

Chapter Review

- Look around you – a flower, a butterfly, a rangoli, a pinwheel, the Taj Mahal, a temple gopuram. Parts of these things repeat in a fixed pattern, so they look balanced and beautiful. This is SYMMETRY. A cloud has no such pattern, so it is not symmetrical. In this chapter we learn two kinds of symmetry: line (reflection) symmetry and rotational symmetry.
- A line of symmetry is a line that cuts a figure into two mirror halves that exactly overlap when folded. A figure can have one, many or no lines of symmetry (a square has 4, a rectangle has 2, a circle has countless). Rotational symmetry means the figure looks exactly the same after turning about a fixed point (the centre of rotation) through an angle (the angle of symmetry). A full turn of 360° is always an angle of symmetry.
- For a figure with n equal radial arms, the smallest angle of symmetry is $360^\circ \div n$ and the angles of symmetry are its multiples. A circle has every angle as an angle of symmetry and every diameter as a line of symmetry. Symmetry is used in art, kolams, buildings and designs – and it makes puzzles and games easy to win!

Detailed Notes

1. What is Symmetry?

- When a figure is made of parts that repeat in a definite pattern, we say it has symmetry and the figure is symmetrical.
- Examples: flower (looks the same from many angles), butterfly (both wings alike), rangoli (red petals come back onto themselves when turned by 90°), pinwheel (same shape repeats along each side), Taj Mahal and temple gopuram (left and right halves alike).
- A picture of clouds has no repeating pattern, so it is NOT symmetrical.

2. Line of Symmetry (Mirror Line)

- Fold a paper triangle along a dotted line. If one half covers the other half completely, the two parts are MIRROR HALVES. The fold line is called the LINE OF SYMMETRY (also called axis of symmetry).
- Fold test: fold the figure along the line. If the two parts overlap exactly – it is a line of symmetry. If they do not fit (like four puzzle pieces folded along the middle) – it is not.
- Some figures have only one line of symmetry (butterfly, isosceles triangle). Some have more than one (square, rectangle, regular polygons). Some have none (cloud, scalene triangle, parallelogram).

3. Figures with more than one line

- Square: fold it vertically, horizontally and along both diagonals – 4 lines of symmetry. There is no other way to fold it so that the halves overlap.
- Rectangle (not a square): only 2 lines – the vertical and the horizontal fold. Its DIAGONAL is NOT a line of symmetry (the halves do not overlap).
- Regular polygon with n equal sides and angles has n lines of symmetry: equilateral triangle 3, square 4, regular pentagon 5, regular hexagon 6, and so on.
- Circle: every diameter is a line of symmetry, so a circle has countless (infinite) lines of symmetry.

4. Reflection

- Folding along a line of symmetry is the same as reflecting the figure in that line. The part on one side is reflected to the other side. So a figure with a line of symmetry is said to have REFLECTION SYMMETRY.
- Example – square ABCD: reflecting in the vertical line takes B and C to the places of A and D. Reflecting along diagonal AC keeps A and C where

they are and D goes to the place of B. Reflecting in the horizontal line takes D and C to the places of A and B.

- Every point and its reflection are at the SAME distance from the mirror line, on opposite sides.

5. Making symmetric shapes

- Ink blot devils: fold a paper in half, put a few drops of ink on one half, press and open. You get a symmetric pattern with the fold as the line of symmetry.
- Paper folding and cutting: fold a paper once or twice and cut a shape along the edge. When you open it, the fold is the line of symmetry and the cut-out is repeated on the other side. Folding more times gives intricate patterns for festive paper cut-outs.
- Punching game: punch holes in a folded paper. After opening, the holes appear in mirror positions on both sides of each fold line. One fold gives 2 holes for 1 punch; folding twice (vertical and then horizontal) gives 4 holes for 1 punch.
- To get a square hole by one straight cut: fold the paper horizontally, then vertically, and cut off a small square at the closed corner. To get a slanted-sided hole, cut along a slanting line at the closed corner.

6. Triangles and symmetry

- Equilateral triangle (3 equal sides): 3 lines of symmetry.
- Isosceles triangle (2 equal sides): exactly 1 line of symmetry.
- Scalene triangle (no equal sides): no line of symmetry.
- A triangle can never have exactly 2 lines of symmetry – it has either 0, 1 or 3.

7. Rotational Symmetry

- A paper windmill has no line of symmetry (folding does not make halves overlap), but when it is turned by 90° about its centre it looks exactly the same. It has **ROTATIONAL SYMMETRY**.
- The fixed point about which we turn is the **CENTRE OF ROTATION**. An angle through which the figure looks exactly the same is an **ANGLE OF SYMMETRY**.
- Windmill: it does not look the same if turned by less than 90° . Its angles of symmetry are 90° , 180° , 270° and 360° – so it has 4 angles of symmetry (order 4).
- 360° (a full turn) is **ALWAYS** an angle of symmetry, because every figure comes back to its starting position after a full turn.
- Square: it matches itself after 90° (A moves to B's place, B to C, C to D, D to A). Angles of symmetry: 90° , 180° , 270° , 360° – so 4 angles. The centre of rotation is the point where the diagonals meet.
- If a figure matches itself only after 360° , it has **NO** rotational symmetry (example: a strip that needs a full turn).
- The number of angles of symmetry (including 360°) is called the **ORDER** of rotational symmetry.

8. Radial arms

- A figure with n equal radial arms spread equally around a centre has n angles of symmetry. The angle between neighbouring arms is $360^\circ \div n$.
- 3 arms: angle between arms must be $360^\circ \div 3 = 120^\circ$; angles of symmetry are 120° , 240° , 360° . (If the three angles between arms are not equal, only 360° works – no rotational symmetry.)
- 5 arms: 72° , 144° , 216° , 288° , 360° . 6 arms: 60° , 120° , 180° , 240° , 300° , 360° .

- 7 arms: smallest angle = $360^\circ \div 7 = 51 \frac{3}{7}^\circ$ (a mixed fraction, not a whole number).
- To test: draw the figure on two papers, cut out the arms from one, keep the other fixed and rotate the cut-out.

9. Rules about angles of symmetry

- The angles of symmetry are the MULTIPLES of the smallest angle of symmetry. Example: smallest $60^\circ \rightarrow 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ$.
- Exactly 2 angles: $180^\circ, 360^\circ$. Exactly 3 angles: $120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$. Exactly 4 angles: $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.
- If the smallest angle is a whole number of degrees, it must be a FACTOR of 360 (like $45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$). So 17° is not possible because 17 does not divide 360.
- True: every figure has 360° as an angle of symmetry. True: a whole-number smallest angle is always a factor of 360.

10. Circle – the most symmetric figure

- A circle looks the same after ANY rotation about its centre, so every angle is an angle of symmetry.
- Every diameter of a circle is a line of symmetry, so it has countless lines of symmetry.
- Objects with rotational symmetry around us: fan, wheel, flower, Ashoka Chakra (24 spokes – 24 lines and 24 angles of symmetry).

11. Line symmetry vs Rotational symmetry

- Some figures have only lines of symmetry (isosceles triangle, kite, butterfly). Some have only rotational symmetry (parallelogram – 180° , windmill). Some have both (square, rectangle, equilateral triangle, regular hexagon, circle, plus sign). Some have neither (scalene triangle, cloud).

- A parallelogram (not a rectangle or rhombus) has no line of symmetry but has rotational symmetry of 180° . An isosceles trapezium has one line but no rotational symmetry.

12. Symmetry in daily life

- Rangoli, kolam, flower designs, paper cut-outs, buildings like the Taj Mahal, the new Parliament Building in Delhi (3 lines of symmetry and angles 120° , 240° , 360°), the Ashoka Chakra and the Koch snowflake.
- Game trick: in the 6×6 grid game of covering two adjacent squares, the SECOND player can always win by copying every move of the first player after turning it 180° about the centre of the grid.

Important Formulas / Values

- Regular polygon with n sides: n lines of symmetry and n angles of symmetry
- Smallest angle of symmetry = $360^\circ \div n$ (n = number of equal radial arms)
- All angles of symmetry = multiples of the smallest angle, up to 360°
- Circle: infinite lines and every angle of symmetry / 360° is always an angle of symmetry

Key Terms

Symmetry – Parts of a figure repeating in a definite pattern.

Line of symmetry – A line that cuts a figure into two mirror halves that overlap exactly when folded (also axis of symmetry).

Mirror halves – The two parts of a figure on both sides of a line of symmetry.

Reflection symmetry – Symmetry shown by a figure that has one or more lines of symmetry.

Asymmetrical – A figure that has no line or rotational symmetry.

Rotational symmetry – A figure looks the same after turning through an angle between 0° and 360° about a fixed point.

Centre of rotation – The fixed point about which a figure is turned.

Angle of symmetry – An angle through which a figure can be rotated to look exactly the same.

