

Chapter Review

- Geometry starts with very small ideas. A point shows a place. A line segment is the shortest path between two points. A line is a segment that never ends on both sides. A ray starts at one point and goes on in one direction. When two rays start from the same point, they make an angle. This chapter teaches us how to name, compare, measure and draw angles.
- The size of an angle is the amount of turn (rotation) needed to take one arm to the other arm. It does NOT depend on how long the arms are. We can compare two angles by putting one over the other (superimposition) or by using a circle. To measure angles we use degrees: one full turn is 360° , a straight angle is 180° and a right angle is 90° . A protractor is the tool to measure and draw angles.
- Angles are of five kinds: acute (less than 90°), right (90°), obtuse (more than 90° but less than 180°), straight (180°) and reflex (more than 180° but less than 360°). Angles are everywhere around us – in clocks, doors, scissors, swings and books. If you understand the turn, you understand the angle!

Detailed Notes

1. Point

- Teacher says: put the sharp tip of a pencil on paper. The tiny dot you get is the idea of a POINT. A point shows an exact place. It has no length, no breadth and no height.
- We name a point with one capital letter, for example Point Z, Point P, Point T. Models of a point: tip of a compass, sharp end of a pencil, pointed end of a needle.

2. Line Segment

- Fold a paper and open it. The crease you see gives the idea of a **LINE SEGMENT**.
- Mark two points A and B and join them in many ways. The shortest route from A to B is a straight path. This shortest path (with A and B included) is the line segment AB . We can also write it as BA .
- A line segment has two end points, so it can be measured. Example: edge of your ruler, a pencil, side of a book.

3. Line

- Imagine the line segment AB is stretched beyond A on one side and beyond B on the other side, and it never ends. This is a **LINE**. We write it as line AB (with a double arrow on top) or by a small letter like l or m .
- We can never draw a complete line on paper because it goes on forever. We draw a small part and put arrows on both ends.
- Important: any two points give one and only one line passing through both of them.

4. Ray

- A ray is a part of a line. It starts at one point (the starting point or initial point) and goes on and on in one direction. Examples: beam of a torch, light from a lighthouse, rays of the Sun.
- If A is the starting point and P is another point on the ray, we write ray AP . The starting letter is always written first. So ray AP and ray PA are **NOT** the same.
- Ray OA can also be called ray OB if B lies on the same ray, because the starting point O is the same and the direction is the same.

5. Angle – Vertex and Arms

- Two rays that start from the same point make an angle. The common starting point is the VERTEX. The two rays are the ARMS of the angle.
- Naming: if the rays are BD and BE and the vertex is B , we write angle DBE or angle EBD , in short $\angle DBE$ or $\angle EBD$. The vertex is ALWAYS the middle letter. We show an angle by drawing a small curve near the vertex.
- We use one letter (like $\angle B$) only when there is no confusion. If many angles meet at one point (for example $\angle APB$, $\angle BPC$) we must use three letters. So $\angle APB$ cannot be written just as $\angle P$.
- Size of an angle: open a book cover a little – small angle. Open more – bigger angle. So the size of an angle is the amount of turn (rotation) needed about the vertex to move the first ray to the second ray.

6. Comparing Angles

- By superimposition: trace one angle, place it over the other so that the VERTICES overlap and one arm lies over the other arm. Now see which second arm is outside. The angle with the arm outside is bigger. If both arms overlap exactly, the angles are equal.
- Without superimposition: take a transparent circle, keep its centre on the vertex, mark where the arms cut the circle. Compare these cut points for both angles (put one arm along OA and see how far the other arm is).
- Very important: making the arms LONGER does not make an angle bigger. Only the turn matters, not the length of the arms.
- Rotating arms activity: put two paper straws into a paper clip. Open them to different angles. Only the rotating arm whose angle is EQUAL to the slit will pass through the angle-shaped slit. If the angle is smaller or bigger, it will not pass. The length of the arms does not matter.

7. Special Angles – Full turn, Straight angle, Right angle

- Vidya opens her book cover: a FULL TURN comes back to the start. A HALF TURN opens the book flat on the table. In a half turn the two arms lie in one straight line. This angle is a STRAIGHT ANGLE.
- Fold a paper so that OB falls on OA. The crease OC divides the straight angle into two EQUAL angles. Each of these equal angles is a RIGHT ANGLE. So a straight angle = 2 right angles, and a right angle = half of a straight angle = a quarter ($\frac{1}{4}$) of a full turn.
- A right angle looks like the letter 'L' (corner of a book, notebook, window). Two lines that meet at a right angle are called PERPENDICULAR lines.

8. Acute and Obtuse Angles

- Angles less than a right angle (less than a quarter turn) are ACUTE angles. 'Acute' means sharp.
- Angles bigger than a right angle but smaller than a straight angle (more than a quarter turn but less than a half turn) are OBTUSE angles. 'Obtuse' means blunt.
- Reflex angle: bigger than a straight angle but smaller than a full turn.

9. Measuring Angles – the Degree

- To say how big an angle is with a number, mathematicians divided a full turn into 360 equal parts. The angle of ONE such part is 1 degree, written 1° .
- The measure of an angle is the number of 1° parts inside it. Full turn = 360° . Straight angle (half turn) = 180° . Right angle (quarter turn) = 90° .
- A pinch of history: the Rigveda speaks of a wheel with 360 spokes. Many old calendars (India, Persia, Babylon, Egypt) used 360 days. 360 is useful

because it can be divided evenly by 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 (and 12, 24).

So we can cut a circle into many equal parts with whole degrees.

10. Protractor – how to use

- A protractor is a half circle (180 equal parts) or a full circle (360 equal parts). Big marks come every 10° and medium marks every 5° .
- A protractor has TWO sets of numbers – one going from left to right and the other from right to left – so that you can start from the 0° on either side. Always use the scale that starts with 0° on the arm you placed on the base line.
- Steps to measure: (1) Put the centre point of the protractor exactly on the vertex. (2) Place the protractor so that one arm lies along the 0° line. (3) Read the number where the other arm cuts the scale – use the same scale that has 0° on the first arm.
- Without a protractor, to find the angle between two arms that are at 20° and 55° on the scale, we subtract: $55^\circ - 20^\circ = 35^\circ$.
- For a reflex angle, measure the small angle on the other side and subtract it from 360° . Example: if the unmarked angle is 100° , the marked angle is $360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$.

11. Make your own paper protractor and angle bisector

- Fold again: new creases give 45° and $135^\circ (= 180^\circ - 45^\circ)$. Fold again: 22.5° , 67.5° , 112.5° , 157.5° . Each of the 8 equal parts of the straight angle is $180^\circ \div 8 = 22.5^\circ$.
- Every time we fold an angle into two equal halves we **BISECT** it. The fold line is the **ANGLE BISECTOR**.

13. Types of angles with degree measures

- Acute angle: more than 0° and less than 90° . Right angle: exactly 90° . Obtuse angle: more than 90° and less than 180° . Straight angle: exactly

180° . Reflex angle: more than 180° and less than 360° . Full angle (complete turn): 360° .

- If $\angle TER = 80^\circ$ and B, E, R lie on a straight line, then $\angle BET = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ (angles on a straight line add up to 180°).

Important Formulas / Values

- Full turn = 360° / Straight angle = 180° / Right angle = 90°
- 1 right angle = $\frac{1}{2}$ straight angle = $\frac{1}{4}$ full turn
- Acute: $0^\circ < \text{angle} < 90^\circ$ / Obtuse: $90^\circ < \text{angle} < 180^\circ$ / Reflex: $180^\circ < \text{angle} < 360^\circ$
- Angle between two clock numbers = $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

Key Terms

Point – An exact place shown by a dot; no length, breadth or height.

Line segment – The shortest path between two points; has two end points (AB).

Line – A segment extended endlessly on both sides; has no end points.

Ray – A part of a line with one starting point that goes on endlessly in one direction.

Vertex – The common starting point of the two arms of an angle.

Arms – The two rays that make an angle.

Angle – Amount of turn between two rays from the same point (symbol $\angle$).

Superimposition – Placing one figure exactly over another to compare them.

Straight angle – An angle of 180° ; the two arms lie in a straight line.

Right angle – An angle of 90° ; a quarter turn; looks like the letter L.

Perpendicular lines – Two lines that meet at a right angle.

Acute angle – An angle less than 90° (sharp).

Obtuse angle – An angle more than 90° and less than 180° (blunt).

Reflex angle – An angle more than 180° and less than 360° .

Full angle – A complete turn of 360° .

Degree ($^\circ$) – Unit of angle; 1° = one 360th part of a full turn.

Diagrams / Flowcharts

Point, Line Segment, Line and Ray



Point A (just a dot – no length)



Line segment AB (two end points, can be measured)

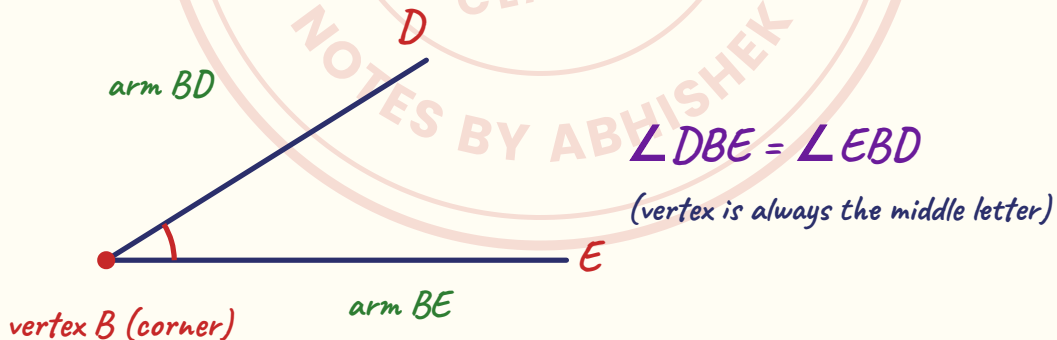


Line AB (goes on and on both sides)

