

Chapter Review

- **Circle basics:** The perimeter of a circle is called its circumference $= 2\pi r = \pi d$, and its area $= \pi r^2$, where r is the radius, d the diameter and $\pi = 22/7$ or 3.14 (approx). π is the ratio of the circumference of a circle to its diameter. Use $22/7$ when the radius is a multiple of 7; otherwise as told in the question.
- **Sector of a circle:** The portion of a circle enclosed by two radii and the corresponding arc is called a sector. The smaller one is the minor sector and the larger is the major sector. The angle between the two radii is the angle of the sector (θ). Angle of major sector $= 360^\circ - \theta$.
- **Length of an arc:** For a sector with radius r and angle θ (in degrees), the length of the arc is $l = (\theta/360^\circ) \times 2\pi r$. Example: arc of angle 60° in a circle of radius 21 cm: $l = (60/360) \times 2 \times (22/7) \times 21 = 22$ cm.
- **Area of a sector:** Area of the sector of angle $\theta = (\theta/360^\circ) \times \pi r^2$. Also area of sector $= \frac{1}{2} l r$, where l is the arc length. Area of major sector $= \pi r^2 - \text{area of minor sector}$. Example: area of the sector with $r = 4$ cm and $\theta = 30^\circ = (30/360) \times 3.14 \times 16 = 4.19$ cm².
- **Segment of a circle:** The region enclosed by a chord and the corresponding arc is called a segment (minor and major). Area of the minor segment $= \text{area of the sector} - \text{area of the triangle formed by the two radii and the chord}$. For angle θ : Area of segment $= (\theta/360^\circ) \times \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$. (For $\theta = 60^\circ$, triangle is equilateral with area $(\sqrt{3}/4) r^2$.)
- **Area of triangle:** Area $= \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}$. Equilateral triangle of side a : area $= (\sqrt{3}/4) a^2$. Right triangle: $\frac{1}{2} \times \text{product of the sides forming the right angle}$. Area of a segment can also be found with the triangle's base and height using trigonometric ratios.

- Plane figure areas: Square (side a) = a^2 . Rectangle = $l \times b$. Parallelogram = base $\times$ height. Trapezium = $\frac{1}{2} (a + b) h$. Rhombus = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ (d_1, d_2 diagonals). Perimeter of a semicircle = $\pi r + 2r$; area of a semicircle = $\frac{1}{2} \pi r^2$. Area of a ring (annulus) = $\pi (R^2 - r^2)$.
- Combination of figures: To find the area of a shaded region, break it into known shapes and add or subtract. Example: a square of side 28 cm contains four equal circles of diameter 14 cm. Shaded area = square - 4 circles = $784 - 4 \times (\frac{22}{7}) \times 49 = 784 - 616 = 168 \text{ cm}^2$. Clock-hand and wiper problems use sector areas and arc lengths; for a minute hand of length r moving for t minutes, the angle is $6t$ degrees.

Key Terms

Circumference – Perimeter of a circle, $2\pi r$.

Area of Circle – πr^2 .

Arc – A part of the circumference of a circle.

Sector – Region between two radii and the arc.

Minor Sector – The smaller sector, angle less than 180° .

Major Sector – The larger sector, angle more than 180° .

Segment – Region between a chord and its arc.

Angle of Sector – Angle θ between the two bounding radii.

Arc Length – $(\theta/360^\circ) \times 2\pi r$.

Sector Area – $(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$.

Annulus – Ring between two concentric circles; area $\pi (R^2 - r^2)$.

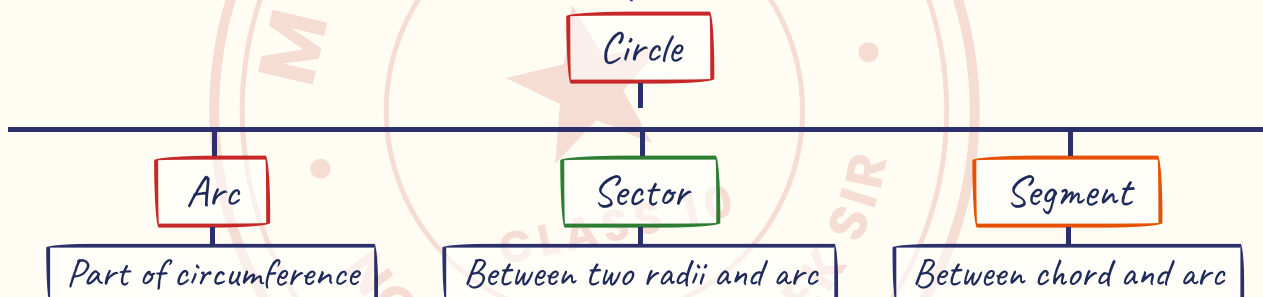
Quadrant – A sector with an angle of 90° ; area $\pi r^2/4$.