Order of rotational symmetry – The number of angles of symmetry of a figure (including 360°).

Radial arms – Arms spread out equally from a centre like spokes of a wheel.

Regular polygon – A polygon with all sides equal and all angles equal.

Equilateral triangle – A triangle with three equal sides: 3 lines of symmetry.

Isosceles triangle – A triangle with two equal sides: 1 line of symmetry.

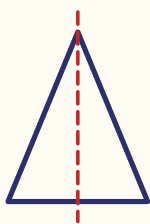
Scalene triangle – A triangle with no equal sides: no line of symmetry.

Diameter – A line through the centre of a circle joining two points on it; every diameter is a line of symmetry.

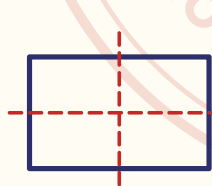
Superimpose / overlap – To place one part exactly over another.

Diagrams / Flowcharts

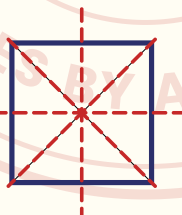
Lines of Symmetry in Common Shapes



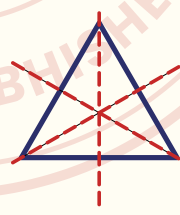
Isosceles triangle
1 line



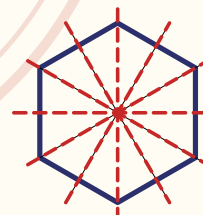
Rectangle
2 lines



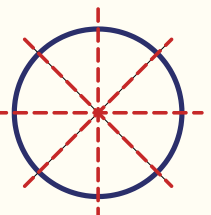
Square
4 lines



Equilateral triangle
3 lines



Regular hexagon
6 lines

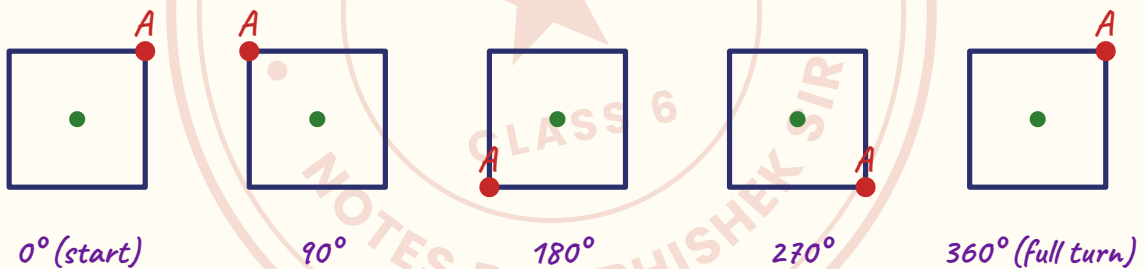


Circle
countless lines

Symmetry of Common Shapes

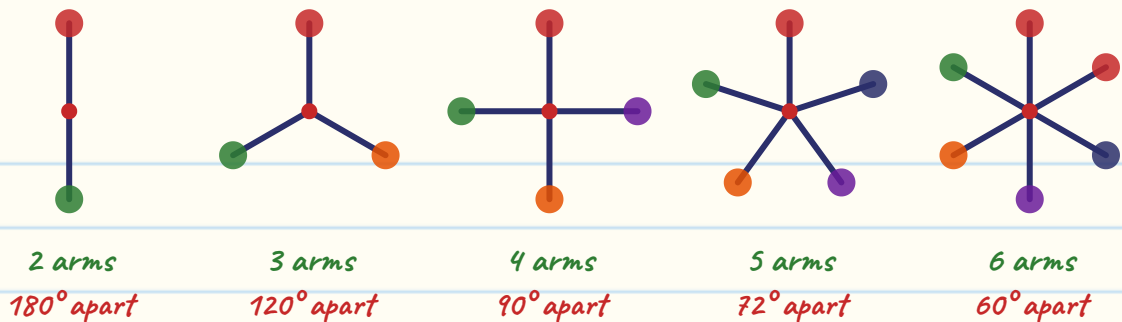
Shape	Lines of symmetry	Angles of symmetry (order)
Equilateral triangle	3	3
Isosceles triangle	1	1 (only 360°)
Scalene triangle	0	1 (only 360°)
Rectangle	2	2
Square	4	4
Parallelogram	0	2
Regular hexagon	6	6
Circle	countless	every angle

Square – Rotational Symmetry



Square looks the same every $90^\circ \rightarrow 4$ angles of symmetry

Radial Arms and Angle of Symmetry



Angles of Symmetry

Order	Smallest angle	All angles of symmetry
2	180°	$180^\circ, 360^\circ$
3	120°	$120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$
4	90°	$90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$
5	72°	$72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ, 360^\circ$
6	60°	$60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ$
7	$51\frac{3}{7}^\circ$	multiples of $51\frac{3}{7}^\circ$

Line vs Rotational Symmetry

Line (reflection) symmetry

- Fold along a line
- Two mirror halves overlap
- Square: 4 lines

Rotational symmetry

- Turn about a centre
- Looks same after a turn
- Square: 4 angles

Tests for Symmetry

Line symmetry: fold along the line – do both halves overlap?



Rotational symmetry: trace it, turn the tracing about the centre



Angle of symmetry: the turn after which it fits again



Count the fits (including 360°) = order

Textbook Exercise Questions

Q.1 (Section 9.1, Figure it Out Q1) Do you see any line of symmetry in the figures at the start of the chapter? What about the picture of the cloud?

Ans. Yes. The flower has 6 lines of symmetry, the rangoli has 4 and the butterfly has 1.

The pinwheel and the cloud have no line of symmetry.

Q.2 For each given figure, identify the line(s) of symmetry if it exists.

Ans. Each of the three figures shown has one line of symmetry. To find it, look for a line along which the figure can be folded so that the two halves overlap exactly (shown by the dashed line in each figure).

Q.3 Is there any other way to fold the square so that the two halves overlap? How many lines of symmetry does a square have?

Ans. No other way. The square has 4 lines of symmetry: the vertical fold, the horizontal fold and the two diagonals.

Q.4 We saw that the diagonal of a square is a line of symmetry. For a rectangle that is not a square, is its diagonal a line of symmetry?

Ans. No. When you fold a rectangle along its diagonal, the two triangles do not overlap exactly (the corners do not fit). A rectangle has only 2 lines of symmetry – the vertical and horizontal folds.

Q.5 In the square ABCD, if we reflect along the diagonal from A to C, where do points A, B, C and D go? What if we reflect along the horizontal line of symmetry?

Ans. Reflecting along diagonal AC: A and C stay at the same place; B goes to the place of D and D goes to the place of B.

Reflecting along the horizontal line: D goes to the place of A, C goes to the place of B (and A goes to D, B goes to C).

Q.6 (Punching game Q1) In each figure a hole was punched in a folded square sheet and then opened. Find the line along which the paper was folded. How was figure (d) made by punching a single hole?

Ans. (a) Folded along the vertical line (holes are mirror images left and right).
 (b) Folded along the diagonal.
 (c) Folded along the horizontal line (holes above and below).
 (d) The paper was folded vertically and then horizontally (or the other way round). One punch then gives 4 holes, one in each corner part.

Q.7 Given the line(s) of symmetry, find the other hole(s).

Ans. Rule: the other hole is the mirror image – at the same distance from the line on the opposite side, along a line perpendicular to the mirror line. For one mirror line you get 1 more hole. For two mirror lines (like vertical + horizontal) you get 3 more holes, so 4 holes in all.

Q.8 After each cut, predict the shape of the hole when the paper is opened.

Ans. When the folded paper is opened, the cut shape is repeated as a mirror image on the other side of the fold line. So the final hole is the cut shape joined with its reflection – e.g. a half-bow-tie cut on the fold opens into a full bow-tie shaped hole, and a half-arrow cut opens into a full ribbon shape. Make the cut-outs and check.

Q.9 How will you get (a) a square hole in the centre, (b) a square-looking hole in the centre with a single straight cut?

Ans. (a) Fold the paper horizontally and then vertically. At the corner where all the folds meet (the closed corner, which becomes the centre), cut off a small square. On opening, you get a square hole in the centre.
 (b) Fold in the same way (horizontally then vertically). At the closed corner cut along a slanting line. On opening, you get a four-sided hole in the centre – check whether it has all sides equal and all angles equal.

Q.10 How many lines of symmetry do these shapes have? (a) the two shapes shown (b) a triangle with equal sides and angles (c) a hexagon with equal sides and angles.

Ans. (a) The first shape has 4 lines of symmetry and the star-like shape has 8 lines of symmetry.

(b) The equilateral triangle has 3 lines of symmetry.

(c) The regular hexagon has 6 lines of symmetry.

Q.11 Trace each figure and draw the lines of symmetry, if any.

