, 13), (7, 18, 19, 6), (9, 7, 5, 11) के लिए शीर्ष संख्या।

उत्तर: प्र.1 – चरण 1: निचली a, b, c वाले 3-पंक्ति पिरामिड का शीर्ष **a + 2b + c** है (बीच की पंक्ति a + b, b + c; शीर्ष a + 2b + c)।

चरण 2: (4, 13, 8): 4 + 26 + 8 = **38**।

चरण 3: (7, 11, 3): 7 + 22 + 3 = **32**।

चरण 4: (10, 14, 25): 10 + 28 + 25 = **63**।

प्र.2 – चरण 1: निचली पंक्ति a, b, c, d। पंक्ति 3: a + b, b + c, c + d। **चरण 2:** पंक्ति 2: (a + b) + (b + c) = a + 2b + c और (b + c) + (c + d) = b + 2c + d। **चरण 3:** शीर्ष = (a + 2b + c) + (b + 2c + d) = **a + 3b + 3c + d**।

प्र.3 – चरण 1: a + 3b + 3c + d लगाओ।

(8, 19, 21, 13): 8 + 57 + 63 + 13 = **141**।

(7, 18, 19, 6): 7 + 54 + 57 + 6 = **124**।

(9, 7, 5, 11): 9 + 21 + 15 + 11 = **56**।

Figure it Out (पृ.140) प्र.4–प्र.6: पिरामिड की निचली पंक्ति में विरहांक–फिबोनाची संख्याएँ 1, 2, 3, 5, … – (4) तीन पंक्तियाँ; (5) (i) चार पंक्तियाँ (ii) 29 पंक्तियाँ; (6) n पंक्तियाँ।

उत्तर: प्र.4 – चरण 1: निचली पंक्ति 1, 2, 3। **चरण 2:** पंक्ति 2: 1 + 2 = 3 और 2 + 3 = 5। **चरण 3:** शीर्ष = 3 + 5 = **8**। **चरण 4:** पिरामिड की संख्याएँ 1, 2, 3, 3, 5, 8 हैं – **हाँ, सब विरहांक–फिबोनाची संख्याएँ हैं** (3 दो बार आता है)।

प्र.5(i) – चरण 1: निचली 1, 2, 3, 5। पंक्ति 3: 3, 5, 8। पंक्ति 2: 8, 13। शीर्ष = **21**। **चरण 2:** सब संख्याएँ (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21) विरहांक–फिबोनाची हैं और 21 सातवाँ पद है।

(ii) – चरण 3: 2, 3, 4 पंक्तियों के शीर्ष 3रा, 5वाँ, 7वाँ पद (3, 8, 21) हैं, और 5 पंक्तियों के लिए 9वाँ (55)। अत: n-पंक्ति पिरामिड का शीर्ष **(2n – 1)वाँ पद** है। **चरण 4:** 29 पंक्तियों के लिए: **57वीं** विरहांक–फिबोनाची संख्या (कंप्यूटर से: 591286729879)। पिरामिड की हर संख्या फिर

विरहांक–फिबोनाची है।

प्र.6 – चरण 5: n पंक्तियों में, निचली पंक्ति में पहले n पद हों तो **पिरामिड की हर संख्या विरहांक–फिबोनाची है** और **शीर्ष (2n – 1)वाँ पद** है। (पैटर्न n = 2 से 7 कंप्यूटर पर जाँचकर मिला; कारण: हर पंक्ति फिबोनाची नियम दोहराती है।)

कैलेंडर जादू और बीजगणित ग्रिड (पृ.141–142): (a) अपनी कैलेंडर चाल (गणित चर्चा); (b) 'आकृतियों के मान ज्ञात करो' – ग्रिड 1 (पंक्तियाँ: ■ ■ ● = 27, ● ● ■ = 21, ● ■ ● = ?) और ग्रिड 2 (पंक्तियाँ: ● ◆ ◆ = 18, ◆ ● ● = 15, ◆ ● ● = ?, और नीचे की पंक्ति)।

उत्तर: (a) अपनी चाल – चरण 1: तारीखों का 3 × 3 वर्ग लो जिसकी बीच की तारीख m हो: संख्याएँ m – 8, m – 7, m – 6, m – 1, m, m + 1, m + 6, m + 7, m + 8। **चरण 2:** योग = **9m**, इसलिए **योग ÷ 9 = बीच की संख्या** और बाकी आठ मिल जाती हैं। (दूसरी: 5 तारीखों के जोड़-आकार का योग 5m।)