Diagrams / Flowcharts

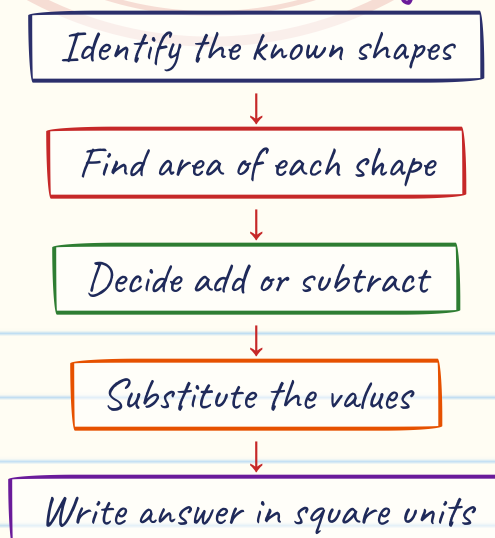
Circle Formulae

Quantity	Formula
Circumference	$2\pi r$
Area	πr^2
Arc length	$(\theta/360^\circ) \times 2\pi r$
Sector area	$(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$
Segment area	Sector - triangle
Ring area	$\pi(R^2 - r^2)$

Parts of a Circle



Area of a Shaded Region



Sector vs Segment

Sector

- Bounded by two radii and arc
- Area = $(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$

Segment

- Bounded by chord and arc
- Area = sector - triangle

Textbook Exercise Questions

Q.1 Find the area of a sector of a circle of radius 4 cm and angle 30° . ($\pi = 3.14$)

Ans. Area = $(30/360) \times 3.14 \times 4 \times 4 = 4.19 \text{ cm}^2$ (approximately).

Q.2 Find the length of the arc of a circle of radius 21 cm subtending an angle of 60° at the centre.

Ans. $l = (60/360) \times 2 \times (22/7) \times 21 = 22 \text{ cm}$.

Q.3 A chord of a circle of radius 10 cm subtends a right angle at the centre. Find the area of the minor segment. ($\pi = 3.14$)

Ans. Sector area = $(90/360) \times 3.14 \times 100 = 78.5 \text{ cm}^2$. Triangle area = $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50 \text{ cm}^2$. Segment = $78.5 - 50 = 28.5 \text{ cm}^2$.

Q.4 The minute hand of a clock is 14 cm long. Find the area swept by it in 5 minutes.

Ans. In 5 minutes it turns 30° . Area = $(30/360) \times (22/7) \times 14 \times 14 = 154/3 = 51.33 \text{ cm}^2$.

Q.5 A square of side 28 cm has four equal circles inside (each touching the others). Find the area of the shaded portion.

Ans. Radius of each circle = 7 cm. Shaded = $28^2 - 4 \times (22/7) \times 49 = 784 - 616 = 168 \text{ cm}^2$.

Q.6 A circular park has radius 35 m. A path 7 m wide surrounds it. Find the area of the path.

Ans. Outer radius = 42 m. Area = $(22/7)(42^2 - 35^2) = (22/7)(539) = 1694 \text{ m}^2$.

Important Board-Pattern Questions (with Solutions)

Q.1 [1 mark] Write the formula for the area of a sector of angle θ in a circle of radius r .

Ans. $(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$.

Q.2 [1 mark] Find the circumference of a circle whose radius is 7 cm.

Ans. $2 \times (22/7) \times 7 = 44 \text{ cm}$.

Q.3 [2 marks] Find the area of a quadrant of a circle whose circumference is 22 cm.

Ans. $2\pi r = 22$, so $r = 3.5$. Area = $\frac{1}{4} \times (22/7) \times 3.5 \times 3.5 = 9.625 \text{ cm}^2$.

Q.4 [2 marks] A wheel has diameter 84 cm. How many complete revolutions does it make to cover 6.6 km?

Ans. Circumference = $(22/7) \times 84 = 264 \text{ cm}$. 6.6 km = 660000 cm.

Revolutions = $660000/264 = 2500$.