Ans. Trace the figure, fold the tracing in different ways and mark every fold along which the two halves overlap with a dashed line.

From the answer figures: the square-in-square design has 4 lines (vertical, horizontal and two diagonals); the octagon-like shape has 1 vertical line; the arrow-like five-sided shape has 1 horizontal line; the four-pointed star has 4 lines (vertical, horizontal and two diagonals).

Q.12 Find the lines of symmetry for the kolam.

Ans. Rotate/fold the kolam tracing. The vertical and horizontal lines through the centre and the two diagonal lines through the centre are the lines of symmetry – so it has 4 lines of symmetry. Mark them with dashed lines.

Q.13 Draw: (a) a triangle with exactly one line of symmetry (b) exactly three lines (c) no line. Can a triangle have exactly two lines?

Ans. (a) An isosceles triangle (two equal sides) – 1 line.

(b) An equilateral triangle (three equal sides) – 3 lines.

(c) A scalene triangle (all sides different) – no line.

No. A triangle cannot have exactly two lines of symmetry – it has 0, 1 or 3.

Q.14 Draw a figure with at least one curved boundary that has (a) exactly one line (b) exactly two lines (c) exactly four lines of symmetry.

Ans. (a) A shape like a bottle or a drop – a curved top with straight sides: 1 vertical line.

(b) A shape like an oval (ellipse) or a pill: 2 lines – one vertical and one horizontal.

(c) A four-petal flower or a plus shape with rounded ends: 4 lines (vertical, horizontal and two diagonals).

Q.15 Copy the figures on squared paper and complete them so that the blue line is a line of symmetry.

Ans. For every coloured square or part on one side of the blue line, count how many squares it is away from the line and colour the square the same distance away on the other side (opposite side). Do this for all parts. For (c) and (f) turn the book so that the blue line becomes vertical – it is easier.

Q.16 Complete each drawing so that the two blue lines are both lines of symmetry.

Ans. First reflect the drawing in one blue line. Then reflect the whole figure (original + reflection) in the second blue line. The final figure now has both blue lines as lines of symmetry (and so 4 copies of the first part).

Q.17 Copy on a dot grid. For each figure draw two more lines to make a shape that has a line of symmetry.

Ans. Pick a vertical or horizontal line of symmetry through the figure. Draw its mirror image of the given lines by counting dots at equal distances on the other side of the line, then join the dots. Check the shape by folding along your line.

Q.18 (Section 9.2) Draw a figure with radial arms that has exactly (a) 5 angles of symmetry (b) 6 angles of symmetry. Find the angles.

Ans. (a) Use 5 equal radial arms with $360^\circ \div 5 = 72^\circ$ between neighbouring arms. Angles of symmetry: $72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ, 360^\circ$.

(b) Use 6 arms with $360^\circ \div 6 = 60^\circ$ between neighbouring arms. Angles of symmetry: $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ$.

Q.19 A figure with radial arms has exactly 7 angles of symmetry. What is its smallest angle of symmetry? Is it a whole number?

Ans. Smallest angle = $360^\circ \div 7 = 51 \frac{3}{7}^\circ$ (51 and three-sevenths of a degree).

No, it is not a whole number.

Q.20 (Figure it Out Q1) Find the angles of symmetry for the given figures about the marked point.

Ans. (a) $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.

(b) 360° only.

(c) $180^\circ, 360^\circ$.

Q.21 Which of the following figures have more than one angle of symmetry?

Ans. The figures that match themselves after some turn smaller than 360° – the circle with a cross, the circle with three spokes, the windmill, the X shape and the five-pointed star all have more than one angle of symmetry. Test any figure by tracing it, turning the tracing about the marked point and checking if it fits before 360° .

Q.22 Give the order of rotational symmetry for each figure.

Ans. (a) order 2 (b) order 4 (c) order 6

(d) order 3 (e) order 4 (f) order 5

Order = number of angles of symmetry, including 360° .

Q.23 In each case, the angles of symmetry are the multiples of the smallest angle. Will this always happen?

Ans. Yes. The angles of symmetry are always multiples of the smallest angle of symmetry. For example, the second angle is twice the first rotation, the third is three times, and so on.

Q.24 True or False: (i) Every figure has 360° as an angle of symmetry. (ii) If the smallest angle of symmetry is a whole number of degrees, it is a factor of 360.

Ans. (i) True – after a full turn every figure comes back to its starting position.

(ii) True – the smallest angle must fit a whole number of times in 360° .

Q.25 (Figure it Out Q1, circle) Colour the sectors of the circle so that it has (i) 3 angles of symmetry (ii) 4 angles of symmetry. (iii) What numbers of angles of symmetry are possible?

Ans. The circle has 12 equal sectors.

(i) For 3 angles: colour the same pattern every 120° – for example sectors 1, 5 and 9 (every fourth sector).

(ii) For 4 angles: colour the same pattern every 90° – for example sectors 1, 4, 7 and 10 (every third sector).

(iii) The number of angles of symmetry can be 1, 2, 3, 4, 6 or 12 (numbers that divide 12). The greatest possible number is 12.

Q.26 Draw two figures other than a circle and a square that have both reflection symmetry and rotational symmetry.

Ans. Examples: a plus sign (+) with 4 lines of symmetry and rotational symmetry of order 4; a four-petal flower with 4 lines and order 4. A rectangle (2 lines, order 2) and an equilateral triangle (3 lines, order 3) are also correct.

Q.27 Draw a rough sketch, if possible: (a) a triangle with at least 2 lines and at least 2 angles of symmetry (b) a triangle with only 1 line, no rotational symmetry (c) a quadrilateral with rotational symmetry but no reflection symmetry (d) a quadrilateral with reflection symmetry but no rotational symmetry.

Ans. (a) Equilateral triangle – 3 lines of symmetry and 3 angles of symmetry (120° , 240° , 360°).
(b) Isosceles triangle – 1 line of symmetry, no rotational symmetry.
(c) Parallelogram (slanted sides, not a rectangle or rhombus) – no line of symmetry, 2 angles of symmetry (180° , 360°).
(d) Isosceles trapezium (kite also works) – 1 line of symmetry, no rotational symmetry.

Q.28 60° is the smallest angle of symmetry of a figure. What are the other angles of symmetry?

Ans. Multiples of 60° : 120° , 180° , 240° , 300° and 360° .

Q.29 In a figure 60° is an angle of symmetry and the figure has two angles of symmetry less than 60° . What is its smallest angle of symmetry?

Ans. The smallest angle must fit in 60° three times: with two smaller angles, we get 20° , 40° and 60° . So the smallest angle is $60^\circ \div 3 = 20^\circ$.

Q.30 Can a figure with rotational symmetry have its smallest angle of symmetry (a) 45° (b) 17° ?

Ans. (a) Yes, because 360° is a multiple of 45° ($45^\circ \times 8 = 360^\circ$).
(b) No, because 360° is not a multiple of 17° .

Q.31 The new Parliament Building in Delhi: (a) Does the outer boundary have reflection symmetry? How many lines? (b) Does it have rotational symmetry? Find the angles.

Ans. (a) Yes, the outer boundary has 3 lines of symmetry.

(b) Yes. The angles of rotational symmetry are 120° , 240° and 360° .

Q.32 How many lines of symmetry do the regular polygons (triangle, quadrilateral ... decagon) in Chapter 1, Table 3 have? What number sequence do you get?

Ans. Triangle 3, quadrilateral 4, pentagon 5, hexagon 6, heptagon 7, octagon 8, nonagon 9, decagon 10.

The sequence is 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 – counting numbers (a regular polygon with n sides has n lines of symmetry).

Q.33 How many angles of symmetry do the regular polygons in that sequence have? What number sequence do you get?

Ans. A regular polygon with n sides has n angles of symmetry (smallest angle = $360^\circ \div n$). So the numbers are again 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 – counting numbers.

Q.34 How many lines of symmetry and angles of symmetry do the shapes of the Koch snowflake sequence have?

Ans. Lines of symmetry: 3, 6, 6, 6, 6.

Angles of symmetry: 3, 6, 6, 6, 6.

Q.35 How many lines of symmetry and angles of symmetry does the Ashoka Chakra have?

Ans. It has 24 lines of symmetry and 24 angles of symmetry (24 spokes; the smallest angle is $360^\circ \div 24 = 15^\circ$).

Q.36 (How many angles of symmetry does a square have? Where is the centre of rotation?)

Ans. A square has 4 angles of symmetry: 90° , 180° , 270° and 360° . The centre of rotation is the point where the two diagonals meet. After a 90° turn, A goes to B's place, B to C, C to D and D back to A.

Q.37 (Playing with Tiles) Use colour tiles to make a figure with exactly 2 lines of symmetry. Make figures with 16 tiles that have exactly 1 and exactly 2 lines of symmetry.