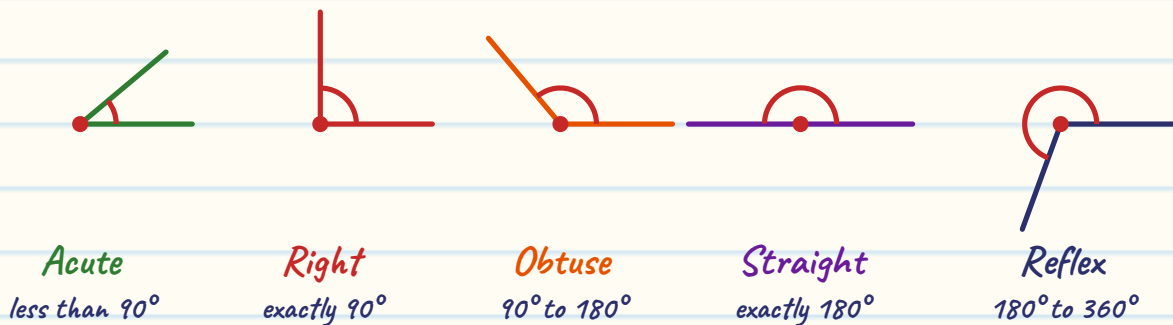


Ray AP (starts at A, goes on one side)

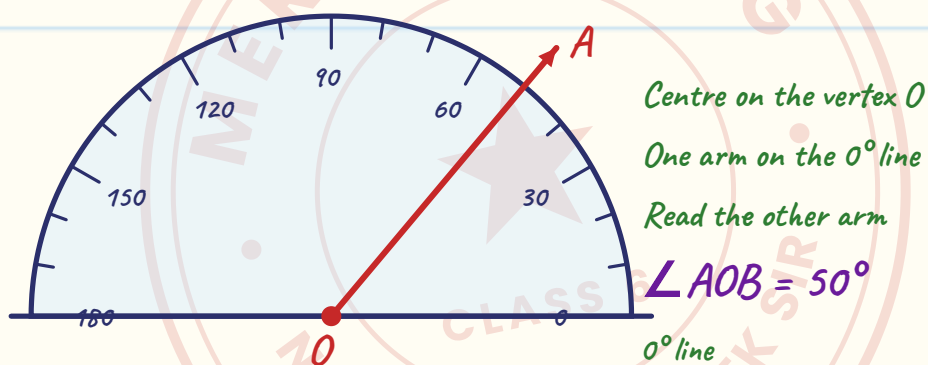
Parts of an Angle



Kinds of Angles



Using a Protractor



Drawing $\angle TIN = 30^\circ$ with a protractor

Step 1: Draw base arm IN with a ruler

Step 2: Put protractor centre on I , 0° line along IN

Step 3: Count from 0° to 30° and mark T

Step 4: Join I and T - $\angle TIN = 30^\circ$

Angle between the Clock Hands

Time	Angle ($30^\circ \times \text{number}$)
1 o'clock	30°
2 o'clock	60°
3 o'clock	90° (right angle)
4 o'clock	120°
6 o'clock	180° (straight angle)
9 o'clock	270° (reflex)
12 o'clock	$0^\circ / 360^\circ$

Textbook Exercise Questions

Q.1 (Section 2.4, Figure it Out Q1) Rihan marked one point on paper. How many lines can he draw through it? Sheetal marked two points. How many different lines can she draw through both points?

Ans. Rihan can draw countless (uncountable) lines through one point – we can turn the ruler around the point in many ways.
Sheetal can draw only ONE line through two points. Two points decide exactly one line.

Q.2 Name the line segments in Fig. 2.4. Which of the five marked points are on exactly one segment? Which are on two segments?

Ans. Line segments: LM, MP, PQ and QR.

Points L and R are on exactly one line segment each. Points M, P and Q are on two line segments each.

Q.3 Name the rays shown in Fig. 2.5. Is T the starting point of each of these rays?

Ans. Rays: TA, TB, TN and NB.

No. T is the starting point of TA , TB and TN , but NOT of ray NB – its starting point is N .

Q.4 Draw rough figures and label them: (a) OP and OQ meet at O . (b) XY and PQ intersect at point M . (c) Line l contains points E and F but not point D . (d) Point P lies on AB .

Ans. (a) Draw two rays starting from the same point O , one going to P and the other going to Q . They meet at O .

(b) Draw the two lines XY and PQ so that they cross each other. Write M at the crossing point.

(c) Draw a line l . Mark E and F on it. Mark D somewhere away from the line.

(d) Draw a line segment (or line) AB and mark the point P between A and B on it.

Q.5 In Fig. 2.6 name: (a) five points (b) a line (c) four rays (d) five line segments.

Ans. (a) Points: D , E , O , B and C .

(b) A line: line DE (it is the same line as DO , DB , EO , EB or OB).

(c) Four rays: OC , OB , OE , OD (other rays are also possible).

(d) Five line segments: DE , DO , DB , EO , EB (OB and OC are also possible).

Q.6 Ray OA starts at O and also passes through B . (a) Can you also name it as ray OB ? Why? (b) Can we write OA as AO ? Why or why not?

Ans. (a) Yes. The starting point is O and B lies on the same ray, going in the same direction. So ray OA and ray OB are the same ray.

(b) No. Ray OA starts at O but ray AO would start at A – it is a different ray. The starting letter must come first.

Q.7 (Section 2.5, Q1) Find the angles in the given pictures. Draw the rays forming any one of the angles and name the vertex.

Ans. Yes. One of the angles is $\angle BDC$. Its vertex is D . One arm is ray DB and the other arm is ray DC .

Try the other pictures also: wherever two edges meet at a corner, that corner is a vertex.

Q.8 Draw and label an angle with arms ST and SR .

Ans. Draw point S . From S draw ray ST and ray SR in two different directions. Put a small curve at S . The angle is $\angle TSR$ (or $\angle RST$) and the vertex S is the middle letter.

Q.9 Explain why $\angle APB$ cannot be labelled as $\angle P$.

Ans. At the point P there are more angles (like $\angle APC$, $\angle CPB$, $\angle APB$). If we write only $\angle P$, we will not know which angle we mean. So we use three letters, with the vertex P in the middle.

Q.10 Name the angles marked in the given figure.

Ans. The marked angles are $\angle RTQ$ and $\angle RTP$ (the vertex T is the middle letter).

Q.11 Mark three points A , B , C not on one line. Draw all lines through pairs of points. How many lines? How many angles can you name?

Ans. We get 3 lines: AB , BC and CA .

We can name 3 angles: $\angle ABC$ (or $\angle CBA$), $\angle BCA$ (or $\angle ACB$) and $\angle CAB$ (or $\angle BAC$).

Q.12 Now mark four points A , B , C , D , no three on one line. Draw all lines through pairs. How many lines? How many angles?

Ans. We get 6 lines: AB , BC , CD , DA , AC and BD .

We can name 12 angles: $\angle BAC$, $\angle CAD$, $\angle BAD$, $\angle ADB$, $\angle BDC$, $\angle ADC$, $\angle DCA$, $\angle ACB$, $\angle DCB$, $\angle CBD$, $\angle DBA$ and $\angle CBA$.

Q.13 (Section 2.6 Figure it Out Q1) Fold a rectangular sheet, draw a line along the fold. Name and compare the angles formed between the fold and the sides.

Ans. Suppose the fold line EF meets the sides at E and F . The angles formed are $\angle AEF$, $\angle BEF$, $\angle DFE$ and $\angle CFE$. Here $\angle AEF$ and $\angle CFE$ are larger than $\angle BEF$ and $\angle DFE$.

Try different folds. The widest and the narrowest angles you get are your largest and smallest angles. Check them by superimposition.

Q.14 In each case find which angle is greater and why: (a) $\angle AOB$ or $\angle XOY$ (b) $\angle AOB$ or $\angle XOB$ (c) $\angle XOB$ or $\angle XOC$.

Ans. (a) $\angle AOB$ is greater. $\angle XOY$ is a small angle and $\angle AOB = \angle AOX + \angle XOY + \angle YOB$, so $\angle AOB$ contains $\angle XOY$ and more.

(b) $\angle AOB$ is greater, because $\angle XOB$ lies inside $\angle AOB$.

(c) Neither – they are equal. $\angle XOB$ and $\angle XOC$ are the same angle.

Q.15 Which angle is greater: $\angle XOY$ or $\angle AOB$? Give reasons.

Ans. By just looking we cannot say. We must use superimposition (trace and put one over the other) or measure both angles. Also remember: the length of the arms does not decide the size of an angle.

Q.16 (Section 2.8) Is it possible to draw OC so that the two angles $\angle AOC$ and $\angle COB$ (parts of a straight angle AOB) are equal? How?

Ans. Yes. Fold the paper so that OB falls exactly on OA . The crease OC divides the straight angle into two equal angles, because the two parts overlap exactly (superimposition by folding).

Q.17 If a straight angle is a half of a full turn, how much of a full turn is a right angle?

Ans. A right angle is half of a straight angle, so it is half of a half turn = $\frac{1}{4}$ (one-fourth) of a full turn.

Q.18 (Figure it Out Q1) How many right angles do the windows of your classroom contain? Do you see other right angles?

Ans. A rectangular window frame has 4 corners, so 4 right angles (more if there are cross bars – every place where bars meet at an L or + shape makes right angles). Other right angles in a classroom: corners of the board, door, desk, book, floor tiles and walls.

Q.19 Join A to other grid points by a straight line to get a straight angle. What are all the different ways?

Ans. For a straight angle at A, the two arms must lie in one straight line. So take the line through A and B. Extend it on the other side of A. Every grid point on this extended line (on the opposite side from B) gives a straight angle with AB. Mark every such grid point to list all the ways.

Q.20 Join A to other grid points to get a right angle. What are all the different ways?

Ans. Extend AB to the other side to make the straight angle CAB. A right angle at A is made by a line through A that divides this straight angle into two equal parts, i.e. a line perpendicular to AB. On a grid, go straight up or straight down from A along the grid line – every grid point on this perpendicular line (above and below A) gives a right angle.

Q.21 Make a slanting crease in a paper. Get another crease perpendicular to it. (a) How many right angles do you have now? Why exactly right? (b) Describe how you folded.

Ans. (a) Four right angles. The second crease divides the straight angle (the first crease line) into two equal parts, because the two halves of the first crease line fall exactly on each other. So each of the four angles is $\frac{1}{4}$ of the complete turn, and so each is a right angle.
(b) Fold the paper along the slanting crease line. Choose a point O on it. Fold again so that the crease line falls exactly on itself (one half over the other half) and make a crease through O. Open the paper: the new crease is perpendicular to the first. There are many ways to do this.

Q.22 Make a few acute angles and a few obtuse angles. Draw them in different orientations.

Ans. Acute angle: draw two arms very close to each other, like a sharp 'V' (less than the corner of your book). Obtuse angle: draw two arms wide apart, wider than a corner of the book but not flat. Draw them standing, lying and tilted – the size stays the same whatever the direction.