(b) ग्रिड 1 – चरण 1: ■ = s और ● = c मानो। पंक्ति 1: 2s + c = 27; पंक्ति 2: 2c + s = 21। **चरण 2:** पंक्ति 1 से c = 27 – 2s। **चरण 3:** पंक्ति 2 में रखो: 2(27 – 2s) + s = 21 ⇒ 54 – 3s = 21 ⇒ s = **11**, अतः c = 27 – 22 = **5**। **चरण 4:** खाली खाना (● ■ ●) = 5 + 11 + 5 = **21**।

ग्रिड 2 – चरण 1: ● = o और ◆ = d मानो। पंक्ति 1: o + 2d = 18; पंक्ति 2: d + 2o = 15। **चरण 2:** o = 18 – 2d ⇒ d + 2(18 – 2d) = 15 ⇒ 36 – 3d = 15 ⇒ d = **7**, o = 18 – 14 = **4**। **चरण 3:** पंक्ति 3 का खाना (◆ ● ●) = 7 + 4 + 4 = **15**। **चरण 4:** नीचे की पंक्ति (मेरे पढ़ने से: स्तंभ-योग): स्तंभ 1 = ● + ◆ + ◆ = 18; स्तंभ 2 = ◆ + ● + ● = 15; स्तंभ 3 = 15; अंतिम खाना = 18 + 15 + 15 = **48**।

Figure it Out (पृ.144) प्र.1–प्र.2: अंक (1, 3, 7) और (3, 5, 9) को खानों में (2-अंकीय × 1-अंकीय) ऐसे भरो कि गुणनफल सबसे बड़ा हो।

उत्तर: नियम (पुस्तक में सिद्ध): सबसे बड़ा अंक गुणक हो और बाकी दो अंक 2-अंकीय संख्या में **घटते क्रम** में हों।

प्र.1 – चरण 1: अंक 1, 3, 7: गुणक 7; बाकी अंक घटते क्रम में 31। **चरण 2:** सबसे बड़ा गुणनफल = **31 × 7 = 217**।

चरण 3 (जाँच): 71 × 3 = 213, 73 × 1 = 73, 37 × 1 = 37, 13 × 7 = 91, 17 × 3 = 51 – सब 217 से छोटे ✓।

प्र.2 – चरण 1: अंक 3, 5, 9: गुणक 9; बाकी घटते क्रम में 53। **चरण 2:** सबसे बड़ा गुणनफल = **53 × 9 = 477**।

चरण 3 (जाँच): 93 × 5 = 465, 95 × 3 = 285, 35 × 9 = 315, 59 × 3 = 177, 39 × 5 = 195 – सब 477 से छोटे ✓।

विभाज्यता की चालें (पृ.145) प्र.1–प्र.4: (1) मुक्ता की चाल में भागफल; (2) संख्या और उसके उलटे का योग – क्या 11 से विभाज्य?; (3) abc + bca + cab – क्या 37 से? 3 से?; (4) abcabc ÷

7 ÷ 11 ÷ 13।

उत्तर: प्र.1 – चरण 1: संख्या ab (a < b), उलटी ba। अंतर = (10b + a) – (10a + b) = 9b – 9a = 9(b – a)। **चरण 2:** 9 से भाग देने पर भागफल = **b – a**, दोनों अंकों का अंतर (जैसे 74 – 47 = 27, 27 ÷ 9 = 3 = 7 – 4)।

प्र.2 – चरण 1: ab + ba = (10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = **11(a + b)**। **चरण 2:** अतः योग **सदा 11 से विभाज्य** है (31 + 13 = 44 = 11 × 4; 28 + 82 = 110 = 11 × 10), और भागफल a + b है।

प्र.3 – चरण 1: abc = 100a + 10b + c; bca = 100b + 10c + a; cab = 100c + 10a + b। **चरण 2:** योग = 111a + 111b + 111c = **111(a + b + c)**। **चरण 3:** 111 = 3 × 37, इसलिए योग सदा **37** से और **3** से भी विभाज्य है।