Ans. For 2 lines: arrange the tiles so the pattern is the same on both sides of a vertical line AND a horizontal line (like a plus sign or a rectangle).

For 1 line: make a pattern that is the same on both sides of ONLY one line, e.g. a 4×4 block where the left half mirrors the right half but the top is different from the bottom.

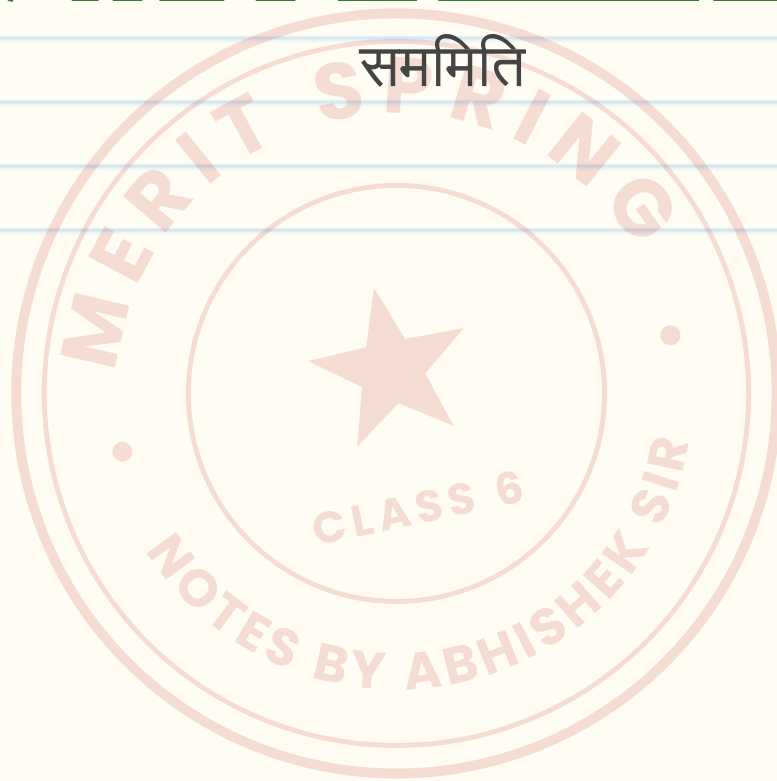
For exactly 2 lines: a 4×4 pattern that is the same on both sides of the vertical and horizontal lines, but not on the diagonals.

Q.38 (Game) In the 6×6 grid game (two players take turns covering two adjacent squares; the player who cannot place a line loses), what strategy wins?

Ans. The **SECOND** player wins. After the first player's move, the second player places a line exactly where the first player's line would go after turning the grid by 180° about its centre (the middle point of the grid). This move is always free and never overlaps, so the second player will never run out of moves before the first player does.

HINDI VERSION

सममिति



अध्याय समीक्षा

- अपने आस-पास देखो - फूल, तितली, रंगोली, पिनव्हील, ताजमहल, मंदिर का गोपुरम। इन चीज़ों के हिस्से एक तय पैटर्न में दोहराते हैं, इसलिए वे संतुलित और सुंदर लगते हैं। इसे सममिति (Symmetry) कहते हैं। बादल में ऐसा कोई पैटर्न नहीं है, इसलिए वह सममित नहीं है। इस अध्याय में हम दो तरह की सममिति सीखते हैं: रेखा (परावर्तन) सममिति और घूर्णन सममिति।
- सममिति रेखा (line of symmetry) वह रेखा है जो आकृति को दो दर्पण-जैसे हिस्सों में बाँटती है, जो मोड़ने पर ठीक एक-दूसरे पर बैठ जाते हैं। आकृति में एक, कई या कोई सममिति रेखा नहीं हो सकती (वर्ग में 4, आयत में 2, वृत्त में अनगिनत)। घूर्णन सममिति का मतलब है कि आकृति एक स्थिर बिंदु (घूर्णन केंद्र) के चारों ओर किसी कोण (सममिति कोण) से घुमाने पर ठीक वैसी ही दिखे। 360° का पूरा चक्कर हमेशा एक सममिति कोण होता है।
- n बराबर अरीय भुजाओं वाली आकृति का सबसे छोटा सममिति कोण $360^\circ \div n$ होता है और बाकी कोण उसके गुणज होते हैं। वृत्त में हर कोण सममिति कोण है और हर व्यास सममिति रेखा है। सममिति कला, कोलम, इमारतों और डिज़ाइन में काम आती है - और पहेलियों व खेलों को जीतना भी आसान बनाती है।

विस्तृत नोट्स

1. सममिति क्या है?

- जब किसी आकृति के हिस्से एक तय पैटर्न में दोहराते हैं तो कहते हैं कि उसमें सममिति है और आकृति सममित (symmetrical) है।
- उदाहरण: फूल (कई कोणों से एक जैसा), तितली (दोनों पंख एक जैसे), रंगोली (लाल पंखुड़ियाँ 90° घुमाने पर अपनी जगह आ जाती हैं), पिनव्हील (हर किनारे पर एक आकार दोहराता है), ताजमहल और गोपुरम (बायाँ और दायाँ आधा एक जैसा)।
- बादल की तस्वीर में कोई दोहराव का पैटर्न नहीं है, इसलिए वह सममित नहीं है।

2. सममिति रेखा (दर्पण रेखा)

- कागज़ का त्रिभुज एक बिंदीदार रेखा पर मोड़ो। अगर एक आधा हिस्सा दूसरे आधे को पूरी तरह ढक ले तो दोनों हिस्से दर्पण-आधे (mirror halves) हैं। मोड़ की रेखा सममिति रेखा (line of symmetry या axis of symmetry) कहलाती है।

- मोड़ने की जाँच: आकृति को रेखा पर मोड़ो। अगर दोनों हिस्से ठीक मिल जाएँ - वह सममिति रेखा है। अगर न मिलें (जैसे चार पहली-टुकड़े बीच से मोड़ने पर) - वह सममिति रेखा नहीं है।
- कुछ आकृतियों में एक ही सममिति रेखा होती है (तितली, समद्विबाहु त्रिभुज)। कुछ में कई (वर्ग, आयत, सम बहुभुज)। कुछ में एक भी नहीं (बादल, विषमबाहु त्रिभुज, समांतर चतुर्भुज)।

3. एक से ज्यादा सममिति रेखाएँ

- वर्ग: उसे खड़ा, आड़ा और दोनों विकर्णों पर मोड़ो - 4 सममिति रेखाएँ। मोड़ने का और कोई तरीका नहीं जिससे दोनों हिस्से मिलें।
- आयत (जो वर्ग न हो): सिर्फ 2 रेखाएँ - खड़ी और आड़ी। उसका विकर्ण सममिति रेखा नहीं है (हिस्से आपस में नहीं मिलते)।
- n बराबर भुजाओं और कोणों वाले सम बहुभुज में n सममिति रेखाएँ होती हैं: समबाहु त्रिभुज 3, वर्ग 4, सम पंचभुज 5, सम षट्भुज 6, और आगे ऐसे ही।
- वृत्त: हर व्यास सममिति रेखा है, इसलिए वृत्त में अनगिनत (अनंत) सममिति रेखाएँ होती हैं।

4. परावर्तन (Reflection)

- सममिति रेखा पर मोड़ना वैसा ही है जैसे आकृति का उस रेखा में परावर्तन करना। एक तरफ का हिस्सा दूसरी तरफ परावर्तित हो जाता है। इसलिए जिस आकृति में सममिति रेखा हो उसमें परावर्तन सममिति (reflection symmetry) कही जाती है।
- उदाहरण - वर्ग ABCD: खड़ी रेखा में परावर्तन करने पर B और C, A और D की जगह चले जाते हैं। विकर्ण AC पर परावर्तन करने पर A और C अपनी जगह रहते हैं और D, B की जगह चला जाता है। आड़ी रेखा में परावर्तन से D और C, A और B की जगह चले जाते हैं।
- हर बिंदु और उसका परावर्तित बिंदु दर्पण-रेखा से बराबर दूरी पर, उलटी तरफ होते हैं।

5. सममित आकृतियाँ बनाना

- स्याही के धब्बे: कागज़ आधा मोड़ो, एक आधे पर स्याही की कुछ बूँदें डालो, दबाओ और खोलो। मोड़ वाली रेखा सममिति रेखा बनती है और सममित पैटर्न मिलता है।
- कागज़ मोड़ना और काटना: कागज़ एक-दो बार मोड़ो और किनारे पर कोई आकार काटो। खोलने पर मोड़ सममिति रेखा होती है और कटा हुआ आकार दूसरी तरफ भी दोहराता है। ज्यादा बार मोड़ने से त्योहारों के लिए सुंदर कागज़ की कटिंग बनती है।