Q.23 Acute means sharp and obtuse means blunt. Why do you think these words have been chosen?

Ans. In an acute angle the arms are close together and the opening is small, like a sharp pointed tip. In an obtuse angle the arms open wide, like a blunt, flat tip.

Q.24 Find the number of acute angles in each figure. What will be the next figure and how many acute angles will it have? Find the pattern.

Ans. The figures have 3, 12 and 21 acute angles.
The next figure will have 30 acute angles.

Pattern: each new figure has 9 more acute angles than the one before (3, 12, 21, 30 ...). So the number of acute angles = $3 + 9 \times (\text{number of the figure} - 1)$, counting the first figure as 1.

Q.25 (Section 2.9 Q1) Write the measures of: (a) $\angle KAL$ (b) $\angle WAL$ (c) $\angle TAK$ on the unlabelled protractor.

Ans. (a) $\angle KAL = 30^\circ$.

(b) $\angle WAL = 50^\circ$.

(c) $\angle TAK = 120^\circ$.

We can count the 1° marks in 5s and 10s using the medium and big marks, which is faster.

Q.26 (Page 36) Name the different angles in the figure and write their measures.

Ans. $\angle POQ = 35^\circ$, $\angle POR = 95^\circ$, $\angle POS = 125^\circ$, $\angle POT = 160^\circ$.

$\angle QOR = 60^\circ$, $\angle QOS = 90^\circ$, $\angle QOT = 125^\circ$, $\angle QOU = 145^\circ$.

$\angle ROS = 30^\circ$, $\angle ROT = 65^\circ$, $\angle ROU = 85^\circ$.

$\angle SOT = 35^\circ$, $\angle SOU = 55^\circ$, $\angle TOU = 20^\circ$.

Q.27 (Think!) In Fig. 2.20, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle FOG = \angle GOH = \angle HOI = ?$ Why?

Ans. Each angle = 22.5° .

Reason: the straight angle of 180° is divided into 8 equal parts, so each part = $180^\circ \div 8 = 22.5^\circ$.

Q.28 (Figure it Out Q1) Find the measures of the three angles shown using your protractor.

Ans. The measures are 47° , 23° and 108° ($\angle IHJ = 47^\circ$, $\angle GHK = 23^\circ$, $\angle IHL$ in the third figure = 108°).

Q.29 Find the measures of the angles given. Can your paper protractor be used here?

Ans. The two angles are 42° and 116° .

No, the paper protractor cannot be used here, because it has marks only at 22.5° , 45° , 67.5° , 90° ... and these angles are not on those marks.

Q.30 How can you find the measure of the marked (reflex) angle using a protractor?

Ans. Measure the unmarked small angle (the other side). Then marked angle = $360^\circ - \text{unmarked angle}$. Example: $360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$.

Q.31 Measure and write the degree measures of the six angles a-f.

Ans. $a = 80^\circ$, $b = 120^\circ$, $c = 60^\circ$, $d = 130^\circ$, $e = 130^\circ$, $f = 60^\circ$.

Q.32 Find the measures of $\angle BXE$, $\angle CXE$, $\angle AXB$ and $\angle BXC$.

Ans. $\angle BXE = 115^\circ$, $\angle CXE = 85^\circ$, $\angle AXB = 65^\circ$ and $\angle BXC = 30^\circ$.

Q.33 Find the measures of $\angle PQR$, $\angle PQS$ and $\angle PQT$.

Ans. $\angle PQR = 45^\circ$, $\angle PQS = 100^\circ$ and $\angle PQT = 150^\circ$.

Q.34 Make the paper craft as per the instructions. Unfold the paper, draw lines on the creases and measure the angles.

Ans. Fold the square along its diagonal first. This crease splits the 90° corner into two equal angles of 45° each (the crease is an angle bisector).

After you unfold, draw lines over every crease with a pencil and measure each angle with your protractor. Write down all the measures you find. Because every fold puts one edge exactly on another edge, the creases always cut angles into equal halves.

Q.35 Measure the three angles of each triangle (a), (b), (c) of Fig. 2.21. Add them. What do you get? Make a guess for all triangles.

Ans. For each triangle, the sum of the three angles comes to 180° (maybe 179° or 181° because of small errors in measuring).

Guess: in every triangle, the sum of the three angles is 180° . We will learn the reason in higher classes.

Q.36 (Mind the Mistake, Mend the Mistake!) In each protractor figure, find the wrong use of the protractor and say how to correct it.

Ans. Check these four things every time: (1) the centre of the protractor must be exactly on the vertex; (2) the base line (0° line) must lie along one arm; (3) the protractor must not be turned or tilted; (4) read the scale that starts with 0° on the arm kept on the base line (do not read the other scale).

If the vertex is not at the centre, or an arm is not on the 0° line, or the wrong scale is read, the reading becomes wrong. To correct, shift the protractor so that all four points are right and read again.

Q.37 (Where are the angles? Q1) Clock: why is the angle between the hands at 1 o'clock 30° ? Find the angle at 2, 4 and 6 o'clock. Explore more.

Ans. (a) The full clock circle is 360° and it is divided into 12 equal parts, so between two neighbouring numbers the angle = $360^\circ \div 12 = 30^\circ$.

(b) At 2 o'clock = $2 \times 30^\circ = 60^\circ$; at 4 o'clock = $4 \times 30^\circ = 120^\circ$; at 6 o'clock = $6 \times 30^\circ = 180^\circ$.

(c) At 3 o'clock = 90° ; at 9 o'clock = 270° (or 90° on the other side).

Q.38 The angle of a door: can we say by what amount a door is opened using an angle? What are the vertex and the arms?

Ans. Yes. The vertex is the point where the door joins the wall (the hinge). The arms are the edge of the door and the edge of the wall (the closed

door position).

Q.39 Vidya on the swing: where is the angle?

Ans. We may not see it at once. Fix the starting position of the swing as one arm. The other arm is the highest position the swing reaches. The vertex is the point from where the swing hangs. The bigger this angle, the faster the swing goes.

Q.40 A toy has slanting slabs; the greater the slope, the faster the balls roll. Can angles describe the slopes? What are the arms? Which arm is visible?

Ans. Yes. A bigger angle means a steeper slope. For each angle, one arm is the edge of the slab (visible) and the other arm is the horizontal line at the top (not visible).

Q.41 An insect and its rotated version: can angles describe the amount of rotation? What will be the arms and the vertex?

Ans. Yes. The vertex is the point about which the insect is turned. One arm is the horizontal line touching the insect in the first position, and the other arm is the line along the insect after it is rotated. The angle between them is the amount of rotation.

Q.42 (Section 2.10 Figure it Out Q1) In Fig. 2.23 list all the angles possible.

Ans. The angles are: $\angle CAP$, $\angle ACD$, $\angle APL$, $\angle DLP$, $\angle RPL$, $\angle SLP$, $\angle PRS$, $\angle LSR$, $\angle BRS$ and $\angle CLP$. Try to find more – then guess and measure each one and make a table.

Q.43 Use a protractor to draw angles of: (a) 110° (b) 40° (c) 75° (d) 112° (e) 134° .

Ans. The steps are the same for every angle. Draw the base arm. Put the protractor centre on the vertex and the 0° line along the base arm.

Count up to the required number on the scale, mark a point, remove the protractor and join the point to the vertex. Repeat this for 110° , 40° , 75° , 112° and 134° . Example: for 40° , mark at 40° and join - $\angle = 40^\circ$ (acute).

Q.44 Draw an angle with the same measure as the given angle HIJ . Write the steps.

Ans. Step 1: Measure the given angle with the protractor (say it is x°).

Step 2: Draw a base arm.

Step 3: Put the protractor on the vertex with the 0° line on the base arm.

Step 4: Mark the point at x° and join it to the vertex. The new angle has the same measure.

Q.45 (Section 2.11 Figure it Out Q1) In the grids, join A to other grid points to get: (a) an acute angle (b) an obtuse angle (c) a reflex angle.

Ans. From A, take the base arm along the grid line. Join A to a grid point so that the new arm makes less than a right angle with it - acute. Join to a point so that the opening is more than a right angle but less than a straight line - obtuse. Join to a point on the other side so that the angle measured the long way round is more than 180° - reflex. Mark each angle with a curve.

Q.46 Measure each angle with a protractor and classify as acute, obtuse, right or reflex: (a) $\angle PTR$ (b) $\angle PTQ$ (c) $\angle PTW$ (d) $\angle WTP$.

Ans. (a) $\angle PTR = 30^\circ$ - acute angle.

(b) $\angle PTQ = 60^\circ$ - acute angle.

(c) $\angle PTW = 102^\circ$ - obtuse angle.

(d) $\angle WTP = 258^\circ$ - reflex angle (it is the angle on the other side of $\angle PTW$: $360^\circ - 102^\circ = 258^\circ$).

Q.47 (Let's Explore) In the figure $\angle TER = 80^\circ$. Find $\angle BET$ and $\angle SET$.

Ans. B, E, R lie on a straight line, so $\angle BER = 180^\circ$. $\angle BET = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

$\angle SER$ is a right angle $= 90^\circ$, and $\angle SET$ is part of it: $\angle SET = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$.

Q.48 (Figure it Out Q1) Draw angles of: (a) 140° (b) 82° (c) 195° (d) 70° (e) 35° .

Ans. Use the same protractor steps. 140° is obtuse; 82° acute; 70° acute; 35° acute.

For 195° (reflex): $195^\circ = 180^\circ + 15^\circ$. Draw a straight line, then mark 15° beyond the straight angle on the other side, or draw $165^\circ (= 360^\circ - 195^\circ)$ and mark the large outside angle.

Q.49 Estimate the size of each angle a–f, then measure with a protractor, and classify them as acute, right, obtuse or reflex.

Ans. First guess the size by comparing with a right angle (L corner). Then measure with the protractor. Write the guess and the measure side by side. Classify: below 90° acute, exactly 90° right, between 90° and 180° obtuse, above 180° reflex. The figure with the full-circle curve inside is a reflex angle.

Q.50 Make any figure with three acute angles, one right angle and two obtuse angles.

Ans. Draw a figure (like a 6-sided shape or joined triangles) in which $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$ are acute, $\angle E$ is a right angle and $\angle D$ and $\angle F$ are obtuse. Check each by measuring.

Q.51 Draw the letter 'M' such that the angles on the sides are 40° each and the angle in the middle is 60° .