प्र.4 – चरण 1: abcabc = 1000 × abc + abc = **1001 × abc**। **चरण 2:** 7 × 11 × 13 = 1001। **चरण 3:** 7, फिर 11, फिर 13 से भाग देने पर फिर **abc** (मूल 3-अंकीय संख्या) मिलती है।

Figure it Out (पृ.145–146) प्र.5–प्र.6: (5) जादुई तालाब जो फूल दुगुने कर दें, 3 मंदिरों में बराबर फूल रखे – शुरू में कितने फूल और हर मंदिर में कितने; (6) 55 सिर और 150 पैर – घोड़े और मुर्गियाँ (बिना अक्षर-संख्या से भी)।

उत्तर: प्र.5 – चरण 1: मान लो व्यक्ति के पास शुरू में x फूल हैं और वह हर मंदिर में k रखता है। **चरण 2:** तालाब 1: 2x; k रखने पर 2x – k बचे। **चरण 3:** तालाब 2: 2(2x – k) = 4x – 2k; k रखने पर 4x – 3k बचे। **चरण 4:** तालाब 3: 2(4x – 3k) = 8x – 6k, और ये सब रखे गए ⇒ 8x – 6k = k ⇒ 8x = 7k। **चरण 5:** सबसे छोटी पूर्ण संख्याएँ: x = **7**, k = **8**। **जाँच:** 7 → 14 → 8 रखे → 6 → 12 → 8 रखे → 4 → 8 → 8 रखे ✓। (अन्य उत्तर: 14 और 16, 21 और 24 … गुणजों में।)

प्र.6 (अक्षर से) – चरण 1: घोड़े h, मुर्गियाँ 55 – h। **चरण 2:** पैर: 4h + 2(55 – h) = 150 ⇒ 2h + 110 = 150 ⇒ h = **20 घोड़े**, मुर्गियाँ = **35**।

अक्षर के बिना – चरण 3: यदि सब 55 मुर्गियाँ होतीं तो पैर = 55 × 2 = 110। **चरण 4:** असल पैर 150 – 110 = 40 अधिक हैं। **चरण 5:** हर घोड़े के मुर्गी से 2 पैर अधिक ⇒ घोड़े = 40 ÷ 2 = **20**, मुर्गियाँ = 55 – 20 = **35**।

Figure it Out (पृ.146) प्र.7–प्र.9: (7) माँ की उम्र बेटी की 5 गुनी है; 6 वर्ष बाद 3 गुनी – बेटी की आयु; (8) गौरी और नैना की गायें; (9) डोसा ठेला: किराया ₹5000 प्रतिदिन, एक डोसे की लागत ₹10 – (i) 100 डोसे पर ₹2000 लाभ के लिए बिक्री मूल्य (ii) मूल्य ₹50 हो तो डोसों की संख्या।

उत्तर: प्र.7 – चरण 1: बेटी = d, माँ = 5d। **चरण 2:** 6 वर्ष बाद: माँ 5d + 6, बेटी d + 6, और 5d + 6 = 3(d + 6)। **चरण 3:** 5d + 6 = 3d + 18 ⇒ 2d = 12 ⇒ d = **6**। **चरण 4:** बेटी **6 वर्ष** की है (माँ 30)। जाँच: 6 वर्ष बाद 36 = 3 × 12 ✓।

प्र.8 – चरण 1: गौरी के पास g गायें, नैना के पास 2g। **चरण 2:** नैना 3 दे तो: नैना 2g – 3, गौरी g + 3, बराबर ⇒ 2g – 3 = g + 3 ⇒ g = **6**। **चरण 3:** गौरी की **6** गायें, नैना की **12** गायें। जाँच: 12 – 3 = 9 = 6 + 3 ✓।

प्र.9(i) – चरण 1 : मूल्य p। लाभ = आय – खर्च = 100p – (5000 + 100 × 10) = 100p – 6000।
चरण 2 : 100p – 6000 = 2000 ⇒ 100p = 8000 ⇒ p = **₹80**।
(ii) – चरण 3 : मूल्य ₹50, n डोसे : लाभ = 50n – (5000 + 10n) = 40n – 5000 = 2000। **चरण 4 :** 40n = 7000 ⇒ n = **175 डोसे**।

Figure it Out (पृ.146) प्र.10 : 1/3, (1 + 3)/(5 + 7), (1 + 3 + 5)/(7 + 9 + 11), … का मान निकालो। तुम क्या देखते हो? ऐसा क्यों होता है?