- पंचिंग का खेल: मुड़े कागज़ में छेद करो। खोलने पर हर मोड़ की रेखा के दोनों तरफ दर्पण की तरह छेद मिलते हैं। एक मोड़ से 1 छेद के 2 छेद बनते हैं; दो मोड़ (पहले खड़ा, फिर आड़ा) से 1 छेद के 4 छेद बनते हैं।
- एक सीधी कटिंग से बीच में वर्गाकार छेद पाने के लिए: कागज़ पहले आड़ा, फिर खड़ा मोड़ो और बंद कोने पर छोटा वर्ग काट दो। तिरछी भुजाओं वाला छेद पाने के लिए बंद कोने पर तिरछी कटिंग करो।

6. त्रिभुज और सममिति

- समबाहु त्रिभुज (तीनों भुजाएँ बराबर): 3 सममिति रेखाएँ।
- समद्विबाहु त्रिभुज (दो भुजाएँ बराबर): ठीक 1 सममिति रेखा।
- विषमबाहु त्रिभुज (कोई भुजा बराबर नहीं): कोई सममिति रेखा नहीं।
- त्रिभुज में कभी ठीक 2 सममिति रेखाएँ नहीं हो सकतीं - या तो 0, या 1, या 3।

7. घूर्णन सममिति (Rotational Symmetry)

- कागज़ की पवनचक्की में कोई सममिति रेखा नहीं होती (मोड़ने पर हिस्से नहीं मिलते), पर उसे केंद्र के चारों ओर 90° घुमाने पर वह ठीक वैसी ही दिखती है। इसमें घूर्णन सममिति है।
- जिस स्थिर बिंदु के चारों ओर घुमाते हैं वह घूर्णन केंद्र (centre of rotation) है। जिस कोण से घुमाने पर आकृति ठीक वैसी ही दिखे वह सममिति कोण (angle of symmetry) है।
- पवनचक्की: 90° से कम घुमाने पर वह वैसी नहीं दिखती। उसके सममिति कोण 90° , 180° , 270° और 360° हैं - यानी 4 सममिति कोण (क्रम 4)।
- 360° (पूरा चक्कर) हमेशा सममिति कोण होता है, क्योंकि पूरे चक्कर के बाद हर आकृति अपनी पहली स्थिति में आ जाती है।
- वर्ग: 90° घुमाने पर वह अपने ऊपर आ जाता है (A, B की जगह; B, C की जगह; C, D की जगह; D, A की जगह)। सममिति कोण: 90° , 180° , 270° , 360° - यानी 4 कोण। घूर्णन केंद्र वह बिंदु है जहाँ विकर्ण मिलते हैं।
- अगर आकृति सिर्फ 360° पर ही अपने ऊपर आए तो उसमें घूर्णन सममिति नहीं है।
- सममिति कोणों की संख्या (360° समेत) को घूर्णन सममिति का क्रम (order) कहते हैं।

8. अरीय भुजाएँ (Radial Arms)

- केंद्र के चारों ओर बराबर फैली n अरीय भुजाओं वाली आकृति में n सममिति कोण होते हैं। पास की भुजाओं के बीच का कोण $360^\circ \div n$ होता है।
- 3 भुजाएँ: भुजाओं के बीच कोण $360^\circ \div 3 = 120^\circ$ होना चाहिए; सममिति कोण 120° , 240° , 360° । (अगर तीनों कोण बराबर न हों तो सिर्फ 360° ही रहेगा - घूर्णन सममिति नहीं।)
- 5 भुजाएँ: 72° , 144° , 216° , 288° , 360° । 6 भुजाएँ: 60° , 120° , 180° , 240° , 300° , 360° ।
- 7 भुजाएँ: सबसे छोटा कोण $= 360^\circ \div 7 = 51 \frac{3}{7}^\circ$ (मिश्र भिन्न, पूर्ण संख्या नहीं)।
- जाँच: आकृति दो कागज़ों पर बनाओ, एक से भुजाएँ काट लो, दूसरा स्थिर रखो और कटी हुई आकृति घुमाकर देखो।

9. सममिति कोणों के नियम

- सममिति कोण सबसे छोटे सममिति कोण के गुणज होते हैं। उदाहरण: सबसे छोटा $60^\circ \rightarrow 60^\circ$, 120° , 180° , 240° , 300° , 360° ।
- ठीक 2 कोण: 180° , 360° । ठीक 3 कोण: 120° , 240° , 360° । ठीक 4 कोण: 90° , 180° , 270° , 360° ।
- अगर सबसे छोटा कोण पूर्ण डिग्री में हो तो वह 360 का गुणनखंड होना चाहिए (जैसे 45° , 60° , 90°)। इसलिए 17° नहीं हो सकता क्योंकि 17, 360 को पूरा नहीं भाग देता।
- सत्य: हर आकृति का 360° एक सममिति कोण होता है। सत्य: पूर्ण संख्या वाला सबसे छोटा कोण हमेशा 360 का गुणनखंड होता है।

10. वृत्त - सबसे ज्यादा सममित आकृति

- केंद्र के चारों ओर किसी भी कोण से घुमाने पर वृत्त वैसे ही दिखता है, इसलिए हर कोण सममिति कोण है।
- वृत्त का हर व्यास सममिति रेखा है, इसलिए उसमें अनगिनत सममिति रेखाएँ हैं।
- घूर्णन सममिति वाली चीज़ें: पंखा, पहिया, फूल, अशोक चक्र (24 तीलियाँ - 24 सममिति रेखाएँ और 24 सममिति कोण)।

11. रेखा सममिति और घूर्णन सममिति

- कुछ आकृतियों में सिर्फ सममिति रेखाएँ होती हैं (समद्विबाहु त्रिभुज, पतंग, तितली)। कुछ में सिर्फ घूर्णन सममिति (समांतर चतुर्भुज - 180° , पवनचक्की)। कुछ में दोनों (वर्ग, आयत,

समबाहु त्रिभुज, सम षट्भुज, वृत्त, जोड़ का चिह्न)। कुछ में कोई नहीं (विषमबाहु त्रिभुज, बादल)।

- समांतर चतुर्भुज (जो आयत या समचतुर्भुज न हो) में सममिति रेखा नहीं होती पर 180° की घूर्णन सममिति होती है। समद्विबाहु समलंब में एक रेखा होती है पर घूर्णन सममिति नहीं।

12. रोज की जिंदगी में सममिति

- रंगोली, कोलम, फूलों के डिज़ाइन, कागज़ की कटिंग, ताजमहल जैसी इमारतें, दिल्ली की नई संसद भवन (3 सममिति रेखाएँ और कोण 120° , 240° , 360°), अशोक चक्र और कोंक स्नोफ्लेक।
- खेल की चाल: 6×6 ग्रिड के खेल में (दो पास-पास वर्ग ढकने वाले) दूसरा खिलाड़ी हमेशा जीत सकता है - वह पहले खिलाड़ी की हर चाल को ग्रिड के केंद्र के चारों ओर 180° घुमाकर उसकी नकल करे।

महत्वपूर्ण सूत्र / मान

- n भुजाओं वाला सम बहुभुज: n सममिति रेखाएँ और n सममिति कोण
- सबसे छोटा सममिति कोण = $360^\circ \div n$ (n = बराबर अरीय भुजाओं की संख्या)
- सारे सममिति कोण = सबसे छोटे कोण के गुणज, 360° तक
- वृत्त: अनंत रेखाएँ और हर कोण सममिति कोण। 360° हमेशा सममिति कोण है

मुख्य शब्दावली

सममिति (Symmetry) - आकृति के हिस्सों का एक तय पैटर्न में दोहराना।

सममिति रेखा (Line of symmetry) - वह रेखा जो आकृति को दर्पण-आधों में बाँटे जो मोड़ने पर पूरी तरह मिल जाएँ (सममिति अक्ष)।

दर्पण-आधे (Mirror halves) - सममिति रेखा के दोनों तरफ़ के हिस्से।

परावर्तन सममिति - एक या अधिक सममिति रेखाओं वाली आकृति की सममिति।

असममित (Asymmetrical) - जिसमें न रेखा सममिति हो न घूर्णन सममिति।

घूर्णन सममिति - स्थिर बिंदु के चारों ओर 0° और 360° के बीच किसी कोण से घुमाने पर आकृति का वैसे ही दिखना।

घूर्णन केंद्र - वह स्थिर बिंदु जिसके चारों ओर आकृति घुमाई जाती है।

सममिति कोण - वह कोण जिससे घुमाने पर आकृति ठीक वैसी ही दिखे।

घूर्णन सममिति का क्रम - आकृति के सममिति कोणों की संख्या (360° समेत)।

अरीय भुजाएँ (Radial arms) - केंद्र से पहिये की तीलियों की तरह बराबर फैली भुजाएँ।

सम बहुभुज (Regular polygon) - सब भुजाएँ और सब कोण बराबर वाला बहुभुज।

समबाहु त्रिभुज - तीन बराबर भुजाओं वाला त्रिभुज: 3 सममिति रेखाएँ।

समद्विबाहु त्रिभुज - दो बराबर भुजाओं वाला त्रिभुज: 1 सममिति रेखा।

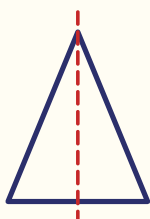
विषमबाहु त्रिभुज - कोई भुजा बराबर नहीं; कोई सममिति रेखा नहीं।