Q.5 [3 marks] Find the area of the segment of a circle of radius 12 cm and central angle 60° . ($\sqrt{3} = 1.73$, $\pi = 3.14$)

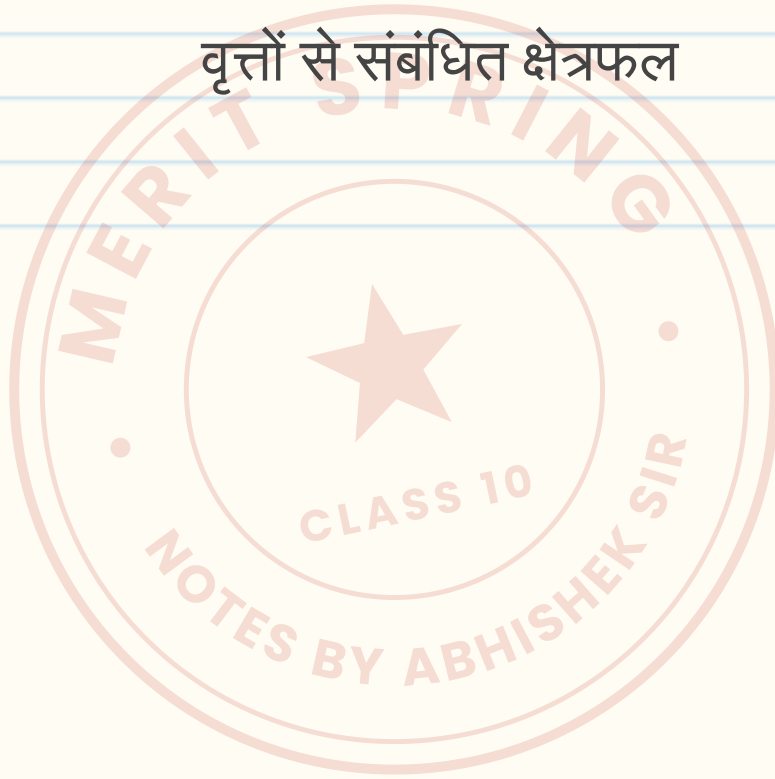
Ans. Sector = $(60/360) \times 3.14 \times 144 = 75.36 \text{ cm}^2$. Triangle = $(\sqrt{3}/4) \times 144 = 62.28 \text{ cm}^2$. Segment = $75.36 - 62.28 = 13.08 \text{ cm}^2$.

Q.6 [3 marks] In a circle of radius 21 cm, an arc subtends 60° at the centre. Find (i) the length of the arc (ii) the area of the sector.

Ans. (i) 22 cm. (ii) $(60/360) \times (22/7) \times 441 = 231 \text{ cm}^2$.

HINDI VERSION

वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल



अध्याय समीक्षा

- वृत्त की मूल बातें: वृत्त की परिधि $2\pi r = \pi d$ और क्षेत्रफल πr^2 होता है, जहाँ r त्रिज्या, d व्यास और $\pi = 22/7$ या 3.14 (लगभग) है। π वृत्त की परिधि और व्यास का अनुपात है। त्रिज्या 7 का गुणज हो तो $22/7$ लें; अन्यथा प्रश्न के अनुसार।
- वृत्त का त्रिज्यखंड (सेक्टर): दो त्रिज्याओं और संगत चाप से घिरा वृत्त का भाग त्रिज्यखंड कहलाता है। छोटा त्रिज्यखंड लघु और बड़ा त्रिज्यखंड दीर्घ कहलाता है। दोनों त्रिज्याओं के बीच का कोण त्रिज्यखंड का कोण (θ) है। दीर्घ त्रिज्यखंड का कोण $= 360^\circ - \theta$ ।
- चाप की लंबाई: त्रिज्या r और कोण θ (अंशों में) वाले त्रिज्यखंड के चाप की लंबाई $l = (\theta/360^\circ) \times 2\pi r$ होती है। उदाहरण: त्रिज्या 21 cm के वृत्त में 60° कोण का चाप: $l = (60/360) \times 2 \times (22/7) \times 21 = 22 \text{ cm}$ ।
- त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल: कोण θ वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= (\theta/360^\circ) \times \pi r^2$ । साथ ही त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} l r$, जहाँ l चाप की लंबाई है। दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \pi r^2 - \text{लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल}$ । उदाहरण: $r = 4 \text{ cm}$ और $\theta = 30^\circ$ वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= (30/360) \times 3.14 \times 16 = 4.19 \text{ cm}^2$ ।
- वृत्तखंड (सेगमेंट): जीवा और संगत चाप से घिरा क्षेत्र वृत्तखंड कहलाता है (लघु और दीर्घ)। लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल $= \text{त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} - \text{दो त्रिज्याओं और जीवा से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल}$ । कोण θ के लिए: वृत्तखंड का क्षेत्रफल $= (\theta/360^\circ) \times \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$ ($\theta = 60^\circ$ के लिए त्रिभुज समबाहु है जिसका क्षेत्रफल $(\sqrt{3}/4) r^2$ है)।
- त्रिभुज का क्षेत्रफल: क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$ । भुजा a वाले समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= (\sqrt{3}/4) a^2$ । समकोण त्रिभुज में समकोण बनाने वाली भुजाओं के गुणनफल का आधा। त्रिकोणमितीय अनुपातों से आधार और ऊँचाई निकालकर भी वृत्तखंड का क्षेत्रफल निकाला जा सकता है।
- समतल आकृतियों के क्षेत्रफल: वर्ग (भुजा a) $= a^2$ । आयत $= l \times b$ । समांतर चतुर्भुज $= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$ । समलंब $= \frac{1}{2} (a + b) h$ । समचतुर्भुज $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ (d_1, d_2 विकर्ण)। अर्धवृत्त का परिमाण $= \pi r + 2r$; क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \pi r^2$ । वलय (छल्ला) का क्षेत्रफल $= \pi(R^2 - r^2)$ ।