Ans. Draw two upright side strokes. Make the outer angle at each top corner 40° with the side. Make the two slanting strokes meet in the middle at an angle of 60° . Measure each angle with a protractor to check: 40° , 60° , 40° .

Q.52 Draw the letter 'Y' such that the three angles formed are 150° , 60° and 150° .

Ans. The three angles at the meeting point must add to 360° ($150^\circ + 60^\circ + 150^\circ = 360^\circ$). Draw the two upper arms of the Y with 60° between them, and the long stem so that it makes 150° with each upper arm.

Q.53 The Ashoka Chakra has 24 spokes. What is the angle between two neighbouring spokes? What is the largest acute angle between two spokes?

Ans. Full turn = 360° , so the angle between two neighbouring spokes = $360^\circ \div 24 = 15^\circ$.

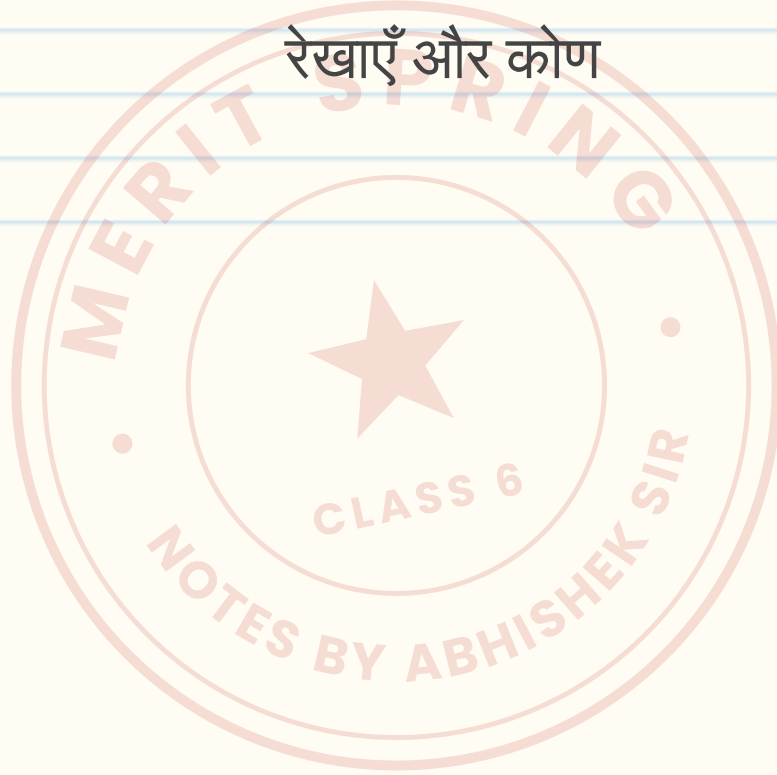
Angles between spokes are multiples of 15° . The largest acute one is 75° ($5 \times 15^\circ$), because $6 \times 15^\circ = 90^\circ$ is a right angle.

Q.54 Puzzle: I am an acute angle. Double me – still acute. Triple me – acute. Four times me – acute. Five times me – obtuse. What can I be?

Ans. 4 times the angle must be less than 90° , so the angle is less than 22.5° .
5 times the angle must be more than 90° , so the angle is more than 18° .
So the whole-number possibilities are 19° , 20° , 21° and 22° .

HINDI VERSION

रेखाएँ और कोण



अध्याय समीक्षा

- ज्यामिति (Geometry) छोटे-छोटे विचारों से शुरू होती है। बिंदु (point) किसी जगह को बताता है। रेखाखंड (line segment) दो बिंदुओं के बीच सबसे छोटा रास्ता है। रेखा (line) वह है जो दोनों तरफ़ कभी खत्म नहीं होती। किरण (ray) एक बिंदु से शुरू होकर एक दिशा में आगे बढ़ती जाती है। जब एक ही बिंदु से दो किरणें निकलती हैं तो कोण (angle) बनता है। इस अध्याय में हम कोण का नाम रखना, तुलना करना, नापना और बनाना सीखते हैं।
- कोण की माप का मतलब है कि एक भुजा को दूसरी भुजा तक पहुँचाने में कितना घुमाव (rotation) चाहिए। यह भुजाओं की लंबाई पर निर्भर नहीं करता। दो कोणों की तुलना हम एक को दूसरे के ऊपर रखकर (अध्यारोपण) या वृत्त की मदद से कर सकते हैं। कोण को डिग्री में नापते हैं: एक पूरा चक्कर 360° , सरल कोण 180° और समकोण 90° होता है। कोण नापने और बनाने का औज़ार चाँदा (protractor) है।
- कोण पाँच तरह के होते हैं: न्यून कोण (90° से कम), समकोण (90°), अधिक कोण (90° से बड़ा पर 180° से छोटा), सरल कोण (180°) और प्रतिवर्ती कोण (180° से बड़ा पर 360° से छोटा)। कोण हमारे चारों ओर हैं - घड़ी, दरवाज़े, कैंची, झूले और किताब में। अगर घुमाव समझ आ गया तो कोण समझ आ गया!

विस्तृत नोट्स

1. बिंदु (Point)

- टीचर कहते हैं: पेंसिल की नुकीली नोक कागज़ पर रखो। जो छोटा-सा निशान बनता है, वही बिंदु का विचार है। बिंदु एक ठीक जगह बताता है। उसकी न लंबाई होती है, न चौड़ाई, न ऊँचाई।
- बिंदु का नाम एक बड़े अक्षर से लिखते हैं, जैसे बिंदु Z, बिंदु P, बिंदु T। बिंदु के उदाहरण: कंपास की नोक, पेंसिल की नुकीली नोक, सुई की नोक।

2. रेखाखंड (Line Segment)

- कागज़ मोड़कर खोलो। जो सीधी तह (crease) दिखती है, उससे रेखाखंड का विचार मिलता है।
- कागज़ पर दो बिंदु A और B लो और उन्हें कई रास्तों से जोड़ो। A से B तक का सबसे छोटा रास्ता सीधा रास्ता होता है। A और B समेत यह सबसे छोटा रास्ता रेखाखंड AB कहलाता है।

इसे BA भी लिख सकते हैं।

- रेखाखंड के दो अंत बिंदु होते हैं, इसलिए उसे नापा जा सकता है। उदाहरण: स्केल का किनारा, पेंसिल, किताब का किनारा।

3. रेखा (Line)

- सोचो कि रेखाखंड AB को A की तरफ भी और B की तरफ भी बिना रुके बढ़ाते जा रहे हैं। यही रेखा है। इसे रेखा AB (ऊपर दोनों तरफ तीर के साथ) या छोटे अक्षर l या m से लिखते हैं।
- कागज़ पर पूरी रेखा कभी नहीं बन सकती क्योंकि वह हमेशा आगे जाती है। हम उसका थोड़ा हिस्सा बनाते हैं और दोनों सिरों पर तीर लगा देते हैं।
- ज़रूरी: कोई भी दो बिंदु मिलकर एक और केवल एक रेखा तय करते हैं।

4. किरण (Ray)

- किरण रेखा का एक हिस्सा है। वह एक बिंदु (प्रारंभिक बिंदु) से शुरू होकर एक दिशा में आगे बढ़ती जाती है। उदाहरण: टॉर्च की रोशनी, लाइटहाउस की किरण, सूर्य की किरणें।
- अगर A शुरू का बिंदु है और P किरण पर दूसरा बिंदु है, तो किरण AP लिखते हैं। शुरू का अक्षर हमेशा पहले आता है। इसलिए किरण AP और किरण PA एक जैसी नहीं हैं।
- अगर B भी उसी किरण पर है तो किरण OA को किरण OB भी कह सकते हैं, क्योंकि शुरू का बिंदु O और दिशा वही है।

5. कोण - शीर्ष और भुजाएँ

- एक ही बिंदु से शुरू होने वाली दो किरणें मिलकर कोण बनाती हैं। साझा शुरुआती बिंदु शीर्ष (vertex) कहलाता है। दोनों किरणें कोण की भुजाएँ (arms) कहलाती हैं।
- नाम: अगर किरणें BD और BE हैं और शीर्ष B है, तो कोण DBE या कोण EBD लिखते हैं, छोटे में $\angle DBE$ या $\angle EBD$ । शीर्ष का अक्षर हमेशा बीच में आता है। कोण दिखाने के लिए शीर्ष के पास एक छोटा-सा चाप (curve) बनाते हैं।
- जब भ्रम न हो तभी एक अक्षर (जैसे $\angle B$) लिखते हैं। अगर एक बिंदु पर कई कोण हों (जैसे $\angle APB$, $\angle BPC$) तो तीन अक्षर ज़रूरी हैं। इसलिए $\angle APB$ को सिर्फ $\angle P$ नहीं लिख सकते।
- कोण की माप: किताब का कवर थोड़ा खोलो - छोटा कोण। और खोलो - बड़ा कोण। यानी कोण की माप वह घुमाव है जो शीर्ष के चारों ओर पहली किरण को दूसरी किरण तक पहुँचाने

में लगता है।

6. कोणों की तुलना

- अध्यारोपण (superimposition) से: एक कोण को ट्रेस करके दूसरे के ऊपर ऐसे रखो कि शीर्ष एक-दूसरे पर आ जाएँ और एक भुजा दूसरी भुजा पर रहे। अब देखो कि दूसरी भुजा बाहर किसकी है। जिसकी भुजा बाहर है, वह कोण बड़ा है। अगर दोनों भुजाएँ पूरी तरह मिल जाएँ तो कोण बराबर हैं।
- बिना अध्यारोपण के: एक पारदर्शी वृत्त लो, उसका केंद्र शीर्ष पर रखो और देखो कि भुजाएँ वृत्त को कहाँ काटती हैं। दोनों कोणों के कटान-बिंदुओं की तुलना करो।
- बहुत ज़रूरी: भुजाएँ लंबी करने से कोण बड़ा नहीं होता। सिर्फ़ घुमाव मायने रखता है, भुजाओं की लंबाई नहीं।
- घूमने वाली भुजाओं (rotating arms) की गतिविधि: दो पेपर स्ट्रॉ पेपर क्लिप में डालो। उन्हें अलग-अलग कोण पर खोलो। कोण के आकार के छेद (slit) से वही स्ट्रॉ निकलेंगे जिनका कोण छेद के कोण के बराबर हो। कोण छोटा या बड़ा हो तो नहीं निकलेंगे। भुजाओं की लंबाई मायने नहीं रखती।

