

ENGLISH SECTION (Hindi terms in brackets)

Quadrilaterals

Class 8 Maths (Ganita Prakash Part 1) • Chapter 4 • Detailed Notes + All Textbook Solutions + Board Questions (2026-27)

Chapter Review in Easy Language

1. What is a quadrilateral? (चतुर्भुज क्या है?)

A **quadrilateral** is a closed figure with **four straight sides** (Latin quadri = four, latus = side). The **angles** of a quadrilateral are the angles between its sides. The endpoints of its **diagonals** are its vertices. Deducing properties means using earlier facts (congruence, parallel lines, angle sums) to **prove** a statement; measuring many examples only gives a **conjecture** (a statement we are highly confident about, but not yet sure it is always true) – e.g. measuring a few rectangles does not prove the 1000th has equal diagonals.

2. Rectangle (आयत) and the Carpenter's Problem

- **Carpenter's Problem:** two strips (diagonals), one 8 cm; where to join and how long should the other be so that a thread through their ends forms a rectangle? Answer: **equal length (8 cm) and joined at their midpoints** (any angle between them).
- **Deduction 1 – diagonals equal:** in rectangle ABCD, $AB = CD$, $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ$, AD common $\rightarrow \triangle ADC \cong \triangle DAB$ (SAS) $\rightarrow AC = BD$.
- **Deduction 2 – diagonals bisect each other:** $\angle 1 = \angle 2$ (each $= 90^\circ - \angle 3$, using $\angle B = 90^\circ$ and the angle sum of $\triangle BCD$), vertically opposite angles at O are equal, $AB = CD \rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD$ (AAS) $\rightarrow OA = OC$ and $OB = OD$. 'Bisect' = divide into two equal parts.
- **Deduction 3 – converse:** draw equal diagonals bisecting each other at **any angle x** (the four angles at O are x, $180^\circ - x$, x, $180^\circ - x$). In $\triangle AOB$ ($OA = OB$) the base angles are $a = 90^\circ - x/2$; in $\triangle AOD$ base angles $b = x/2$; so each angle of the quadrilateral $= a + b = 90^\circ$, and opposite sides are equal (congruent triangles) $\rightarrow$ it is a **rectangle**. (Used by carpenters in Europe and farmers in Mozambique.)
- **Two definitions:** (1) a quadrilateral with **equal diagonals that bisect each other**; (2) simply a quadrilateral with **all angles 90°** (Deduction 4 proves opposite sides are then automatically equal: join BD, $\angle 1 = \angle 2$ as before, $\triangle BAD \cong \triangle DCB$ by AAS $\rightarrow AD = CB$, $DC = BA$).
- **Properties of a rectangle:** (1) all angles 90° ; (2) opposite sides **equal**; (3) opposite sides **parallel** (AB is a transversal of AD and BC with $\angle A + \angle B = 180^\circ \rightarrow AD \parallel BC$); (4) diagonals **equal and bisect each other**.

3. Square (वर्ग)

- **Square:** a quadrilateral with **all angles 90° and all sides equal**. Every square is a rectangle, but not every rectangle is a square (like 'Indian' and 'Malayali': a Malayali is also an Indian). Shown by a **Venn diagram** – squares drawn inside rectangles.
- **Deduction 5 – angle between diagonals:** in square ABCD, $\triangle BOA \cong \triangle BOC$ (SSS: $BA = BC$, $OA = OC$, BO common) $\rightarrow \angle BOA = \angle BOC$, and they make a straight angle (180°) $\rightarrow$ each **90°** . So diagonals are **equal, bisect each other at right angles**.
- **Properties of a square:** (1) all sides equal; (2) opposite sides parallel; (3) all angles 90° ; (4) diagonals equal, bisect each other at 90° ; (5) each diagonal makes **45°** with the sides (in $\triangle ADC$, $\angle 1 + \angle 3 + 90^\circ = 180^\circ$, $AD = DC \rightarrow \angle 1 = \angle 3 = 45^\circ$) – diagonals bisect the angles of the square. All rectangle properties also hold.
- **To construct a square with diagonal d :** draw the diagonal, mark its midpoint, draw a **perpendicular bisector**, cut off $d/2$ on both sides of the midpoint, and join the four ends (equal diagonals + bisect + 90°).

4. Angle sum of a quadrilateral (चतुर्भुज का कोण-योग)

Draw a diagonal SM in quadrilateral SOME. It makes two triangles; each has angle sum 180° , so the six angles add up to 360° , and these six angles together make exactly the four angles of the quadrilateral. **The sum of the angles of any quadrilateral is 360°** . Hence a quadrilateral cannot have exactly three right angles – the fourth angle would be $360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$ too. (Works for a dart-shaped quadrilateral too: join the diagonal that lies inside.)

5. Parallelogram (समांतर चतुर्भुज)

- **Parallelogram:** a quadrilateral with **both pairs of opposite sides parallel** (draw two pairs of parallel lines that are not at right angles). Every rectangle (and square) is a parallelogram – a rectangle is a parallelogram with all angles 90° .
- **Deduction 6 – angles:** $AB \parallel CD$ with transversal AD $\rightarrow \angle A + \angle D = 180^\circ$ (interior angles on the same side); similarly $\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle C + \angle D = 180^\circ$. With $\angle A = x$: $\angle D = \angle B = 180^\circ - x$ and $\angle C = x$. **Adjacent angles add up to 180° ; opposite angles are equal**. (Example: $\angle A = 30^\circ \rightarrow \angle B = 150^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $\angle D = 150^\circ$.)
- **Deduction 7 – sides:** in $\triangle ABD$ and $\triangle CDB$: opposite angles at A and C equal, alternate angles ($AD \parallel BC$, transversal BD) equal, BD common $\rightarrow$ **AAS** $\rightarrow AD = CB$ and $AB = CD$. **Opposite sides are equal**. (Write the correspondence in the right order: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$, not $\triangle CBD$.)
- **Deduction 8 – diagonals:** in parallelogram EASY, $AE = YS$, the alternate angles are equal $\rightarrow \triangle AOE \cong \triangle YOS$ (ASA) $\rightarrow OA = OY$, $OE = OS$. **Diagonals bisect each other**. They need **not** be

equal and meet at **no fixed angle**.