- आकृतियों का संयोजन: छायांकित भाग का क्षेत्रफल निकालने के लिए उसे ज्ञात आकृतियों में बाँटकर जोड़ें या घटाएँ। उदाहरण: 28 cm भुजा के वर्ग में 14 cm व्यास के चार बराबर वृत्त हैं। छायांकित क्षेत्रफल = वर्ग - 4 वृत्त = $784 - 4 \times (22/7) \times 49 = 784 - 616 = 168 \text{ cm}^2$ । घड़ी की सुई और वाइपर के प्रश्नों में त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल और चाप की लंबाई लगती है; r लंबाई की मिनट की सुई t मिनट में $6t$ अंश घूमती है।

मुख्य शब्दावली

परिधि - वृत्त का परिमाण, $2\pi r$ ।

वृत्त का क्षेत्रफल - πr^2 ।

चाप - वृत्त की परिधि का एक भाग।

त्रिज्यखंड - दो त्रिज्याओं और चाप के बीच का क्षेत्र।

लघु त्रिज्यखंड - छोटा त्रिज्यखंड, कोण 180° से कम।

दीर्घ त्रिज्यखंड - बड़ा त्रिज्यखंड, कोण 180° से अधिक।

वृत्तखंड - जीवा और उसके चाप के बीच का क्षेत्र।

त्रिज्यखंड का कोण - दोनों त्रिज्याओं के बीच का कोण θ ।

चाप की लंबाई - $(\theta/360^\circ) \times 2\pi r$ ।

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल - $(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$ ।

वलय - दो संकेंद्री वृत्तों के बीच का छल्ला; क्षेत्रफल $\pi(R^2 - r^2)$ ।

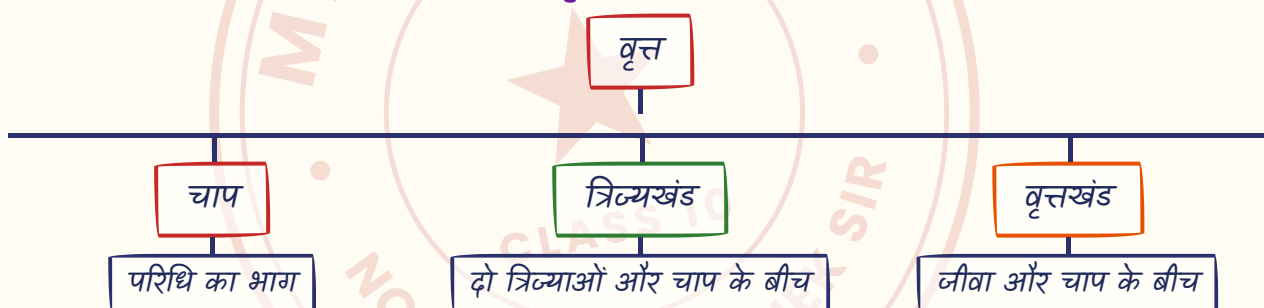
चतुर्थांश (क्वाड्रेंट) - 90° कोण वाला त्रिज्यखंड; क्षेत्रफल $\pi r^2/4$ ।