7. खास कोण - पूरा चक्कर, सरल कोण, समकोण

- विद्या अपनी किताब का कवर खोलती है: पूरा चक्कर लगाओ तो कवर फिर शुरू में आ जाता है। आधा चक्कर लगाओ तो किताब में पर सीधी खुल जाती है। आधे चक्कर में दोनों भुजाएँ एक सीधी रेखा में आ जाती हैं। यह सरल कोण (straight angle) है।
- कागज़ ऐसे मोड़ो कि OB , OA पर आ जाए। तब OC सरल कोण को दो बराबर कोणों में बाँट देती है। इनमें से हर बराबर कोण समकोण (right angle) है। इसलिए सरल कोण = 2 समकोण, और समकोण = सरल कोण का आधा = पूरे चक्कर का चौथाई ($\frac{1}{4}$)।
- समकोण अंग्रेज़ी के अक्षर 'L' जैसा दिखता है (किताब, कॉपी, खिड़की का कोना)। जो दो रेखाएँ समकोण पर मिलती हैं, वे लंब रेखाएँ (perpendicular lines) कहलाती हैं।

8. न्यून और अधिक कोण

- जो कोण समकोण से छोटे हों (चौथाई चक्कर से कम) वे न्यून कोण (acute) कहलाते हैं। 'Acute' का मतलब नुकीला।

- जो कोण समकोण से बड़े पर सरल कोण से छोटे हों (चौथाई चक्कर से ज्यादा, आधे चक्कर से कम) वे अधिक कोण (obtuse) कहलाते हैं। 'Obtuse' का मतलब भोथरा (कुंद)।
- प्रतिवर्ती कोण (reflex): सरल कोण से बड़ा पर पूरे चक्कर से छोटा।

9. कोण नापना - डिग्री

- कोण कितना बड़ा है यह संख्या में बताने के लिए गणितज्ञों ने पूरे चक्कर को 360 बराबर भागों में बाँटा। ऐसे एक भाग का कोण 1 डिग्री कहलाता है, लिखते हैं 1° ।
- किसी कोण की माप उसमें मौजूद 1° के भागों की संख्या है। पूरा चक्कर = 360° । सरल कोण (आधा चक्कर) = 180° । समकोण (चौथाई चक्कर) = 90° ।
- इतिहास की एक झलक: ऋग्वेद में 360 तीलियों वाले पहिये का जिक्र है। भारत, फ़ारस, बेबीलोन और मिस्र के कई पुराने कैलेंडर 360 दिनों के थे। 360 इसलिए काम का है क्योंकि इसे 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 (और 12, 24) से पूरा-पूरा बाँटा जा सकता है। इसलिए वृत्त को कई बराबर भागों में पूरे डिग्री के साथ बाँट सकते हैं।

10. चाँदा (Protractor) - कैसे इस्तेमाल करें

- चाँदा आधा वृत्त (180 बराबर भाग) या पूरा वृत्त (360 बराबर भाग) होता है। बड़े निशान हर 10° पर और मध्यम निशान हर 5° पर होते हैं।
- चाँदे पर दो तरह की संख्याएँ होती हैं - एक बाएँ से दाएँ और दूसरी दाएँ से बाएँ - ताकि हम किसी भी तरफ़ के 0° से शुरू कर सकें। हमेशा वही स्केल पढ़ो जिसमें 0° उस भुजा पर हो जो आधार रेखा पर रखी है।
- नापने के चरण: (1) चाँदे का केंद्र ठीक शीर्ष पर रखो। (2) चाँदे को ऐसे रखो कि एक भुजा 0° वाली रेखा पर रहे। (3) दूसरी भुजा जहाँ स्केल को काटे वह संख्या पढ़ो - वही स्केल, जिसमें पहली भुजा पर 0° है।
- बिना चाँदे के: अगर दो भुजाएँ स्केल पर 20° और 55° से गुज़रती हैं तो उनके बीच का कोण $55^\circ - 20^\circ = 35^\circ$ होगा।
- प्रतिवर्ती कोण के लिए दूसरी तरफ़ का छोटा कोण नापो और उसे 360° में से घटाओ।
उदाहरण: अगर चिह्नित नहीं किया हुआ कोण 100° है तो चिह्नित कोण $360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$ है।

11. अपना कागज़ का चौड़ा और कोण समद्विभाजक बनाओ

- फिर मोड़ो: नई तहें 45° और $135^\circ (= 180^\circ - 45^\circ)$ देती हैं। फिर मोड़ो: 22.5° , 67.5° , 112.5° , 157.5° । सरल कोण के 8 बराबर भागों में से हर भाग $180^\circ \div 8 = 22.5^\circ$ है।
- हर बार जब हम किसी कोण को दो बराबर भागों में मोड़ते हैं तो हम उसे समद्विभाजित (bisect) करते हैं। मोड़ की रेखा कोण समद्विभाजक (angle bisector) है।

13. कोणों के प्रकार और उनकी डिग्री

- न्यून कोण: 0° से बड़ा और 90° से छोटा। समकोण: ठीक 90° । अधिक कोण: 90° से बड़ा और 180° से छोटा। सरल कोण: ठीक 180° । प्रतिवर्ती कोण: 180° से बड़ा और 360° से छोटा। पूर्ण कोण (पूरा चक्कर): 360° ।
- अगर $\angle TER = 80^\circ$ है और B, E, R एक सीधी रेखा में हैं, तो $\angle BET = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ (सीधी रेखा पर बने कोणों का योग 180°)।

महत्वपूर्ण सूत्र / मान

- पूरा चक्कर = 360° | सरल कोण = 180° | समकोण = 90°
- 1 समकोण = $\frac{1}{2}$ सरल कोण = $\frac{1}{4}$ पूरा चक्कर
- न्यून: $0^\circ < \text{कोण} < 90^\circ$ | अधिक: $90^\circ < \text{कोण} < 180^\circ$ | प्रतिवर्ती: $180^\circ < \text{कोण} < 360^\circ$
- घड़ी में दो संख्याओं के बीच कोण = $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

मुख्य शब्दावली

बिंदु (Point) - एक निशान से दिखाई गई ठीक जगह; इसकी लंबाई, चौड़ाई, ऊँचाई नहीं होती।

रेखाखंड (Line segment) - दो बिंदुओं के बीच सबसे छोटा रास्ता; दो अंत बिंदु होते हैं (AB)।

रेखा (Line) - रेखाखंड को दोनों तरफ अनंत तक बढ़ाने पर बनती है; अंत बिंदु नहीं होते।

किरण (Ray) - रेखा का वह भाग जिसका एक शुरुआती बिंदु हो और जो एक दिशा में अनंत तक जाए।

शीर्ष (Vertex) - कोण की दोनों भुजाओं का साझा शुरुआती बिंदु।

भुजाएँ (Arms) - कोण बनाने वाली दो किरणें।

कोण (Angle) - एक ही बिंदु से निकली दो किरणों के बीच का घुमाव (चिह्न $\angle$)।

अध्यारोपण (Superimposition) - एक आकृति को ठीक दूसरी के ऊपर रखकर तुलना करना।

सरल कोण (Straight angle) - 180° का कोण; दोनों भुजाएँ एक सीधी रेखा में।

समकोण (Right angle) - 90° का कोण, चौथाई चक्कर; L जैसा दिखता है।

लंब रेखाएँ (Perpendicular lines) - दो रेखाएँ जो समकोण पर मिलती हैं।

न्यून कोण (Acute angle) - 90° से छोटा कोण (नुकीला)।

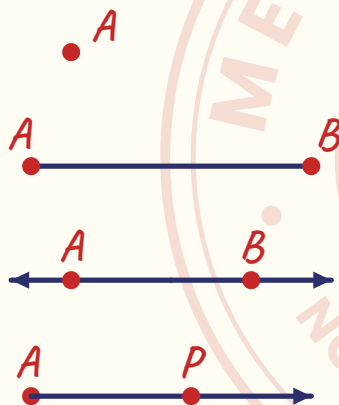
अधिक कोण (Obtuse angle) - 90° से बड़ा और 180° से छोटा कोण (भोथरा)।

प्रतिवर्ती कोण (Reflex angle) - 180° से बड़ा और 360° से छोटा कोण।

पूर्ण कोण (Full angle) - 360° का पूरा चक्कर।

डिग्री ($^\circ$) - कोण की इकाई; $1^\circ =$ पूरे चक्कर का 360वाँ भाग।

आरेख / फ्लोचार्ट



बिंदु, रेखाखंड, रेखा और किरण

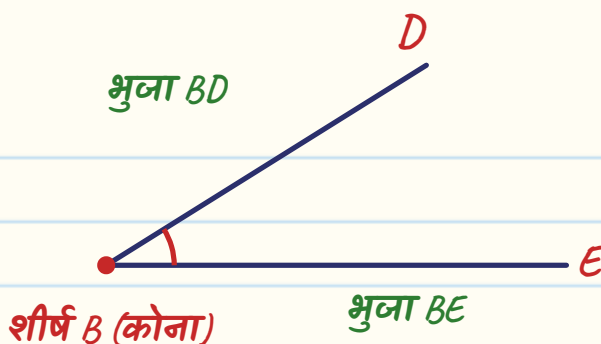
बिंदु A (सिर्फ एक निशान - लंबाई नहीं)

रेखाखंड AB (दो अंत बिंदु, नाप सकते हैं)

रेखा AB (दोनों तरफ अनंत)

किरण AP (A से शुरू, एक तरफ अनंत)