- **Properties:** (1) opposite sides equal; (2) opposite sides parallel; (3) adjacent angles supplementary (180°), opposite angles equal; (4) diagonals bisect each other. **Construction by diagonals:** draw one diagonal, mark midpoint O, draw the other diagonal's line through O at the given angle, cut equal halves on both sides of O, join the four ends.

6. Rhombus (समचतुर्भुज)

- **Rhombus:** a quadrilateral with **all four sides equal** (construct: draw $AB = AD$ at an angle, then cut arcs of the same radius from B and D to get C). Square is a special rhombus.
- **Deduction 9 – angles:** in rhombus GAME, $GE = GA$ and $ME = MA$ give base angles equal; $\triangle GAE \cong \triangle MAE$ (SSS) so the four angles formed by the diagonal at its ends are **all equal** ($a = b = c = d$). Equal alternate angles $\rightarrow EM \parallel GA$ and $GE \parallel AM$, so **every rhombus is a parallelogram**. Example: rhombus with $\angle A = 50^\circ$: $a + a + 50^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 65^\circ$; angles are $50^\circ, 130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$.
- **Deduction 10 – diagonals meet at 90° :** $\triangle GEO \cong \triangle MEO$ (SSS: $GE = ME, GO = MO, EO$ common) $\rightarrow \angle GOE = \angle MOE$, a linear pair $\rightarrow 90^\circ$ each.
- **Properties:** (1) all sides equal; (2) opposite sides parallel; (3) adjacent angles add to 180° , opposite angles equal; (4) diagonals bisect each other **at 90°** ; (5) diagonals **bisect the angles**. Diagonals of a rhombus are **not** always equal (equal only when it is a square). **Construction:** draw one diagonal, its perpendicular bisector, cut half of the other diagonal on both sides, join.

7. Playing with quadrilaterals (चतुर्भुजों से खेल)

- **Geoboard:** two perpendicular equal diagonals crossing at their midpoints $\rightarrow$ **square**. Extend one diagonal by 2 cm on both sides (still perpendicular and bisecting) $\rightarrow$ diagonals now unequal $\rightarrow$ **rhombus**.
- **Joining two equal triangles along a side:** two equilateral triangles $\rightarrow$ **rhombus** ($60^\circ, 120^\circ$). Two isosceles (8, 8, 6): joined along the 6 side $\rightarrow$ rhombus; along an 8 side $\rightarrow$ a **kite** (mirror image) or a **parallelogram** (one triangle turned 180°). Two scalene (6, 9, 12): along each side one gets a **kite** (mirror) and a **parallelogram** (turned 180°) – 3 kites + 3 parallelograms.

8. Kite and trapezium (पतंग और समलंब)

- **Kite:** a quadrilateral ABCD with $AB = BC$ and $CD = DA$ (two non-overlapping adjacent pairs of equal sides). **Property:** diagonal BD **bisects $\angle B$ and $\angle D$** , and bisects the other diagonal AC **at right angles** ($\triangle ABD \cong \triangle CBD$ by SSS; then $\triangle AOB \cong \triangle COB$ by SAS).
- **Trapezium:** a quadrilateral with **at least one pair of parallel opposite sides** ($PQ \parallel SR$). **Property 1:** $\angle S + \angle P = 180^\circ$ and $\angle R + \angle Q = 180^\circ$ (angles on the same leg).

- **Isosceles trapezium:** non-parallel sides equal ($UX = VW$, $UV \parallel XW$). Draw XY and $WZ \perp UV$: $XWZY$ is a rectangle (angles 90°), so $XY = WZ$; $\triangle UXY \cong \triangle VWZ$ (right angle, equal hypotenuses $UX = VW$, $XY = WZ$) → **Property 2:** $\angle U = \angle V$ (base angles equal; also the two top angles are equal).

9. Hierarchy of quadrilaterals (चतुर्भुजों का वर्गीकरण)

Square $\subset$ Rectangle $\subset$ Parallelogram $\subset$ Trapezium. Square $\subset$ Rhombus $\subset$ Parallelogram. Rhombus $\subset$ Kite (every rhombus is a kite, not every kite is a rhombus). The square is the **only** shape that is a rectangle and a rhombus at once. A quadrilateral that is both a kite and a parallelogram is a **rhombus** (square included).