आरेख / फ्लोचार्ट

वृत्त के सूत्र

राशि	सूत्र
परिधि	$2\pi r$
क्षेत्रफल	πr^2
चाप की लंबाई	$(\theta/360^\circ) \times 2\pi r$
त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल	$(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$
वृत्तखंड का क्षेत्रफल	त्रिज्यखंड - त्रिभुज
वलय का क्षेत्रफल	$\pi(R^2 - r^2)$

वृत्त के भाग



छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल

ज्ञात आकृतियाँ पहचानें

प्रत्येक का क्षेत्रफल निकालें

जोड़ना या घटाना तय करें

मान रखें

उत्तर वर्ग इकाई में लिखें

त्रिज्यखंड बनाम वृत्तखंड

त्रिज्यखंड

- दो त्रिज्याओं और चाप से घिरा
- क्षेत्रफल = $(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$

वृत्तखंड

- जीवा और चाप से घिरा
- क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड - त्रिभुज

पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 4 cm त्रिज्या और 30° कोण वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$)

उत्तर- क्षेत्रफल = $(30/360) \times 3.14 \times 4 \times 4 = 4.19 \text{ cm}^2$ (लगभग)।

प्र.2 21 cm त्रिज्या के वृत्त के केंद्र पर 60° कोण बनाने वाले चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $l = (60/360) \times 2 \times (22/7) \times 21 = 22 \text{ cm}$

प्र.3 10 cm त्रिज्या के वृत्त की जीवा केंद्र पर समकोण बनाती है। लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$)

उत्तर- त्रिज्यखंड = $(90/360) \times 3.14 \times 100 = 78.5 \text{ cm}^2$ । त्रिभुज = $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50 \text{ cm}^2$
वृत्तखंड = $78.5 - 50 = 28.5 \text{ cm}^2$

प्र.4 घड़ी की मिनट की सुई 14 cm लंबी है। 5 मिनट में सुई द्वारा बूहारे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- 5 मिनट में सुई 30° घूमती है। क्षेत्रफल = $(30/360) \times (22/7) \times 14 \times 14 = 154/3 = 51.33 \text{ cm}^2$

प्र.5 28 cm भुजा के वर्ग के भीतर चार बराबर वृत्त हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या = 7 cm। छायांकित = $28^2 - 4 \times (22/7) \times 49 = 784 - 616 = 168 \text{ cm}^2$

प्र.6 35 m त्रिज्या के वृत्ताकार पार्क के चारों ओर 7 m चौड़ा रास्ता है। रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- बाहरी त्रिज्या = 42 m। क्षेत्रफल = $(22/7)(42^2 - 35^2) = (22/7)(539) = 1694 \text{ m}^2$

बोर्ड पैटर्न के महत्वपूर्ण प्रश्न (हल सहित)

प्र.1 [1 अंक] त्रिज्या r के वृत्त में कोण θ वाले त्रिज्यखंड के क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

उत्तर- $(\theta/360^\circ) \times \pi r^2$

प्र.2 [1 अंक] 7 cm त्रिज्या वाले वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $2 \times (22/7) \times 7 = 44 \text{ cm}$

प्र.3 [2 अंक] उस वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 cm है।

उत्तर- $2\pi r = 22$, अतः $r = 3.5$ । क्षेत्रफल $= \frac{1}{4} \times (22/7) \times 3.5 \times 3.5 = 9.625 \text{ cm}^2$

प्र.4 [2 अंक] पहिए का व्यास 84 cm है। 6.6 km दूरी तय करने में वह कितने पूर्ण चक्कर लगाएगा?

उत्तर- परिधि $= (22/7) \times 84 = 264 \text{ cm}$ । $6.6 \text{ km} = 660000 \text{ cm}$ । चक्कर $= 660000/264 = 2500$ ।

प्र.5 [3 अंक] 12 cm त्रिज्या और 60° केन्द्रीय कोण वाले वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.73$, $\pi = 3.14$)

उत्तर- त्रिज्यखंड $= (60/360) \times 3.14 \times 144 = 75.36 \text{ cm}^2$ । त्रिभुज $= (\sqrt{3}/4) \times 144 = 62.28 \text{ cm}^2$ । वृत्तखंड $= 75.36 - 62.28 = 13.08 \text{ cm}^2$ ।

प्र.6 [3 अंक] 21 cm त्रिज्या के वृत्त में चाप केंद्र पर 60° का कोण बनाता है। (i) चाप की लंबाई (ii) त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- (i) 22 cm। (ii) $(60/360) \times (22/7) \times 441 = 231 \text{ cm}^2$ ।