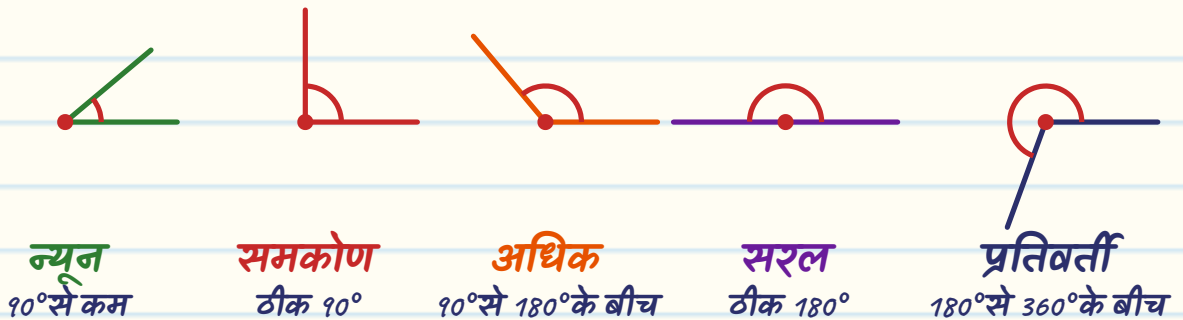
कोण के भाग



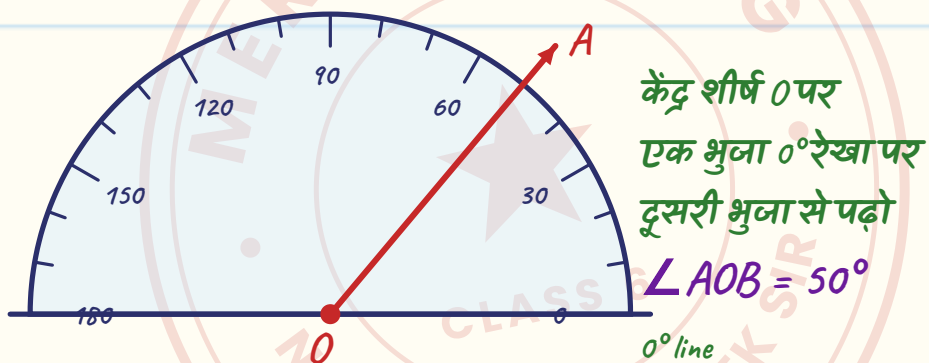
$$\angle DBE = \angle EBD$$

(शीर्ष का अक्षर हमेशा बीच में)

कोणों के प्रकार



चाँदों का इस्तेमाल



चाँदों से $\angle TIN = 30^\circ$ बनाना

चरण 1: स्केल से आधार भुजा IN खींचो



चरण 2: चाँदों का केंद्र I पर, ०° रेखा IN पर



चरण 3: ०° से ३०° तक गिनकर T लगाओ



चरण 4: I और T जोड़ो - $\angle TIN = 30^\circ$

घड़ी की सुइयों के बीच कोण

समय	कोण ($30^\circ \times$ संख्या)
1 बजे	30°
2 बजे	60°
3 बजे	90° (समकोण)
4 बजे	120°
6 बजे	180° (सरल कोण)
9 बजे	270° (प्रतिवर्ती)
12 बजे	$0^\circ / 360^\circ$

पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 (खंड 2.4, Figure it Out प्र.1) रिहान ने कागज़ पर एक बिंदु लगाया। उससे होकर कितनी रेखाएँ खींच सकता है? शीतल ने दो बिंदु लगाए। दोनों से होकर कितनी अलग रेखाएँ खींच सकती है?

उत्तर- रिहान एक बिंदु से होकर अनगिनत रेखाएँ खींच सकता है - स्केल को बिंदु के चारों ओर कई तरह से घुमा सकते हैं।
शीतल दो बिंदुओं से होकर सिर्फ एक रेखा खींच सकती है। दो बिंदु ठीक एक रेखा तय करते हैं।

प्र.2 चित्र 2.4 में रेखाखंडों के नाम लिखो। पाँच बिंदुओं में से कौन-से ठीक एक रेखाखंड पर हैं और कौन-से दो रेखाखंडों पर?

उत्तर- रेखाखंड: LM, MP, PQ और QR।

बिंदु L और R ठीक एक-एक रेखाखंड पर हैं। बिंदु M, P और Q दो-दो रेखाखंडों पर हैं।

प्र.3 चित्र 2.5 में दिखाई गई किरणों के नाम लिखो। क्या T हर किरण का शुरुआती बिंदु है?

उत्तर- किरणें: TA, TB, TN और NB।

नहीं। T किरण TA, TB और TN का शुरुआती बिंदु है, पर किरण NB का नहीं - उसका शुरुआती बिंदु N है।

प्र.4 मोटे चित्र बनाकर नाम लिखो: (a) OP और OQ , O पर मिलती हैं। (b) XY और PQ बिंदु M पर कटती हैं। (c) रेखा l में बिंदु E और F हैं पर बिंदु D नहीं। (d) बिंदु P , AB पर स्थित है।

उत्तर- (a) एक ही बिंदु O से दो किरणें खींचो, एक P की ओर और दूसरी Q की ओर। वे O पर मिलती हैं।

(b) रेखाएँ XY और PQ ऐसे खींचो कि वे एक-दूसरे को काटें। कटान बिंदु पर M लिखो।

(c) रेखा l खींचो। उस पर E और F लगाओ। D को रेखा से दूर कहीं लगाओ।

(d) रेखाखंड (या रेखा) AB खींचो और उस पर A और B के बीच बिंदु P लगाओ।

प्र.5 चित्र 2.6 में नाम लिखो: (a) पाँच बिंदु (b) एक रेखा (c) चार किरणें (d) पाँच रेखाखंड।

उत्तर- (a) बिंदु: D, E, O, B और C ।

(b) एक रेखा: रेखा DE (DO, DB, EO, EB या OB भी यही रेखा हैं)।

(c) चार किरणें: OC, OB, OE, OD (और भी किरणें हो सकती हैं)।

(d) पाँच रेखाखंड: DE, DO, DB, EO, EB (OB और OC भी हो सकते हैं)।

प्र.6 किरण OA , O से शुरू होती है और B से भी गुजरती है। (a) क्या इसे किरण OB भी कह सकते हैं? क्यों? (b) क्या OA को AO लिख सकते हैं? क्यों या क्यों नहीं?

उत्तर- (a) हाँ। शुरुआती बिंदु O है और B उसी किरण पर है, उसी दिशा में। इसलिए किरण OA और किरण OB एक ही हैं।

(b) नहीं। किरण OA , O से शुरू होती है पर किरण AO , A से शुरू होगी - वह अलग किरण है। शुरू का अक्षर पहले आता है।

प्र.7 (खंड 2.5, प्र.1) दी गई तस्वीरों में कोण ढूँढो। किसी एक कोण की किरणें बनाओ और शीर्ष का नाम लिखो।

उत्तर- हाँ। एक कोण $\angle BDC$ है। उसका शीर्ष D है। एक भुजा किरण DB और दूसरी भुजा किरण DC है।

बाकी तस्वीरों में भी कोशिश करो: जहाँ दो किनारे किसी कोने पर मिलते हैं, वही शीर्ष है।

प्र.8 ऐसा कोण बनाओ और नाम लिखो जिसकी भुजाएँ ST और SR हों।

उत्तर- बिंदु S लो। S से किरण ST और किरण SR दो अलग दिशाओं में खींचो। S पर छोटा चाप बनाओ। कोण $\angle TSR$ (या $\angle RST$) है और शीर्ष S बीच में है।

प्र.9 समझाओ कि $\angle APB$ को $\angle P$ क्यों नहीं लिख सकते।

उत्तर- बिंदु P पर और भी कोण हो सकते हैं (जैसे $\angle APC$, $\angle CPB$, $\angle APB$)। सिर्फ $\angle P$ लिखने से पता नहीं चलेगा कि कौन-सा कोण है। इसलिए तीन अक्षर लिखते हैं, शीर्ष P बीच में।

प्र.10 दिए गए चित्र में चिह्नित कोणों के नाम लिखो।

उत्तर- चिह्नित कोण $\angle RTQ$ और $\angle RTP$ हैं (शीर्ष T बीच में)।

प्र.11 एक रेखा पर न हों ऐसे तीन बिंदु A , B , C लो। हर जोड़ी से रेखा खींचो। कितनी रेखाएँ मिलीं? कितने कोणों के नाम लिख सकते हो?

उत्तर- हमें 3 रेखाएँ मिलती हैं: AB , BC और CA ।

हम 3 कोणों के नाम लिख सकते हैं: $\angle ABC$ (या $\angle CBA$), $\angle BCA$ (या $\angle ACB$) और $\angle CAB$ (या $\angle BAC$)।

प्र.12 अब चार बिंदु A , B , C , D लो, जिनमें कोई तीन एक रेखा पर न हों। सारी रेखाएँ खींचो। कितनी रेखाएँ? कितने कोण?

उत्तर- हमें 6 रेखाएँ मिलती हैं: AB , BC , CD , DA , AC और BD ।

हम 12 कोण लिख सकते हैं: $\angle BAC$, $\angle CAD$, $\angle BAD$, $\angle ADB$, $\angle BDC$, $\angle ADC$, $\angle DCA$, $\angle ACB$, $\angle DCB$, $\angle CBD$, $\angle DBA$ और $\angle CBA$ ।

प्र.13 (खंड 2.6, Figure it Out प्र.1) आयताकार कागज़ मोड़कर मोड़ की रेखा खींचो। मोड़ और किनारों के बीच बने कोणों के नाम लिखो और तुलना करो।

उत्तर- मान लो मोड़ की रेखा EF किनारों को E और F पर मिलती है। बने कोण $\angle AEF$, $\angle BEF$, $\angle DFE$ और $\angle CFE$ हैं। यहाँ $\angle AEF$ और $\angle CFE$, $\angle BEF$ और $\angle DFE$ से बड़े हैं।

अलग-अलग मोड़ बनाकर देखो। सबसे चौड़ा और सबसे तंग कोण तुम्हारा सबसे बड़ा और सबसे छोटा कोण है। अध्यारोपण से जाँचो।

प्र.14 हर स्थिति में बताओ कौन-सा कोण बड़ा है और क्यों: (a) $\angle AOB$ या $\angle XOY$ (b) $\angle AOB$ या $\angle XOB$ (c) $\angle XOB$ या $\angle XOC$

उत्तर- (a) $\angle AOB$ बड़ा है। $\angle XOY$ छोटा कोण है और $\angle AOB = \angle AOX + \angle XOY + \angle YOY$, इसलिए $\angle AOB$ में $\angle XOY$ और उससे ज्यादा है।

(b) $\angle AOB$ बड़ा है, क्योंकि $\angle XOB$, $\angle AOB$ के अंदर है।

(c) कोई नहीं - दोनों बराबर हैं। $\angle XOB$ और $\angle XOC$ एक ही कोण हैं।

प्र.15 कौन-सा कोण बड़ा है: $\angle XOY$ या $\angle AOB$? कारण दो।

उत्तर- सिर्फ़ देखकर नहीं कह सकते। अध्यारोपण (ट्रेस करके एक को दूसरे पर रखना) या दोनों को नापना पड़ेगा। यह भी याद रखो: भुजाओं की लंबाई से कोण का आकार तय नहीं होता।

प्र.16 (खंड 2.8) क्या सरल कोण AOB के दोनों भागों $\angle AOC$ और $\angle COB$ को बराबर बनाने के लिए OC खींचना संभव है? कैसे?