Important Terms (Glossary)

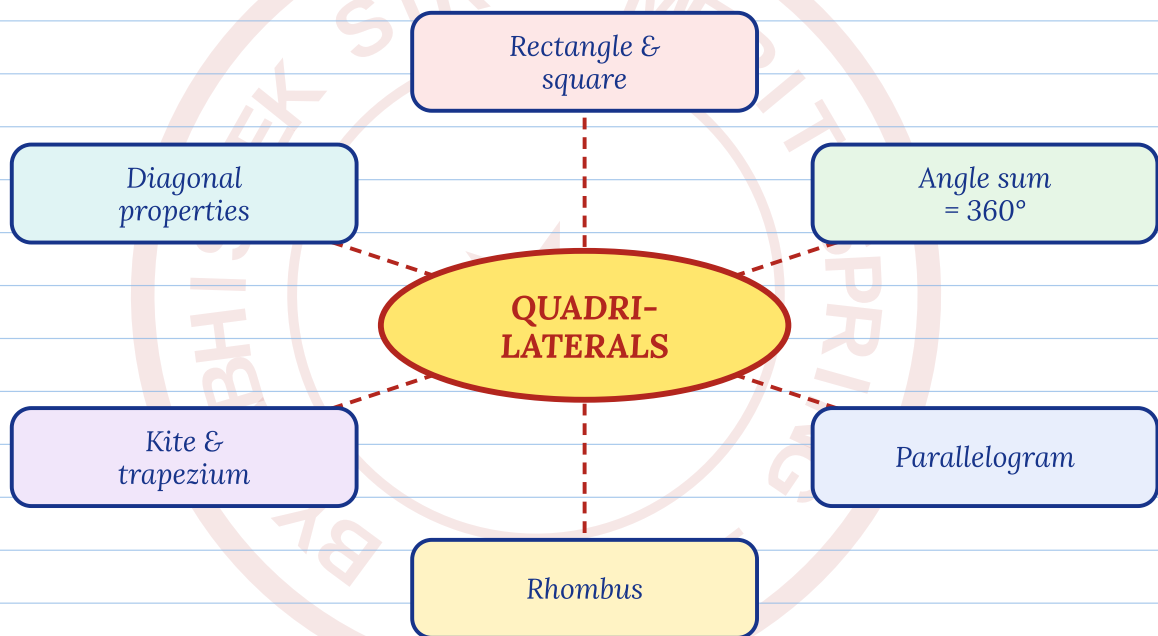
Term	Meaning
Quadrilateral	Closed figure with four straight sides.
Diagonal	Line joining opposite vertices.
Bisect	Divide into two equal parts.
Deduction	Proving a property by logical reasoning.
Conjecture	A statement we are confident of but not yet proved.
Rectangle	Quadrilateral with all angles 90° .
Square	All angles 90° and all sides equal.
Parallelogram	Both pairs of opposite sides parallel.
Rhombus	All four sides equal.
Kite	$AB = BC$ and $CD = DA$ (adjacent pairs equal).
Trapezium	At least one pair of parallel opposite sides.
Isosceles trapezium	Trapezium with equal non-parallel sides.
Venn diagram	Closed curves showing sets and how they sit inside each other.

Quick Revision & Formulas

- Angle sum of a quadrilateral = 360° .
- Rectangle: all angles 90° ; opposite sides equal and parallel; diagonals **equal**, bisect each other.
- Square: all sides equal + all angles 90° ; diagonals equal, bisect each other at 90° and bisect the angles (45°).

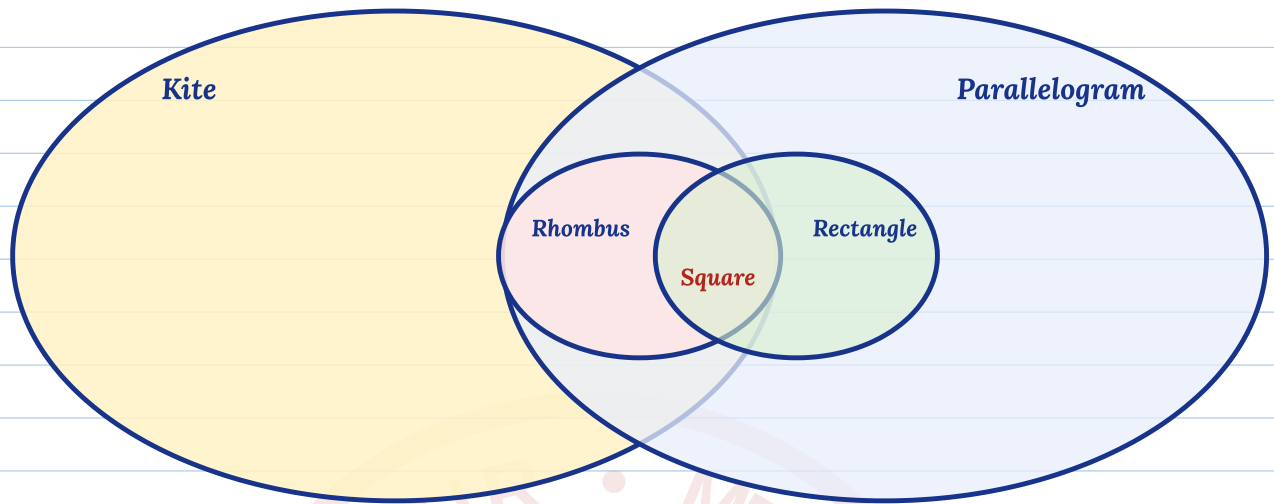
- ▶ Parallelogram: opposite sides equal and parallel; opposite angles equal, adjacent angles sum 180° ; diagonals bisect each other (not equal).
- ▶ Rhombus: all sides equal; diagonals bisect each other at 90° and bisect angles (not equal); every rhombus is a parallelogram and a kite.
- ▶ Kite: $AB = BC$, $CD = DA$; diagonal BD bisects $\angle B$, $\angle D$ and cuts AC at 90° (bisects it).
- ▶ Trapezium ($PQ \parallel SR$): $\angle P + \angle S = 180^\circ$, $\angle Q + \angle R = 180^\circ$; isosceles trapezium: base angles equal.
- ▶ Tests: equal diagonals + bisect $\rightarrow$ rectangle; bisect only $\rightarrow$ parallelogram; opposite sides equal $\rightarrow$ parallelogram; all angles equal $\rightarrow$ rectangle; diagonals equal + bisect at $90^\circ \rightarrow$ square.