उत्तर : चरण 1 : 1/3 = 1/3। **चरण 2 :** (1 + 3)/(5 + 7) = 4/12 = 1/3। **चरण 3 :** (1 + 3 + 5)/(7 + 9 + 11) = 9/27 = 1/3।
अवलोकन : हर भिन्न **1/3** के बराबर है।
क्यों – चरण 4 : अंश पहली n विषम संख्याओं का योग = n^2। **चरण 5 :** हर अगली n विषम संख्याओं का योग है, यानी (n + 1)वीं से (2n)वीं विषम संख्या = (पहली 2n विषम संख्याओं का योग) – (पहली n का योग) = $(2n)^2 - n^2 = 4n^2 - n^2 =$ **$3n^2$**। **चरण 6 :** भिन्न = $n^2/3n^2 =$ **1/3**।

Figure it Out (पृ.147) प्र.11 : करीम और जिन्न – (i) करीम के पास शुरू में कितने सिक्के थे; (ii) प्रति चक्कर कितना शुल्क हो तो उसे लाभ हो; (iii) प्रति चक्कर कितना शुल्क हो कि जिन्न उसके सारे सिक्के ले ले।

उत्तर : (i) – चरण 1 : मान लो करीम के पास शुरू में x सिक्के हैं। **चरण 2 :** चक्कर 1 : 2x, 8 दिए ⇒ 2x – 8। **चरण 3 :** चक्कर 2 : 2(2x – 8) = 4x – 16, 8 दिए ⇒ 4x – 24। **चरण 4 :** चक्कर 3 : 2(4x – 24) = 8x – 48 और यह ठीक 8 (शुल्क) है ⇒ 8x – 48 = 8 ⇒ 8x = 56 ⇒ x = **7 सिक्के**।
जाँच : 7 → 14 – 8 = 6 → 12 – 8 = 4 → 8 – 8 = 0 ✓।
(ii) – चरण 5 : प्रति चक्कर शुल्क c और 3 चक्कर : x → 2x – c → 4x – 3c → 8x – 7c। **चरण 6 :** लाभ तब जब 8x – 7c > x ⇒ 7x > 7c ⇒ **c < x**। अतः करीम को तभी मानना चाहिए जब **प्रति चक्कर शुल्क उसके शुरुआती सिक्कों से कम** हो (उसके लिए 7 से कम)।
(iii) – चरण 7 : जिन्न को सब मिलता है जब अंतिम दुगुने के बाद करीम के पास ठीक c बचे : 8x – 6c = c ⇒ c = 8x/7 (3 चक्करों के लिए)। x = 7 के लिए यह **8 सिक्के** है – ठीक जो जिन्न ने माँगा। (n चक्करों के लिए : $c = 2^n x/(2^n - 1)$।)

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 1 अंक

1. चाल सरल करो : x सोचो, 3 से गुणा, 12 जोड़ो, 3 से भाग, x घटाओ। (1)

उत्तर : 3x → 3x + 12 → x + 4 → 4।

2. निचली पंक्ति a, b, c वाले संख्या पिरामिड का शीर्ष क्या है? (1)

उत्तर : a + 2b + c।

3. निचली पंक्ति 2, 3, 4 वाले पिरामिड का शीर्ष? (1)

उत्तर : 2 + 6 + 4 = 12।

4. पहली पाँच विरहांक-फिबोनाची संख्याएँ? (1)

उत्तर: 1, 2, 3, 5, 8।

5. कैलेंडर के 2 × 2 ग्रिड में ऊपरी-बायाँ a हो तो योग क्या? (1)

उत्तर: 4a + 16।

6. अंक 2, 4, 6 से (2-अंकीय × 1-अंकीय) सबसे बड़ा गुणनफल? (1)

उत्तर: 42 × 6 = 252।

7. ab − ba (b > a) किसके बराबर है? (1)

उत्तर: 9(b − a)।

8. ab + ba सदा किस संख्या से विभाज्य होता है? (1)

उत्तर: 11।

9. abc + bca + cab = ? (1)