उत्तर- हाँ। कागज़ को ऐसे मोड़ो कि OB ठीक OA पर आ जाए। तब OC सरल कोण को दो बराबर कोणों में बाँटती है, क्योंकि दोनों भाग पूरी तरह मिल जाते हैं (मोड़कर अध्यारोपण)।

प्र.17 अगर सरल कोण पूरे चक्कर का आधा है तो समकोण पूरे चक्कर का कितना हिस्सा है?

उत्तर- समकोण सरल कोण का आधा है, यानी आधे चक्कर का आधा = $\frac{1}{4}$ (चौथाई) पूरे चक्कर का।

प्र.18 (Figure it Out प्र.1) तुम्हारी कक्षा की खिड़कियों में कितने समकोण हैं? और कहाँ समकोण दिखते हैं?

उत्तर- आयताकार खिड़की के फ्रेम में 4 कोने होते हैं, यानी 4 समकोण (बीच में छड़ें हों तो जहाँ वे L या $+$ आकार में मिलती हैं वहाँ भी समकोण बनते हैं)। कक्षा में और समकोण: बोर्ड का कोना, दरवाज़ा, डेस्क, किताब, फर्श की टाइलें और दीवारें।

प्र.19 गिड में A को दूसरे गिड बिंदुओं से जोड़कर सरल कोण बनाओ। कितने अलग तरीके हैं?

उत्तर- A पर सरल कोण के लिए दोनों भुजाएँ एक सीधी रेखा में होनी चाहिए। A और B से जाने वाली रेखा को A के दूसरी तरफ़ बढ़ाओ। इस बढ़ी हुई रेखा पर (B से उलटी तरफ़) जो भी गिड बिंदु हों, हर एक AB के साथ सरल कोण देता है। ऐसे सारे बिंदु गिनकर सारे तरीके बताओ।

प्र.20 गिड में A को जोड़कर समकोण बनाओ। कितने अलग तरीके हैं?

उत्तर- AB को दूसरी तरफ बढ़ाकर सरल कोण CAB बनाओ। A पर समकोण वह रेखा देती है जो इस सरल कोण को दो बराबर भागों में बाँटे, यानी AB पर लंब। गिड पर A से सीधे ऊपर या सीधे नीचे गिड-रेखा पर चलो - इस लंब रेखा पर (A के ऊपर और नीचे) हर गिड बिंदु समकोण देता है।

प्र.21 कागज़ पर तिरछी तह बनाओ। फिर उसपर लंब तह बनाओ। (a) अब कितने समकोण हैं? ठीक समकोण क्यों हैं? (b) तुमने कागज़ कैसे मोड़ा, समझाओ।

उत्तर- (a) चार समकोण। दूसरी तह पहली तह (सरल कोण) को दो बराबर भागों में बाँटती है, क्योंकि पहली तह के दोनों आधे हिस्से एक-दूसरे पर ठीक आ जाते हैं। इसलिए चारों कोण पूरे चक्कर के $\frac{1}{4}$ हैं, यानी हर एक समकोण है।

(b) कागज़ को तिरछी तह पर मोड़ो। तह पर बिंदु O चुनो। फिर ऐसे मोड़ो कि पहली तह का एक आधा हिस्सा दूसरे आधे पर ठीक बैठ जाए और O से होकर तह बनाओ। खोलो: नई तह पहली तह पर लंब है। इसके कई और तरीके भी हैं।

प्र.22 कुछ न्यून और कुछ अधिक कोण अलग-अलग दिशाओं में बनाओ।

उत्तर- न्यून कोण: दो भुजाएँ बहुत पास-पास रखकर बनाओ, नुकीले 'V' जैसा (किताब के कोने से छोटा)। अधिक कोण: भुजाएँ चौड़ी खोलो - किताब के कोने से चौड़ा पर सीधा नहीं। इन्हें खड़ा, लेटा और तिरछा बनाओ - दिशा बदलने से माप नहीं बदलती।

प्र.23 'Acute' का मतलब नुकीला और 'obtuse' का मतलब भोथरा है। ये शब्द क्यों चुने गए?

उत्तर- न्यून कोण में भुजाएँ पास-पास होती हैं और खुलाव कम होता है, जैसे नुकीली नोक। अधिक कोण में भुजाएँ चौड़ी खुलती हैं, जैसे भोथरी, चपटी नोक।

प्र.24 हर आकृति में न्यून कोणों की संख्या बताओ। अगली आकृति कैसी होगी और उसमें कितने न्यून कोण होंगे? पैटर्न बताओ।

उत्तर- आकृतियों में 3, 12 और 21 न्यून कोण हैं।

अगली आकृति में 30 न्यून कोण होंगे।

पैटर्न: हर नई आकृति में पिछली से 9 न्यून कोण ज्यादा हैं (3, 12, 21, 30 ...)। यानी न्यून कोणों की संख्या = $3 + 9 \times (\text{आकृति संख्या} - 1)$, पहली आकृति को 1 मानकर।

प्र.25 (खंड 2.9 प्र.1) बिना संख्या वाले चाँदे पर लिखो: (a) $\angle KAL$ (b) $\angle WAL$ (c) $\angle TAKI$

उत्तर- (a) $\angle KAL = 30^\circ$

(b) $\angle WAL = 50^\circ$

(c) $\angle TAK = 120^\circ$

मध्यम और बड़े निशानों की मदद से 5-5 और 10-10 में गिन सकते हैं, इससे जल्दी गिनती होती है।

प्र.26 (पृष्ठ 36) चित्र में अलग-अलग कोणों के नाम और माप लिखो।

उत्तर- $\angle POQ = 35^\circ$, $\angle POR = 95^\circ$, $\angle POS = 125^\circ$, $\angle POT = 160^\circ$

$\angle QOR = 60^\circ$, $\angle QOS = 90^\circ$, $\angle QOT = 125^\circ$, $\angle QOU = 145^\circ$

$\angle ROS = 30^\circ$, $\angle ROT = 65^\circ$, $\angle ROU = 85^\circ$

$\angle SOT = 35^\circ$, $\angle SOU = 55^\circ$, $\angle TOU = 20^\circ$

प्र.27 (Think!) चित्र 2.20 में $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle FOG = \angle GOH = \angle HOI = ?$ क्यों?

उत्तर- हर कोण = 22.5°

कारण: 180° का सरल कोण 8 बराबर भागों में बँटा है, इसलिए हर भाग = $180^\circ \div 8 = 22.5^\circ$

प्र.28 (Figure it Out प्र.1) अपने चाँदे से दिखाए गए तीन कोणों की डिग्री नापो।

उत्तर- माप हैं 47° , 23° और 108° ($\angle IHJ = 47^\circ$, $\angle GHK = 23^\circ$, तीसरी आकृति में $\angle IHJ = 108^\circ$)।

प्र.29 दिए गए कोणों की माप निकालो। क्या यहाँ कागज़ का चाँदा काम आएगा?

उत्तर- दोनों कोण 42° और 116° हैं।

नहीं, यहाँ कागज़ का चाँदा काम नहीं आएगा, क्योंकि उसमें निशान सिर्फ 22.5° , 45° , 67.5° , 90° ... पर हैं और ये कोण उन निशानों पर नहीं हैं।

प्र.30 चिह्नित (प्रतिवर्ती) कोण को चाँदे से कैसे नापोगे?

उत्तर- दूसरी तरफ़ का बिना चिह्न वाला छोटा कोण नापो। फिर चिह्नित कोण = $360^\circ -$ बिना चिह्न वाला कोण। उदाहरण: $360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$

प्र.31 छह कोणों $a-f$ की डिग्री नापकर लिखो।

उत्तर- $a = 80^\circ$, $b = 120^\circ$, $c = 60^\circ$, $d = 130^\circ$, $e = 130^\circ$, $f = 60^\circ$

प्र.32 $\angle BXE$, $\angle CXE$, $\angle AXB$ और $\angle BXC$ की माप निकालो।

उत्तर- $\angle BXE = 115^\circ$, $\angle CXE = 85^\circ$, $\angle AXB = 65^\circ$ और $\angle BXC = 30^\circ$

प्र.33 $\angle PQR$, $\angle PQS$ और $\angle PQT$ की माप निकालो।

उत्तर- $\angle PQR = 45^\circ$, $\angle PQS = 100^\circ$ और $\angle PQT = 150^\circ$

प्र.34 दिए निर्देशों से पेपर क्राफ्ट बनाओ। फिर कागज़ खोलो, तहों पर रेखाएँ खींचो और बने कोण नापो।

उत्तर- पहले वर्गाकार कागज़ को कर्ण (diagonal) पर मोड़ो। यह तह 90° के कोने को 45° के दो बराबर कोणों में बाँट देती है (तह कोण समद्विभाजक है)।

कागज़ खोलने के बाद हर तह पर पेंसिल से रेखा खींचो और चाँदे से हर कोण नापो।

जितने भी माप मिलें लिख लो। हर मोड़ में एक किनारा ठीक दूसरे किनारे पर रखा जाता है, इसलिए तहें हमेशा कोण को बराबर भागों में काटती हैं।

प्र.35 चित्र 2.21 के त्रिभुजों (a), (b), (c) के तीनों कोण नापो। उन्हें जोड़ो। क्या मिला? सब त्रिभुजों के लिए अनुमान लगाओ।

उत्तर- हर त्रिभुज में तीनों कोणों का योग 180° आता है (नापने की छोटी गलती से 179° या 181° भी हो सकता है)।

अनुमान: हर त्रिभुज में तीनों कोणों का योग 180° होता है। इसका कारण हम बड़ी कक्षाओं में सीखेंगे।

प्र.36 (Mind the Mistake, Mend the Mistake!) हर चाँदे वाले चित्र में चाँदे का गलत इस्तेमाल पहचानो और सुधार बताओ।

उत्तर- हर बार ये चार बातें जाँचो: (1) चाँदे का केंद्र ठीक शीर्ष पर हो; (2) आधार रेखा (0° रेखा) एक भुजा पर हो; (3) चाँदा घुमा या तिरछा न हो; (4) वही स्केल पढ़ो जिसमें 0° आधार रेखा वाली भुजा पर है (दूसरा स्केल मत पढ़ो)।

अगर शीर्ष केंद्र पर न हो, या भुजा 0° रेखा पर न हो, या गलत स्केल पढ़ा जाए तो माप गलत आती है। सुधारने के लिए चाँदे को ऐसे खिसकाओ कि चारों बातें ठीक हों और फिर से पढ़ो।

प्र.37 (कोण कहाँ हैं? प्र.1) घड़ी: 1 बजे सुइयों के बीच 30° क्यों? 2, 4 और 6 बजे कोण बताओ। और खोजो।

उत्तर- (a) घड़ी का पूरा वृत्त 360° का है और उसमें 12 बराबर भाग हैं, इसलिए पास की दो संख्याओं के बीच कोण $= 360^\circ \div 12 = 30^\circ$ ।

(b) 2 बजे $= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$; 4 बजे $= 4 \times 30^\circ = 120^\circ$; 6 बजे $= 6 \times 30^\circ = 180^\circ$ ।

(c) 3 बजे $= 90^\circ$; 9 बजे $= 270^\circ$ (या दूसरी तरफ़ से 90°)।

प्र.38 दरवाज़े का कोण: क्या दरवाज़ा कितना खुला है यह कोण से बता सकते हैं? शीर्ष और भुजाएँ क्या होंगी?