Diagrams, Tables & Flowcharts



Concept map of Chapter 4

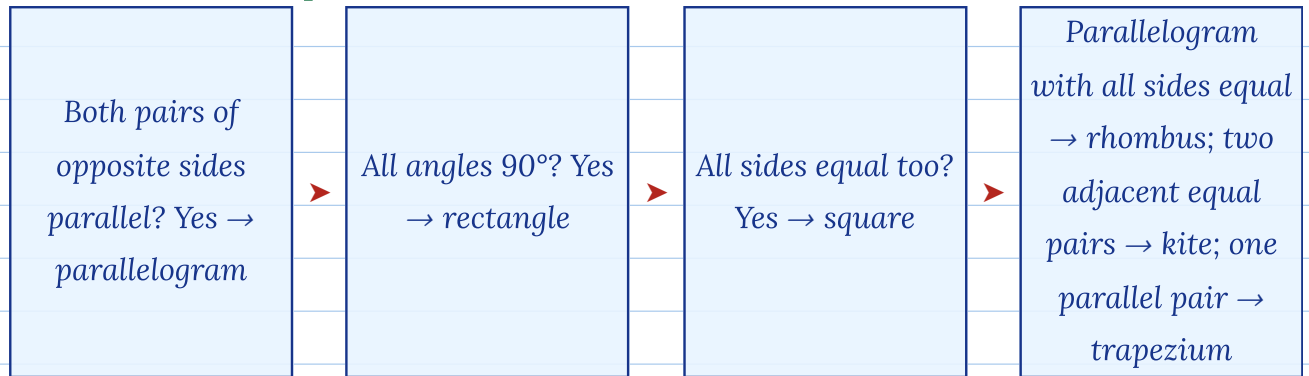
Venn diagram of quadrilaterals



Square sits inside both rhombus and rectangle; rhombus is the overlap of kite and parallelogram; the trapezium contains all of these except the kite

Table: Properties at a glance

Property	Parallelogram	Rectangle	Rhombus	Square	Kite	Trapezium
Opposite sides parallel	✓	✓	✓	✓	✗	1 pair
Opposite sides equal	✓	✓	✓	✓	✗	✗
All sides equal	✗	✗	✓	✓	✗	✗
All angles 90°	✗	✓	✗	✓	✗	✗
Opposite angles equal	✓	✓	✓	✓	1 pair	✗
Diagonals equal	✗	✓	✗	✓	✗	✗
Diagonals bisect each other	✓	✓	✓	✓	✗	✗
Diagonals at 90°	✗	✗	✓	✓	✓	✗
Diagonals bisect angles	✗	✗	✓	✓	1 diag.	✗

Flowchart: Which quadrilateral is it?**Textbook Solutions (All Questions)**

Math Talk (p.83-93) – Why are Figs (i)–(iii) quadrilaterals and (iv), (v) not? Can $\triangle AOD \cong \triangle COB$ be shown from $AO = CO$, $\angle AOB = \angle COD$ and $AD = CB$? Is $\triangle BAD \cong \triangle CDB$ wrong? Is $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ wrong? Is $\triangle AOE \cong \triangle SOY$ wrong?

Ans. A quadrilateral must be a closed figure of four straight sides that meet only at their end points (that is what 'four-sided closed figure' means). $\triangle AOD \cong \triangle COB$: **No** from those three facts – $\angle AOB = \angle COD$ belongs to the other pair of triangles ($\triangle AOB$, $\triangle COD$) and AD , CB are not the sides enclosing a known angle (SSA does not prove congruence). Correct reason: $AO = CO$, $OD = OB$ and $\angle AOD = \angle COB$ (vertically opposite) → SAS. $\triangle BAD \cong \triangle CDB$: **wrong order** – the proved congruence is $\triangle BAD \cong \triangle DCB$ ($B \leftrightarrow D$, $A \leftrightarrow C$, $D \leftrightarrow B$); letters must be written in matching order. $\triangle ABD \cong \triangle CBD$: **wrong** – it should be $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ ($AB = CD$, not $AB = CB$). $\triangle AOE \cong \triangle SOY$: **wrong** – it is $\triangle AOE \cong \triangle YOS$ ($A \leftrightarrow Y$, $E \leftrightarrow S$).

Math Talk – Deduction 3: diagonals equal, bisecting at 60° ; find the other angles and the shape. Also: construct a square with a diagonal of 8 cm. Are the diagonals of a rhombus equal? Do the diagonals of a parallelogram meet at a particular angle?

Ans. Angle at $O = 60^\circ \rightarrow$ the other angles at O are 120° , 60° , 120° . In $\triangle AOB$, $OA = OB$ so the base angles are equal: $a + a + 60^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 60^\circ$ (equilateral). In $\triangle AOD$ (angle 120°) the base angles = $(180^\circ - 120^\circ)/2 = 30^\circ$ each. Each vertex angle = $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$; opposite sides equal by congruent triangles → **rectangle**. Square with diagonal 8 cm: draw $AC = 8$ cm, mark midpoint O , draw the perpendicular bisector (compass), cut $OB = OD = 4$ cm, join $ABCD$. Rhombus diagonals: **not equal** in general (equal only for a square). Parallelogram diagonals: **no fixed angle** (only 90° if it is a rhombus). Rectangle's diagonals: equal, but meet at 90° only if it is a square.