व्यास (Diameter) - वृत्त के केंद्र से जाने वाली रेखा; हर व्यास सममिति रेखा है।

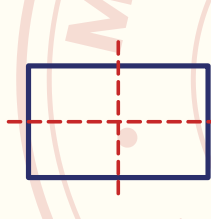
अध्यारोपण - एक हिस्से को ठीक दूसरे के ऊपर रखना।

आरेख / फ्लोचार्ट

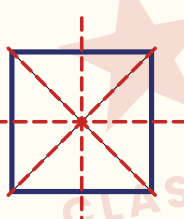
आम आकृतियों में सममिति रेखाएँ



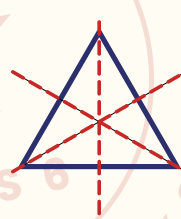
समद्विबाहु त्रिभुज
1 रेखा



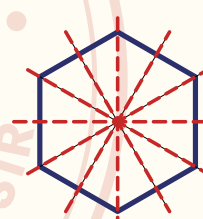
आयत
2 रेखाएँ



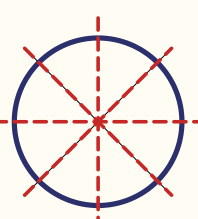
वर्ग
4 रेखाएँ



समबाहु त्रिभुज
3 रेखाएँ



सम षट्भुज
6 रेखाएँ

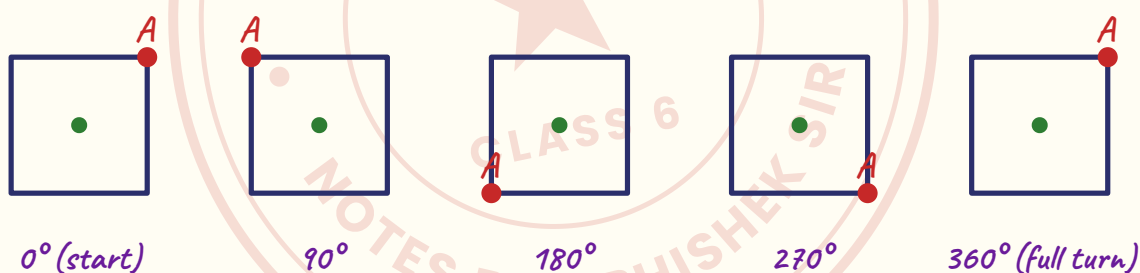


वृत्त
अनगिनत रेखाएँ

आम आकृतियों की सममिति

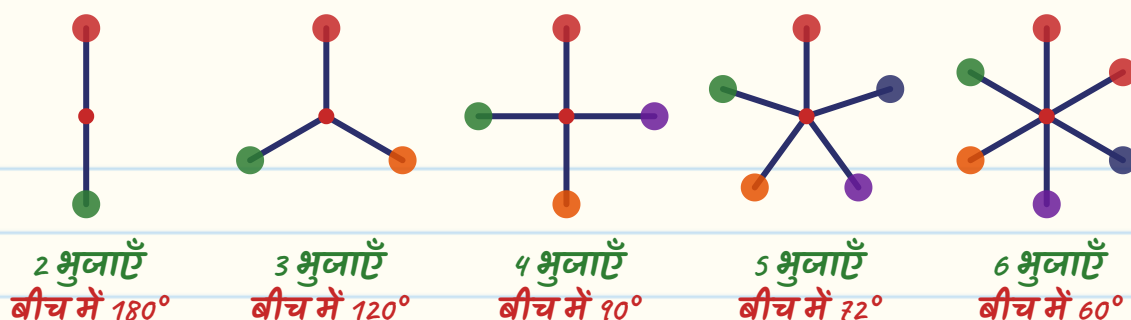
आकृति	सममिति रेखाएँ	सममिति कोण (क्रम)
समबाहु त्रिभुज	3	3
समद्विबाहु त्रिभुज	1	1 (सिर्फ 360°)
विषमबाहु त्रिभुज	0	1 (सिर्फ 360°)
आयत	2	2
वर्ग	4	4
समांतर चतुर्भुज	0	2
सम षट्भुज	6	6
वृत्त	अनगिनत	हर कोण

वर्ग - घूर्णन सममिति



वर्ग हर 90° पर एक जैसा दिखता है → 4 सममिति कोण

अरीय भुजाएँ और सममिति कोण



सममिति कोण

क्रम	सबसे छोटा कोण	सारे सममिति कोण
2	180°	$180^\circ, 360^\circ$
3	120°	$120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$
4	90°	$90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$
5	72°	$72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ, 360^\circ$
6	60°	$60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ$
7	$51\frac{3}{7}^\circ$	$51\frac{3}{7}^\circ$ के गुणज

रेखा और घूर्णन सममिति

रेखा (परावर्तन) सममिति

- रेखा पर मोड़ना
- दो दर्पण-आधे मिलते हैं
- वर्ग: 4 रेखाएँ

घूर्णन सममिति

- केंद्र के चारों ओर घुमाना
- घुमाने पर वैसा ही दिखे
- वर्ग: 4 कोण

सममिति की जाँच

रेखा सममिति: रेखा पर मोड़ो - क्या दोनों हिस्से मिलते हैं?



घूर्णन सममिति: ट्रेस करके केंद्र के चारों ओर घुमाओ



सममिति कोण: जितने घुमाव पर फिर मिलान हो



मिलानों की गिनती (360° समेत) = क्रम

पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 (खंड 9.1, Figure it Out प्र.1) अध्याय की शुरु की आकृतियों में क्या कोई सममिति रेखा दिखती है? बादल की तस्वीर में?

उत्तर- हाँ। फूल में 6, रंगोली में 4 और तितली में 1 सममिति रेखा है।
पिनव्हील और बादल में कोई सममिति रेखा नहीं है।

प्र.2 दी गई हर आकृति में सममिति रेखा (अगर हो) पहचानो।

उत्तर- दिखाई गई तीनों आकृतियों में एक-एक सममिति रेखा है। उसे ढूँढने के लिए देखो कि किस रेखा पर मोड़ने से दोनों हिस्से ठीक मिल जाते हैं (हर आकृति में बिंदीदार रेखा से दिखाई गई)।

प्र.3 क्या वर्ग को मोड़ने का कोई और तरीका है जिससे दोनों हिस्से मिलें? वर्ग में कितनी सममिति रेखाएँ हैं?

उत्तर- कोई और तरीका नहीं। वर्ग में 4 सममिति रेखाएँ हैं: खड़ी, आड़ी और दोनों विकर्ण।

प्र.4 हमने देखा कि वर्ग का विकर्ण सममिति रेखा है। जो आयत वर्ग नहीं है, क्या उसका विकर्ण सममिति रेखा है?

उत्तर- नहीं। आयत को विकर्ण पर मोड़ने पर दोनों त्रिभुज ठीक नहीं मिलते (कोने नहीं बैठते)।
आयत में सिर्फ 2 सममिति रेखाएँ हैं - खड़ी और आड़ी।

प्र.5 वर्ग ABCD में विकर्ण AC पर परावर्तन करने पर A, B, C, D कहाँ जाते हैं? आड़ी सममिति रेखा पर परावर्तन करने पर?

उत्तर- विकर्ण AC पर: A और C अपनी जगह रहते हैं; B, D की जगह और D, B की जगह चला जाता है।

आड़ी रेखा पर: D, A की जगह और C, B की जगह चला जाता है (और A, D की जगह; B, C की जगह)।

प्र.6 (पंचिंग का खेल प्र.1) हर आकृति में मुड़े वर्गाकार कागज़ में छेद किया गया और फिर खोला गया। बताओ कागज़ किस रेखा पर मोड़ा गया था। आकृति (d) एक छेद से कैसे बनी?