उत्तर: 111(a + b + c)।

10. 7 × 11 × 13 क्या है? (1)

उत्तर: 1001।

11. तारीख की चाल में अंतिम उत्तर 100M + 165 + D है। उत्तर में से क्या घटाते हैं? (1)

उत्तर: 165।

12. माँ की उम्र बेटे की 4 गुनी है। इसे समीकरण में लिखो (माँ m, बेटा s)। (1)

उत्तर: m = 4s।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 3 अंक

1. बीजगणित से दिखाओ कि x सोचो, 5 जोड़ो, दुगुना करो, 10 घटाओ, 2x घटाओ – सदा 0 देता है। (3)

उत्तर: x → x + 5 → 2x + 10 → 2x + 10 − 10 = 2x → 2x − 2x = 0।

2. निचली पंक्ति 3, x, 5 वाले पिरामिड को भरो जिसका शीर्ष 40 है। (3)

उत्तर: शीर्ष = 3 + 2x + 5 = 40 ⇒ 2x = 32 ⇒ x = 16। बीच की पंक्ति: 19, 21; शीर्ष 40।

3. कैलेंडर के 2 × 2 खंड का योग 52 है। चारों संख्याएँ ज्ञात करो। (3)

उत्तर: 4a + 16 = 52 ⇒ 4a = 36 ⇒ a = 9। संख्याएँ: 9, 10, 16, 17।

4. दिखाओ कि 2-अंकीय संख्या और उसके उलटे का योग 11 से विभाज्य है। 47 से जाँचो। (3)

उत्तर: (10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)। 47 के लिए: 47 + 74 = 121 = 11 × 11।

5. पिता की उम्र पुत्र से 4 गुनी है। 10 वर्ष बाद वह दुगुनी होगी। उनकी वर्तमान उम्र ज्ञात करो। (3)

उत्तर: पुत्र s, पिता 4s। 4s + 10 = 2(s + 10) ⇒ 4s + 10 = 2s + 20 ⇒ 2s = 10 ⇒ s = 5। पुत्र 5 वर्ष, पिता 20 वर्ष।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 5 अंक

1. सिद्ध करो कि 3-अंकीय संख्या और उसके दो चक्रीय पुनर्विन्यासों का योग abc + bca + cab, 37 और 3 से विभाज्य है। 214 से जाँचो। (5)

उत्तर: चरण 1: abc = 100a + 10b + c, bca = 100b + 10c + a, cab = 100c + 10a + b।

चरण 2: योग = 111a + 111b + 111c = 111(a + b + c)।

चरण 3: 111 = 3 × 37, अतः योग 3 और 37 से विभाज्य है।

चरण 4: 214 के लिए: 214 + 142 + 421 = 777 = 111 × 7 = 37 × 21 = 3 × 259 ✓।

2. एक खेत में मुर्गियाँ और गायें हैं। कुल सिर 40 और पैर 110 हैं। अक्षर-संख्या से और बिना उसके, दोनों की संख्या ज्ञात करो। (5)

उत्तर: अक्षर से: गायें c, मुर्गियाँ 40 − c। 4c + 2(40 − c) = 110 ⇒ 2c + 80 = 110 ⇒ c = 15; मुर्गियाँ = 25।

अक्षर के बिना: यदि सब 40 मुर्गियाँ होतीं तो पैर = 80। अतिरिक्त पैर = 110 − 80 = 30। हर गाय 2 पैर जोड़ती है ⇒ गायें = 15, मुर्गियाँ = 25।

जाँच: 15 × 4 + 25 × 2 = 60 + 50 = 110 ✓।

3. 4-पंक्ति संख्या पिरामिड की निचली पंक्ति 5, a, b, 3 है और शीर्ष 62 है। a + b ज्ञात करो और एक जोड़ी (a, b) दो। (5)

उत्तर: चरण 1: 4-पंक्ति पिरामिड का शीर्ष = पहली + 3×दूसरी + 3×तीसरी + चौथी।

चरण 2: 5 + 3a + 3b + 3 = 62।

चरण 3: 3a + 3b = 54 ⇒ a + b = 18।

चरण 4: जैसे a = 8, b = 10: पंक्ति 3 = 13, 18, 13; पंक्ति 2 = 31, 31; शीर्ष = 62 ✓।