Page 94, Figure it Out Q1 – Find all the other angles inside the rectangles: (i) rectangle $ABCD$ with $\angle OAB = 30^\circ$ (O = centre); (ii) rectangle $PQRS$ with the angle between the diagonals = 110°

(at the top, $\angle QOR$).

Ans. (i) $OA = OB$ (diagonals of a rectangle are equal and bisect) $\rightarrow \angle OBA = 30^\circ$, so $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, $\angle AOD = 60^\circ$. $\angle DBC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ and $\angle CAD = 60^\circ = \angle ADB = \angle ACB$; $\angle BDC = \angle ACD = 30^\circ$. So the angles are: 30° at A and B (with AB), 60° with AD and BC, and 30° at C and D with DC. (ii) $\angle QOR = 110^\circ = \angle POS$ (vertically opposite); $\angle QOP = \angle ROS = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$. In $\triangle QOR$ ($OQ = OR$): $\angle OQR = \angle ORQ = (180^\circ - 110^\circ)/2 = 35^\circ$; so $\angle OQP = \angle ORS = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$. In $\triangle POS$ ($OP = OS$): $\angle OPS = \angle OSP = 35^\circ$; $\angle OPQ = \angle OSR = 55^\circ$. (Matches: $\angle OQP = \angle OPQ = \angle ORS = \angle OSR = 55^\circ$.)

Page 94 Q2 – Draw a quadrilateral whose diagonals are equal (8 cm), bisect each other and meet at (i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140° . Q3 – PL and AM are perpendicular diameters of a circle with centre O; what is APML?

Ans. Q2 (same steps for all four): draw $AB = 8$ cm; mark its midpoint O; at O draw a line l making the given angle with AB; with compass cut $OC = OD = 4$ cm on l on either side of O; join AC, CB, BD, DA. The figure has equal diagonals that bisect each other, so it is a **rectangle** in (i), (ii), (iv) (a longer/narrower rectangle as the angle changes) and a **square** in (iii) 90° . (30° and 150° give the same rectangle; 40° and 140° the same.) Q3: diagonals PL and AM are both diameters, so equal ($2r$); they cross at the centre O, so they bisect each other; and they are perpendicular $\rightarrow$ APML is a **square**.

Page 94 Q4 (Math Talk) – With only two equal sticks and a thread, how to make an exact 90° ? Q5 (Try This) – Can 'opposite sides parallel and equal' be the definition of a rectangle?

Ans. Q4: put the two equal sticks AB and CD across each other so that their midpoints meet at O (they bisect each other). Pass the thread round the four ends A–C–B–D. The diagonals are equal and bisect each other, so ACBD is a **rectangle** and each corner, e.g. $\angle C$, is exactly 90° . (Another way: use an isosceles triangle.) Q5: **No**. A parallelogram that is not a rectangle (slanted) also has opposite sides parallel and equal, so this property alone does not give a rectangle – we also need a right angle.

Page 102 Figure it Out Q1 – Find the remaining angles: (i) parallelogram PERA with $\angle P = 40^\circ$; (ii) parallelogram PQRS with $\angle P = 110^\circ$; (iii) rhombus UVWX with $\angle XVU = 30^\circ$ (diagonal VX); (iv) rhombus OAEI with $\angle OEA = 20^\circ$ (diagonal OE).

Ans. (i) Opposite angles equal, adjacent add to 180° : $\angle A = \angle P = 40^\circ$, $\angle E = \angle R = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. (ii) $\angle Q = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$, $\angle S = \angle Q = 70^\circ$, $\angle R = \angle P = 110^\circ$. (iii) All sides are equal (rhombus) and the diagonal VX bisects the angles: $\angle XVW = \angle XVU = 30^\circ$, so $\angle V = 60^\circ = \angle X$ (opposite angles), and $\angle UXV = \angle WXV = 30^\circ$; $\angle U = \angle W = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. (iv) The diagonal

OE bisects the angles at E and O: $\angle OEI = \angle OEA = 20^\circ$ so $\angle E = 40^\circ$; $\angle AOE = \angle EOI = 20^\circ$, $\angle O = 40^\circ$; $\angle A = \angle I = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

Page 102 Q2 – Construct a parallelogram with diagonals 7 cm and 5 cm meeting at 140° . Q3 – Construct a rhombus with diagonals 4 cm and 5 cm.

Ans. Q2: draw $AB = 7$ cm, mark midpoint O (3.5 cm from A); at O draw a line l making 140° with OB; cut $OC = OD = 2.5$ cm (half of 5 cm) on l on both sides of O; join AC, CB, BD, DA. Diagonals bisect each other, so ACBD is a parallelogram. Q3: draw $AB = 5$ cm, midpoint O; draw the perpendicular to AB at O (90° , using compass or set-square); cut $OC = OD = 2$ cm on both sides of O; join AC, CB, BD, DA. Diagonals bisect each other at $90^\circ \rightarrow$ rhombus (each side $= \sqrt{(2.5^2 + 2^2)} = \sqrt{10.25} \approx 3.2$ cm – computed by me).