उत्तर- (a) खड़ी रेखा पर मोड़ा (छेद बाएँ-दाएँ दर्पण जैसे हैं)।
(b) विकर्ण पर मोड़ा।

(c) आड़ी रेखा पर मोड़ा (छेद ऊपर-नीचे हैं)।

(d) कागज़ पहले खड़ा और फिर आड़ा मोड़ा गया (या उलटे क्रम में)। एक छेद से हर कोने वाले हिस्से में एक, यानी 4 छेद बन जाते हैं।

प्र.7 सममिति रेखा/रेखाएँ दी हैं। बाकी छेद ढूँढो।

उत्तर- नियम: दूसरा छेद दर्पण-प्रतिबिंब है - रेखा से उतनी ही दूरी पर, उलटी तरफ़, रेखा पर लंब दिशा में।

एक सममिति रेखा से 1 और छेद मिलता है। दो रेखाओं (खड़ी + आड़ी) से 3 और छेद मिलते हैं, यानी कुल 4 छेद।

प्र.8 हर कटिंग के बाद अनुमान लगाओ कि कागज़ खोलने पर छेद का आकार क्या होगा।

उत्तर- मुड़ा कागज़ खोलने पर कटा हुआ आकार मोड़ की रेखा के दूसरी तरफ़ दर्पण-प्रतिबिंब के रूप में भी दोहराता है। इसलिए पूरा छेद कटे आकार और उसके प्रतिबिंब से मिलकर बनता है - जैसे मोड़ पर कटा आधा बो-टाई खुलकर पूरा बो-टाई जैसा छेद बन जाता है और आधा तीर खुलकर पूरे रिबन जैसा आकार बन जाता है। कटिंग करके जाँचो।

प्र.9 एक सीधी कटिंग से (a) बीच में वर्गाकार छेद (b) बीच में वर्ग जैसा छेद कैसे बनाओगे?

उत्तर- (a) कागज़ पहले आड़ा और फिर खड़ा मोड़ो। जिस बंद कोने पर सारी तहें मिलती हैं (जो खोलने पर केंद्र बनता है) वहाँ से छोटा वर्ग काट लो। खोलने पर बीच में वर्गाकार छेद मिलेगा।

(b) उसी तरह (आड़ा फिर खड़ा) मोड़ो। बंद कोने पर तिरछी रेखा में काटो। खोलने पर बीच में चार भुजाओं वाला छेद मिलेगा - जाँचो कि उसकी सब भुजाएँ और सब कोण बराबर हैं या नहीं।

प्र.10 इन आकृतियों में कितनी सममिति रेखाएँ हैं? (a) दिखाई गई दोनों आकृतियाँ (b) बराबर भुजाओं और कोणों वाला त्रिभुज (c) बराबर भुजाओं और कोणों वाला षट्भुज।

उत्तर- (a) पहली आकृति में 4 और तारे जैसी आकृति में 8 सममिति रेखाएँ।

(b) समबाहु त्रिभुज में 3 सममिति रेखाएँ।

(c) सम षट्भुज में 6 सममिति रेखाएँ।

प्र.11 हर आकृति ट्रेस करके सममिति रेखाएँ (अगर हों) बनाओ।

उत्तर- आकृति ट्रेस करो, ट्रेसिंग को अलग-अलग तरह मोड़ो और जिस मोड़ पर दोनों हिस्से मिल जाएँ वहाँ बिंदीदार रेखा खींचो।

उत्तर की आकृतियों से: वर्ग के अंदर वर्ग वाले डिज़ाइन में 4 रेखाएँ (खड़ी, आड़ी, दो विकर्ण); अष्टभुज जैसी आकृति में 1 खड़ी रेखा; तीर जैसी पाँच भुजाओं वाली आकृति में 1 आड़ी रेखा; चार नोकों वाले तारे में 4 रेखाएँ (खड़ी, आड़ी, दो विकर्ण)।

प्र.12 कोलम की सममिति रेखाएँ ढूँढो।

उत्तर- कोलम की ट्रेसिंग को मोड़कर/घुमाकर देखो। केंद्र से जाने वाली खड़ी और आड़ी रेखा तथा केंद्र से जाने वाली दो विकर्ण रेखाएँ सममिति रेखाएँ हैं - यानी कुल 4 सममिति रेखाएँ। उन्हें बिंदीदार रेखा से दिखाओ।

प्र.13 बनाओ: (a) ठीक एक सममिति रेखा वाला त्रिभुज (b) ठीक तीन रेखाओं वाला (c) एक भी रेखा नहीं। क्या ठीक दो सममिति रेखाओं वाला त्रिभुज बन सकता है?

उत्तर- (a) समद्विबाहु त्रिभुज (दो भुजाएँ बराबर) - 1 रेखा।
(b) समबाहु त्रिभुज (तीनों भुजाएँ बराबर) - 3 रेखाएँ।
(c) विषमबाहु त्रिभुज (सब भुजाएँ अलग) - कोई रेखा नहीं।
नहीं। त्रिभुज में ठीक दो सममिति रेखाएँ नहीं हो सकती - 0, 1 या 3 ही होती हैं।

प्र.14 कम से कम एक वक्र किनारे वाली आकृति बनाओ जिसमें (a) ठीक एक (b) ठीक दो (c) ठीक चार सममिति रेखाएँ हों।

उत्तर- (a) बोटल या बूँद जैसी आकृति - ऊपर वक्र और बगल सीधे: 1 खड़ी रेखा।
(b) अंडाकार (दीर्घवृत्त) या गोली जैसी आकृति: 2 रेखाएँ - एक खड़ी, एक आड़ी।
(c) चार पंखुड़ी वाला फूल या गोल सिरों वाला जोड़ का चिह्न: 4 रेखाएँ (खड़ी, आड़ी, दो विकर्ण)।

प्र.15 आकृतियाँ वर्गाकार कागज़ पर बनाओ और उन्हें पूरा करो ताकि नीली रेखा सममिति रेखा बन जाए।

उत्तर- नीली रेखा के एक तरफ़ हर रंगीन वर्ग या हिस्से के लिए गिनो कि वह रेखा से कितने वर्ग दूर हैं और दूसरी तरफ़ उतनी ही दूरी पर वैसे ही वर्ग रंग दो। सब हिस्सों के लिए ऐसा

करो। (c) और (f) में किताब को घुमा लो ताकि नीली रेखा खड़ी हो जाए - आसान हो जाएगा।

प्र.16 हर चित्र को ऐसे पूरा करो कि दोनों नीली रेखाएँ सममिति रेखाएँ हों।

उत्तर- पहले चित्र का एक नीली रेखा में परावर्तन करो। फिर पूरी आकृति (मूल + परावर्तन) का दूसरी नीली रेखा में परावर्तन करो। अब दोनों नीली रेखाएँ सममिति रेखाएँ बन जाएँगी (पहले हिस्से की कुल 4 प्रतियाँ)।

प्र.17 डॉट ग्रीड पर बनाओ। हर आकृति में दो और रेखाएँ खींचकर ऐसी आकृति बनाओ जिसमें सममिति रेखा हो।

उत्तर- आकृति के बीच से एक खड़ी या आड़ी सममिति रेखा चुनो। दी गई रेखाओं का प्रतिबिम्ब रेखा के दूसरी तरफ बराबर दूरी पर बिंदु गिनकर बनाओ और बिंदुओं को जोड़ दो। अपनी रेखा पर मोड़कर जाँचो।

प्र.18 (खंड 9.2) अरीय भुजाओं वाली ऐसी आकृति बनाओ जिसमें ठीक (a) 5 सममिति कोण (b) 6 सममिति कोण हों। कोण बताओ।

उत्तर- (a) 5 बराबर अरीय भुजाएँ लो, पास की भुजाओं के बीच $360^\circ \div 5 = 72^\circ$ । सममिति कोण: $72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ, 360^\circ$ ।

(b) 6 भुजाएँ लो, बीच में $360^\circ \div 6 = 60^\circ$ । सममिति कोण: $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ$ ।

प्र.19 अरीय भुजाओं वाली आकृति में ठीक 7 सममिति कोण हैं। सबसे छोटा सममिति कोण क्या है? क्या वह पूर्ण संख्या है?

उत्तर- सबसे छोटा कोण $= 360^\circ \div 7 = 51\frac{3}{7}^\circ$ (51 डिग्री और डिग्री का सात में तीन भाग)। नहीं, वह पूर्ण संख्या नहीं है।

प्र.20 (Figure it Out प्र.1) चिह्नित बिंदु के चारों ओर दी आकृतियों के सममिति कोण निकालो।

उत्तर- (a) $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$

(b) सिर्फ 360°

(c) $180^\circ, 360^\circ$

प्र.21 इनमें से किन आकृतियों में एक से ज्यादा सममिति कोण हैं?

उत्तर- जो आकृतियाँ 360° से कम किसी घुमाव पर अपने ऊपर आ जाएँ - क्रॉस वाला वृत्त, तीन तीलियों वाला वृत्त, पवनचक्की, X आकृति और पाँच नोक वाला तारा, सब में एक से ज्यादा सममिति कोण हैं। किसी भी आकृति को ट्रेस करके चिह्नित बिंदु के चारों ओर घुमाओ और 360° से पहले मिलान देखो।

प्र.22 हर आकृति के घूर्णन सममिति का क्रम बताओ।

उत्तर- (a) क्रम 2 (b) क्रम 4 (c) क्रम 6

(d) क्रम 3 (e) क्रम 4 (f) क्रम 5

क्रम = सममिति कोणों की संख्या, 360° समेत।

प्र.23 हर स्थिति में सममिति कोण सबसे छोटे कोण के गुणज हैं। क्या ऐसा हमेशा होगा?