उत्तर- हाँ। शीर्ष वह बिंदु है जहाँ दरवाज़ा दीवार से जुड़ता है (कब्ज़ा)। भुजाएँ दरवाज़े का किनारा और दीवार का किनारा (बंद दरवाज़े की जगह) हैं।

प्र.39 विद्या झूले पर है: कोण कहाँ हैं?

उत्तर- पहले दिखता नहीं। झूले की शुरु की जगह को एक भुजा मानो। दूसरी भुजा वह सबसे ऊँची जगह है जहाँ झूला पहुँचता है। शीर्ष वह बिंदु है जहाँ से झूला लटका है। यह कोण जितना बड़ा, झूला उतना तेज़।

प्र.40 एक खिलाँने में तिरछी पट्टियाँ हैं; जितनी ज़्यादा ढलान, गेंदें उतनी तेज़ लुढ़कती हैं। क्या कोण से ढलान बता सकते हैं? भुजाएँ क्या हैं? कौन-सी भुजा दिखती है?

उत्तर- हाँ। बड़ा कोण यानी ज़्यादा तीखी ढलान। हर कोण की एक भुजा पट्टी का किनारा है (दिखती है) और दूसरी भुजा ऊपर की क्षैतिज रेखा है (दिखती नहीं)।

प्र.41 एक कीड़ा और उसका घुमाया हुआ रूप: क्या घुमाव कोण से बता सकते हैं? भुजाएँ और शीर्ष क्या होंगे?

उत्तर- हाँ। शीर्ष वह बिंदु है जिसके चारों ओर कीड़ा घुमाया गया। एक भुजा पहली स्थिति में कीड़े को छूती क्षैतिज रेखा है और दूसरी भुजा घुमाने के बाद कीड़े वाली रेखा है। इनके बीच का कोण ही घुमाव की मात्रा है।

प्र.42 (खंड 2.10 Figure it Out प्र.1) चित्र 2.23 में सारे संभव कोणों की सूची बनाओ।

उत्तर- कोण हैं: $\angle CAP$, $\angle ACD$, $\angle APL$, $\angle DLP$, $\angle RPL$, $\angle SLP$, $\angle PRS$, $\angle LSR$, $\angle BRS$ और $\angle CLP$ । और भी खोजो - फिर हर कोण का अंदाज़ा लगाओ, नापो और तालिका बनाओ।

प्र.43 चाँदों से इन माप के कोण बनाओ: (a) 110° (b) 40° (c) 75° (d) 112° (e) 134° ।

उत्तर- हर कोण के चरण एक जैसे हैं। आधार भुजा खींचो। चाँदों का केंद्र शीर्ष पर और 0° रेखा आधार भुजा पर रखो। स्केल पर चाहिए वाली संख्या तक गिनो, बिंदु लगाओ, चाँदा हटाओ और बिंदु को शीर्ष से जोड़ दो। यही 110° , 40° , 75° , 112° और 134° के लिए दोहराओ।
उदाहरण: 40° के लिए 40° पर बिंदु लगाकर जोड़ो - $\angle = 40^\circ$ (न्यून)।

प्र.44 दिए गए कोण HIJ के बराबर माप का कोण बनाओ। चरण लिखो।

उत्तर- चरण 1: दिए गए कोण को चाँदों से नापो (मान लो x°)।

चरण 2: आधार भुजा खींचो।

चरण 3: चाँदों को शीर्ष पर रखो और 0° रेखा आधार भुजा पर।

चरण 4: x° पर बिंदु लगाओ और शीर्ष से जोड़ दो। नया कोण उतनी ही माप का है।

प्र.45 (खंड 2.11 Figure it Out प्र.1) गिड में A को दूसरे गिड बिंदुओं से जोड़कर बनाओ: (a) न्यून कोण (b) अधिक कोण (c) प्रतिवर्ती कोण।

उत्तर- A से आधार भुजा गिड रेखा के साथ लो। A को ऐसे गिड बिंदु से जोड़ो कि नई भुजा समकोण से कम खुले - न्यून। ऐसे बिंदु से जोड़ो कि खुलाव समकोण से ज्यादा पर सीधी रेखा से कम हो - अधिक। दूसरी तरफ़ के ऐसे बिंदु से जोड़ो कि लंबे रास्ते से नापा कोण 180° से ज्यादा हो - प्रतिवर्ती। हर कोण पर चाप बनाओ।

प्र.46 चाँदों से हर कोण नापो और न्यून, अधिक, समकोण या प्रतिवर्ती बताओ: (a) $\angle PTR$ (b) $\angle PTQ$ (c) $\angle PTW$ (d) $\angle WTP$ ।

उत्तर- (a) $\angle PTR = 30^\circ$ - न्यून कोण।

(b) $\angle PTQ = 60^\circ$ - न्यून कोण।

(c) $\angle PTW = 102^\circ$ - अधिक कोण।

(d) $\angle WTP = 258^\circ$ - प्रतिवर्ती कोण (यह $\angle PTW$ के दूसरी तरफ़ का कोण है: $360^\circ - 102^\circ = 258^\circ$)।

प्र.47 (Let's Explore) चित्र में $\angle TER = 80^\circ$ हैं। $\angle BET$ और $\angle SET$ निकालो।

उत्तर- B, E, R एक सीधी रेखा में हैं, इसलिए $\angle BER = 180^\circ$ । $\angle BET = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ।
 $\angle SER$ समकोण $= 90^\circ$ हैं और $\angle SET$ उसका हिस्सा हैं: $\angle SET = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$

प्र.48 (Figure it Out प्र.1) इन माप के कोण बनाओ: (a) 140° (b) 82° (c) 145° (d) 70° (e) 35°

उत्तर- चाँदों के वही चरण इस्तेमाल करो। 140° अधिक हैं; 82° , 70° और 35° न्यून हैं।
 145° (प्रतिवर्ती) के लिए: $145^\circ = 180^\circ + 15^\circ$ । सीधी रेखा खींचो, फिर दूसरी तरफ सरल कोण के बाद 15° और चिह्नित करो, या $165^\circ (= 360^\circ - 145^\circ)$ बनाकर बाहर का बड़ा कोण चिह्नित करो।

प्र.49 a-f कोणों का पहले अंदाज़ा लगाओ, फिर चाँदों से नापो और न्यून, समकोण, अधिक या प्रतिवर्ती बताओ।

उत्तर- पहले समकोण (L कोना) से तुलना करके अंदाज़ा लगाओ। फिर चाँदों से नापो। अंदाज़ा और माप साथ-साथ लिखो। वर्गीकरण: 90° से कम न्यून, ठीक 90° समकोण, 90° और 180° के बीच अधिक, 180° से ज्यादा प्रतिवर्ती। जिस आकृति में पूरे वृत्त जैसा चाप अंदर हैं, वह प्रतिवर्ती कोण हैं।

प्र.50 ऐसी आकृति बनाओ जिसमें तीन न्यून कोण, एक समकोण और दो अधिक कोण हों।

उत्तर- ऐसी आकृति (जैसे 6 भुजाओं वाली या जुड़े हुए त्रिभुज) बनाओ जिसमें $\angle A$, $\angle B$ और $\angle C$ न्यून हों, $\angle E$ समकोण हो और $\angle D$ व $\angle F$ अधिक हों। हर कोण नापकर जाँचो।

प्र.51 अंग्रेज़ी का अक्षर 'M' ऐसे बनाओ कि बगल के कोण 40° के हों और बीच का कोण 60° का।

उत्तर- दो सीधी बगल की रेखाएँ खींचो। हर ऊपरी कोने पर बगल की रेखा के साथ बाहर का कोण 40° बनाओ। दोनों तिरछी रेखाएँ बीच में 60° के कोण पर मिलाओ। चाँदों से जाँचो: 40° , 60° , 40° ।

प्र.52 अंग्रेज़ी का अक्षर 'Y' ऐसे बनाओ कि तीनों कोण 150° , 60° और 150° के हों।

उत्तर- मिलने वाले बिंदु पर तीनों कोणों का योग 360° होना चाहिए ($150^\circ + 60^\circ + 150^\circ = 360^\circ$)। Y की दो ऊपरी भुजाएँ 60° के कोण पर खींचो और लंबी डंडी ऐसे खींचो कि वह

हर ऊपरी भुजा से 150° बनाए।

प्र.53 अशोक चक्र में 24 तीलियाँ हैं। दो पास की तीलियों के बीच कितना कोण है? दो तीलियों के बीच सबसे बड़ा न्यून कोण कितना है?

उत्तर- पूरा चक्कर = 360° , इसलिए पास की दो तीलियों के बीच कोण = $360^\circ \div 24 = 15^\circ$ । तीलियों के बीच के कोण 15° के गुणज होते हैं। सबसे बड़ा न्यून कोण 75° ($5 \times 15^\circ$) है, क्योंकि $6 \times 15^\circ = 90^\circ$ समकोण है।

प्र.54 पहेली: मैं न्यून कोण हूँ। मुझे दुगना करो - फिर भी न्यून। तिगुना करो - न्यून। चौगुना करो - न्यून। पाँच गुना करो - अधिक कोण। मेरी माप क्या हो सकती है?

उत्तर- कोण का 4 गुना 90° से कम होना चाहिए, इसलिए कोण 22.5° से कम है। कोण का 5 गुना 90° से ज्यादा होना चाहिए, इसलिए कोण 18° से ज्यादा है। इसलिए पूर्ण संख्या वाली संभावनाएँ 19° , 20° , 21° और 22° हैं।