Geoboard activity (p.103) and Joining Triangles (p.104–105) – name the quadrilaterals and justify. Also p.105: kite property (show diagonal BD bisects $\angle ABC$, $\angle ADC$ and AC at right angles); trapezium: how to find the other angles; why $\triangle UXY \cong \triangle VWZ$.

Ans. Geoboard: two perpendicular, equal diagonals crossing at their midpoints $\rightarrow$ **square**. Extending one diagonal by 2 cm at both ends keeps them perpendicular and bisecting, but now unequal $\rightarrow$ **rhombus**. Triangles: two equilateral triangles of side 8 cm $\rightarrow$ **rhombus** (all sides 8 cm). Two (8, 8, 6) triangles: joined along 6 cm $\rightarrow$ rhombus; along an 8 cm side $\rightarrow$ **kite** (8, 6, 6, 8) when mirrored, **parallelogram** (8, 6, 8, 6) when one is turned through 180° . Two (6, 9, 12) triangles: along each side $\rightarrow$ a kite (mirror image) and a parallelogram (turned 180°). Kite: $AB = BC$, $AD = CD$, BD common $\rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS) $\rightarrow \angle ABD = \angle CBD$ and $\angle ADB = \angle CDB$; then $\triangle AOB \cong \triangle COB$ ($AB = CB$, $\angle ABO = \angle CBO$, BO common; SAS) $\rightarrow AO = OC$ and $\angle AOB = \angle COB = 90^\circ$. Trapezium $PQ \parallel SR$: $\angle S + \angle P = 180^\circ$, $\angle R + \angle Q = 180^\circ$ – find the missing angles by subtraction. Isosceles trapezium: $XY = WZ$ (opposite sides of rectangle XWZY), $UX = VW$, $\angle XYU = \angle WZV = 90^\circ \rightarrow \triangle UXY \cong \triangle VWZ$ (RHS) $\rightarrow \angle U = \angle V$.

Page 107, Figure it Out Q1–Q3 – (1) Sides and angles of the quadrilateral from joining two equilateral triangles of side 4 cm. (2) Construct a kite with diagonals 6 cm and 8 cm. (3) Remaining angles in the trapeziums: (i) base angles 135° and 105° ; (ii) isosceles trapezium with 100° at the top-left.

Ans. Q1: the quadrilateral ABCD (two triangles on the common side BD) has all four sides = 4 cm and angles $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ ($60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ at the joined corners) $\rightarrow$ a **rhombus** with the shorter diagonal 4 cm. Q2: draw $PQ = 6$ cm; draw its perpendicular bisector meeting PQ at T; on it mark R and S on opposite sides with $RS = 8$ cm, but with T **not** the midpoint of RS (e.g. $TR = 3$ cm, $TS = 5$ cm – my choice; in a kite only one diagonal, here PQ, is bisected by the other); join PR, RQ, QS, SP. PRQS is a kite ($PR = RQ$ and $PS = SQ$ because

points on the perpendicular bisector of PQ are equally far from P and Q). Q3: (i) trapezium with the parallel sides top and bottom: the angles on each slanting side add to 180° : $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ and $180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ (top-left and top-right). (ii) The parallel sides are the long top and bottom; the 100° top-left angle and bottom-left add to $180^\circ \rightarrow 80^\circ$; the legs are equal (isosceles trapezium) so the angles on the right are equal to the left ones: top-right = 100° , bottom-right = 80° .

Page 107 Q4 – Venn diagram of parallelograms, kites, rhombuses, rectangles, squares; (i) both a kite and a parallelogram? (ii) can a quadrilateral be both a kite and a rectangle? (iii) is every kite a rhombus?

Ans. Venn diagram: see the diagram page – parallelogram contains rectangle and rhombus; kite contains rhombus; square is the overlap of rectangle and rhombus. (i) A **rhombus** (and so the square too) – the overlap of kite and parallelogram. (ii) **Yes – only the square**: a square has two adjacent pairs of equal sides (it is a kite) and all angles 90° (a rectangle). A rectangle that is not a square is not a kite. (The printed answer key says 'No'; by the textbook's own definition of a kite the square qualifies, so I have given 'Yes, a square'.) (iii) **No**. Every rhombus is a kite (all sides equal, so adjacent pairs are equal), but a kite with unequal adjacent pairs, e.g. sides 3, 3, 5, 5, is not a rhombus.

Page 107–108 Q5–Q7 – (5) PAIR and RODS are rectangles ($PR = RS = 5$ cm, $\angle ORI = 30^\circ$); find $\angle IOD$. (6) Construct a square with diagonal 6 cm without a protractor. (7) CASE is a square; U, V, W, X are the midpoints of its sides – what is UVWX? Other squares inside a square.

Ans. Q5: in rectangle PAIR, $\angle RIO = 90^\circ$; in $\triangle ORI$: $\angle ROI = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. RODS is a rectangle, so $\angle ROD = 90^\circ$. $\angle IOD = \angle ROD - \angle ROI = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Q6: draw AB = 6 cm; with compass (arcs above and below from A and B with the same radius > 3 cm) draw the perpendicular bisector, which meets AB at O; on it mark C and D with $OC = OD = 3$ cm; join AC, CB, BD, DA – equal diagonals bisecting at $90^\circ \rightarrow$ square. Q7: let the side of CASE be x ; each half-side = $x/2$. The four corner triangles are right-angled with legs $x/2, x/2$, so they are congruent (SAS) and each hypotenuse $UV = VW = WX = XU = x/\sqrt{2} \rightarrow$ **all four sides equal**. The corner triangles are isosceles right triangles, so the angles at U, V, W, X are 45° each; at U: $\angle CUV + \angle VUX + \angle XUA = 180^\circ \rightarrow 45^\circ + \angle VUX + 45^\circ = 180^\circ \rightarrow \angle VUX = 90^\circ$, similarly at the other vertices. So UVWX is a **square** (measurement also gives equal sides and 90°). Other squares inside: on every side mark a point at the **same distance** from the successive corners (going round in the same direction); the four corner triangles are congruent right triangles, so the inner quadrilateral has equal sides and 90° angles – a square (tilted, as in Fig. b).