उत्तर- हाँ। सममिति कोण हमेशा सबसे छोटे सममिति कोण के गुणज होते हैं। जैसे दूसरा कोण पहले घुमाव का दुगुना होता है, तीसरा तिगुना, और आगे ऐसे ही।

प्र.24 सही या गलत: (i) हर आकृति का 360° सममिति कोण होता है। (ii) अगर सबसे छोटा सममिति कोण पूर्ण डिग्री में हो तो वह 360 का गुणनखंड होता है।

उत्तर- (i) सही - पूरे चक्कर के बाद हर आकृति पहली स्थिति में आ जाती है।

(ii) सही - सबसे छोटा कोण 360° में पूरी बार समाना चाहिए।

प्र.25 (Figure it Out प्र.1, वृत्त) वृत्त के भागों को ऐसे रंगो कि (i) 3 सममिति कोण (ii) 4 सममिति कोण हों। (iii) कितनी संख्याओं के सममिति कोण संभव हैं?

उत्तर- वृत्त में 12 बराबर भाग हैं।

(i) 3 कोणों के लिए: हर 120° पर वही पैटर्न रंगो - जैसे भाग 1, 5 और 9 (हर चौथा भाग)।

(ii) 4 कोणों के लिए: हर 90° पर वही पैटर्न - जैसे भाग 1, 4, 7 और 10 (हर तीसरा भाग)।

(iii) सममिति कोणों की संख्या 1, 2, 3, 4, 6 या 12 हो सकती है (वे संख्याएँ जो 12 को पूरा भाग दें)। सबसे ज्यादा 12 हो सकती है।

प्र.26 वृत्त और वर्ग के अलावा दो ऐसी आकृतियाँ बनाओ जिनमें परावर्तन सममिति और घूर्णन सममिति दोनों हों।

उत्तर- उदाहरण: जोड़ का चिह्न (+) - 4 सममिति रेखाएँ और घूर्णन क्रम 4; चार पंखुड़ी वाला फूल - 4 रेखाएँ और क्रम 4। आयत (2 रेखाएँ, क्रम 2) और समबाहु त्रिभुज (3 रेखाएँ, क्रम 3) भी सही हैं।

प्र.27 जहाँ संभव हो वहाँ मोटा चित्र बनाओ: (a) कम से कम 2 रेखाओं और 2 कोणों वाला त्रिभुज (b) सिर्फ 1 रेखा, घूर्णन सममिति नहीं (c) घूर्णन सममिति पर परावर्तन सममिति नहीं वाला चतुर्भुज (d) परावर्तन सममिति पर घूर्णन सममिति नहीं वाला चतुर्भुज।

उत्तर- (a) समबाहु त्रिभुज - 3 सममिति रेखाएँ और 3 सममिति कोण (120° , 240° , 360°)।
(b) समद्विबाहु त्रिभुज - 1 सममिति रेखा, घूर्णन सममिति नहीं।
(c) समांतर चतुर्भुज (तिरछी भुजाएँ, आयत या समचतुर्भुज नहीं) - कोई रेखा नहीं, 2 सममिति कोण (180° , 360°)।
(d) समद्विबाहु समलंब (पतंग भी चलेगी) - 1 सममिति रेखा, घूर्णन सममिति नहीं।

प्र.28 किसी आकृति का सबसे छोटा सममिति कोण 60° है। बाकी सममिति कोण क्या हैं?

उत्तर- 60° के गुणज: 120° , 180° , 240° , 300° और 360° ।

प्र.29 किसी आकृति में 60° एक सममिति कोण है और आकृति में 60° से छोटे दो सममिति कोण हैं। उसका सबसे छोटा सममिति कोण क्या है?

उत्तर- 60° से छोटे दो कोण हों तो कोण 20° , 40° और 60° बनते हैं। इसलिए सबसे छोटा कोण $= 60^\circ \div 3 = 20^\circ$ ।

प्र.30 क्या घूर्णन सममिति वाली आकृति का सबसे छोटा सममिति कोण (a) 45° (b) 17° हो सकता है?

उत्तर- (a) हाँ, क्योंकि 360° , 45° का गुणज है ($45^\circ \times 8 = 360^\circ$)।
(b) नहीं, क्योंकि 360° , 17° का गुणज नहीं है।

प्र.31 दिल्ली की नई संसद भवन: (a) क्या बाहरी किनारे में परावर्तन सममिति है? कितनी रेखाएँ? (b) क्या घूर्णन सममिति है? कोण बताओ।

उत्तर- (a) हाँ, बाहरी किनारे में 3 सममिति रेखाएँ हैं।

(b) हाँ घूर्णन सममिति के कोण 120° , 240° और 360° हैं।

प्र.32 अध्याय 1 की तालिका 3 के सम बहुभुजों (त्रिभुज, चतुर्भुज ... दशभुज) में कितनी सममिति रेखाएँ हैं? कौन-सी संख्या-श्रृंखला मिलती है?

उत्तर- त्रिभुज 3, चतुर्भुज 4, पंचभुज 5, षट्भुज 6, सप्तभुज 7, अष्टभुज 8, नवभुज 9, दशभुज 10।

श्रृंखला 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 - गिनती की संख्याएँ (n भुजाओं वाले सम बहुभुज में n सममिति रेखाएँ)।

प्र.33 उन्हीं सम बहुभुजों में कितने सममिति कोण हैं? कौन-सी संख्या-श्रृंखला मिलती है?

उत्तर- n भुजाओं वाले सम बहुभुज में n सममिति कोण होते हैं (सबसे छोटा कोण $= 360^\circ \div n$)। इसलिए संख्याएँ फिर 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 - गिनती की संख्याएँ हैं।

प्र.34 कॉक स्नोफ़्लेक श्रृंखला की आकृतियों में कितनी सममिति रेखाएँ और कितने सममिति कोण हैं?

उत्तर- सममिति रेखाएँ: 3, 6, 6, 6, 6।

सममिति कोण: 3, 6, 6, 6, 6।

प्र.35 अशोक चक्र में कितनी सममिति रेखाएँ और सममिति कोण हैं?

उत्तर- 24 सममिति रेखाएँ और 24 सममिति कोण (24 तीलियाँ; सबसे छोटा कोण $360^\circ \div 24 = 15^\circ$)।

प्र.36 (वर्ग में कितने सममिति कोण हैं? घूर्णन केंद्र कहाँ है?)

उत्तर- वर्ग में 4 सममिति कोण हैं: 90° , 180° , 270° और 360° । घूर्णन केंद्र वह बिंदु है जहाँ दोनों विकर्ण मिलते हैं। 90° घुमाने पर A, B की जगह; B, C की जगह; C, D की जगह और D, A की जगह जाता है।

प्र.37 (टाइलों के साथ खेलो) रंगीन टाइलों से ठीक 2 सममिति रेखाओं वाली आकृति बनाओ। 16 टाइलों से ठीक 1 और ठीक 2 सममिति रेखाओं वाली आकृतियाँ बनाओ।

उत्तर- 2 रेखाओं के लिए: टाइलें ऐसे सजाओ कि पैटर्न खड़ी रेखा और आड़ी रेखा दोनों के दोनों तरफ एक जैसा हो (जोड़ के चिह्न या आयत जैसा)।

1 रेखा के लिए: ऐसा पैटर्न जो सिर्फ एक रेखा के दोनों तरफ एक जैसा हो, जैसे 4×4 ब्लॉक जिसका बायाँ आधा दाएँ आधे का प्रतिबिंब हो पर ऊपर और नीचे का हिस्सा अलग हो।

ठीक 2 रेखाओं के लिए: 4×4 पैटर्न जो खड़ी और आड़ी रेखा पर एक जैसा हो पर विकर्णों पर नहीं।

प्र.38 (खेल) 6×6 ग्रिड के खेल में (दो खिलाड़ी बारी-बारी से दो पास-पास वर्ग ढकते हैं, जो रेखा न रख सके वह हारता है) जीतने की चाल क्या है?

उत्तर- दूसरा खिलाड़ी जीतता है। पहले खिलाड़ी की चाल के बाद, दूसरा खिलाड़ी वही रेखा रखे जहाँ ग्रिड को केंद्र (बीच के बिंदु) के चारों ओर 180° घुमाने पर पहले खिलाड़ी की रेखा आती। यह जगह हमेशा खाली रहती है और रेखाएँ कभी ढकती नहीं, इसलिए दूसरे खिलाड़ी के पास हमेशा चाल बची रहती है और पहले खिलाड़ी की चालें पहले खत्म होती हैं।