Page 108 Q8–Q10 – (8) Four equal sides and one angle 90° – a square? (9) What is a quadrilateral with equal opposite sides? (10) Is the angle sum 360° for a dart-shaped (non-convex) quadrilateral ABCD with D inside?

Ans. Q8: Yes. Four equal sides $\rightarrow$ rhombus; in a rhombus adjacent angles add to 180° and opposite angles are equal, so one angle 90° gives the adjacent angles $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ and the opposite angle 90° – all four angles are 90° and all sides equal $\rightarrow$ **square**. Q9: a **parallelogram**. Draw diagonal AC: $AB = CD$, $BC = AD$, AC common $\rightarrow \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS) $\rightarrow \angle BAC = \angle DCA$ (alternate angles) so $AB \parallel CD$, and $\angle BCA = \angle DAC$ so $BC \parallel AD$ – both pairs of opposite sides parallel. Q10: **Yes**. Join BD (inside the figure): $\triangle ABD$ has angle sum 180° and $\triangle CBD$ has angle sum 180° ; the six angles together make the four angles of the quadrilateral (the angle at D is the sum of the two angles at D, which is more than 180° here), so the total is $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

Page 108–109 Q11 – True or false (justify): (i) equal diagonals that bisect each other $\rightarrow$ square. (ii) three right angles $\rightarrow$ rectangle. (iii) diagonals bisect each other $\rightarrow$ parallelogram. (iv) perpendicular diagonals $\rightarrow$ rhombus. (v) opposite angles equal $\rightarrow$ parallelogram. (vi) all angles equal $\rightarrow$ rectangle. (vii) isosceles trapeziums are parallelograms.

Ans. (i) **False** – it is a rectangle; a square also needs the diagonals perpendicular. (ii) **True** – the fourth angle $= 360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$, so all angles 90° . (iii) **True** – the triangles at the centre are congruent (SAS) so alternate angles are equal and opposite sides are parallel. (iv) **False** – a kite also has perpendicular diagonals (without all sides being equal). (v) **True** – $\angle A = \angle C$ and $\angle B = \angle D$ with sum 360° gives $2(\angle A + \angle B) = 360^\circ$, so $\angle A + \angle B = 180^\circ$; interior angles on the same side add to 180° , so the opposite sides are parallel. (vi) **True** – four equal angles are $360^\circ \div 4 = 90^\circ$ each. (vii) **False** – only one pair of opposite sides is parallel; the other pair (the equal legs) is not parallel.

Page 111 – Which Quad? (fold a sheet into half, again into a quarter, make a triangular crease at the middle corner, open it): what shape do the creases make?

Ans. Folding twice puts the corner at the centre of the sheet; the triangular cut/crease at that corner is repeated in the four quarters when opened, giving **four equal triangles around the centre** whose outer ends form a **rhombus** (equal sides, from the mirror folds); the creases lie on the diagonals, which are perpendicular. If the two arms of the crease are equal and make 45° with the fold lines, the four outer ends form a **square**. (Hands-on activity: this is my explanation from the geometry, not an answer in the book.)

Board-Pattern Questions – 1 Mark**1. What is the sum of the angles of a quadrilateral? (1)****Ans.** 360° .**2. Define a rectangle. (1)****Ans.** A quadrilateral in which all the angles are 90° .**3. How many degrees do the diagonals of a rhombus make with each other? (1)****Ans.** 90° (they bisect each other at right angles).**4. In a parallelogram $\angle A = 65^\circ$. Find $\angle B$. (1)****Ans.** $\angle B = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.**5. Which quadrilateral has equal diagonals that bisect each other at 90° ? (1)****Ans.** A square.**6. Is every square a rectangle? (1)****Ans.** Yes – a square has all angles 90° .**7. Name the quadrilateral having at least one pair of parallel opposite sides. (1)****Ans.** Trapezium.**8. In an isosceles trapezium UVWX ($UV \parallel XW$), $\angle U = 70^\circ$. Find $\angle V$. (1)****Ans.** $\angle V = \angle U = 70^\circ$.**9. Do the diagonals of a parallelogram always have equal length? (1)****Ans.** No – they only bisect each other.**10. Three angles of a quadrilateral are 90° , 80° , 100° . Find the fourth. (1)****Ans.** $360^\circ - (90^\circ + 80^\circ + 100^\circ) = 90^\circ$.**11. A quadrilateral with all sides equal is called a _____. (1)****Ans.** Rhombus.**12. Which diagonal of a kite ABCD ($AB = BC$, $CD = DA$) bisects the other? (1)****Ans.** BD bisects AC (at right angles).**Board-Pattern Questions – 3 Marks****1. In a rhombus ABCD, $\angle A = 50^\circ$. Find the other angles and the angle each diagonal makes with the sides. (3)****Ans.** Opposite angles are equal: $\angle C = 50^\circ$; adjacent add to 180° : $\angle B = \angle D = 130^\circ$. Diagonal BD bisects $\angle B$ and $\angle D$, so it makes 65° with the sides (and AC makes 25° with them, since it bisects the 50° angles). The diagonals meet at 90° .

2. Prove that the diagonals of a rectangle are equal. (3)

Ans. In rectangle ABCD: $AB = DC$, $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ$, AD is common. So $\triangle ABD \cong \triangle DCA$ by SAS, hence the corresponding parts BD and CA are equal.

3. Construct a rhombus with diagonals 6 cm and 8 cm. Find its side. (3)

Ans. Draw $AC = 6$ cm, its perpendicular bisector through the midpoint O; cut $OB = OD = 4$ cm; join ABCD. Side $= \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ cm (diagonals meet at right angles, so the right triangle with legs 3 and 4 has hypotenuse 5).

4. State true or false with a reason: (a) a quadrilateral with perpendicular diagonals is a rhombus; (b) a quadrilateral with all angles equal is a rectangle. (3)

Ans. (a) False – a kite also has perpendicular diagonals. (b) True – each angle is $360^\circ \div 4 = 90^\circ$, so it is a rectangle (opposite sides are then equal by congruence).

5. Two angles of a trapezium PQRS ($PQ \parallel SR$) are $\angle P = 110^\circ$ and $\angle Q = 70^\circ$. Find $\angle S$ and $\angle R$. What kind of trapezium would it be if the legs were equal? (3)

Ans. $\angle S = 180^\circ - \angle P = 70^\circ$; $\angle R = 180^\circ - \angle Q = 110^\circ$. If the non-parallel sides were equal it would be an isosceles trapezium, with $\angle P = \angle Q$ – but here $110^\circ \neq 70^\circ$, so the legs are unequal and it is a general trapezium.

Board-Pattern Questions – 5 Marks**1. Prove that the diagonals of a parallelogram bisect each other, and that a quadrilateral whose diagonals bisect each other is a parallelogram. (5)**

Ans. (a) Parallelogram EASY with diagonals meeting at O: $AE = YS$ (opposite sides), $\angle OAE = \angle OYS$ and $\angle OEA = \angle OSY$ (alternate angles, $AE \parallel YS$) $\rightarrow \triangle AOE \cong \triangle YOS$ (ASA) $\rightarrow OA = OY$, $OE = OS$. (b) Converse: if $OA = OY$, $OE = OS$ and $\angle AOE = \angle YOS$ (vertically opposite), then $\triangle AOE \cong \triangle YOS$ (SAS), so $\angle OAE = \angle OYS$ – alternate angles equal – giving $AE \parallel YS$; similarly $\triangle AOS \cong \triangle YOE$ gives $AS \parallel EY$. Both pairs of opposite sides are parallel, so it is a parallelogram.

2. Using the diagonal properties, describe how to construct (a) a rectangle with diagonals 10 cm and (b) a square with diagonals 10 cm, (c) a parallelogram with diagonals 6 cm and 8 cm at 70° . Name the property used in each. (5)

Ans. (a) Draw $AC = 10$ cm, midpoint O; draw a line through O at any angle (say 60°) and cut $OB = OD = 5$ cm on both sides; join ABCD. Property: equal diagonals that bisect each other. (b) Same, but the second diagonal is perpendicular to AC (90°) – equal diagonals bisecting at right angles. (c) Draw $AC = 8$ cm, midpoint O; line through O at 70° to AC; cut

$OB = OD = 3 \text{ cm}$ (half of 6) on both sides; join ABCD. Property: diagonals bisect each other (unequal lengths, any angle).

3. Draw the Venn diagram of the quadrilaterals studied and use it to state the relationship between (i) rhombus and kite, (ii) rectangle and parallelogram, (iii) square and rhombus, (iv) kite and parallelogram. Give one property that distinguishes a rhombus from a square. (5)

Ans. Venn diagram: parallelogram $\supset$ rectangle, rhombus; square = rectangle $\cap$ rhombus; kite $\supset$ rhombus; kite $\cap$ parallelogram = rhombus. (i) Every rhombus is a kite; a kite need not be a rhombus. (ii) Every rectangle is a parallelogram; not every parallelogram is a rectangle. (iii) A square is a rhombus with all angles 90° ; every square is a rhombus, but not every rhombus is a square. (iv) A quadrilateral that is both is a rhombus.

Distinguishing property: the diagonals of a square are equal; those of a general rhombus are not (and a rhombus need not have 90° angles).

हिन्दी भाग (Hindi Section)

चतुर्भुज

कक्षा 8 गणित (गणित प्रकाश भाग 1) • अध्याय 4 • विस्तृत नोट्स + सभी पाठ्यपुस्तक हल + बोर्ड प्रश्न (2026-27)

आसान भाषा में अध्याय की समीक्षा

1. चतुर्भुज क्या है?

चतुर्भुज चार सीधी भुजाओं वाली बंद आकृति है (लैटिन quadri = चार, latus = भुजा)। चतुर्भुज के कोण उसकी भुजाओं के बीच के कोण हैं। विकर्णों के सिरे ही उसके शीर्ष होते हैं। गुण निगमन करने का अर्थ है पहले के तथ्यों (सर्वांगसमता, समांतर रेखाएँ, कोणों का योग) से कथन को सिद्ध करना; कई उदाहरण मापने से केवल अनुमान (conjecture) बनता है – जैसे कुछ आयत मापने से यह सिद्ध नहीं होता कि 1000वें आयत के विकर्ण भी बराबर होंगे।

2. आयत और बढ़ई की समस्या

- **बढ़ई की समस्या:** दो पट्टियाँ (विकर्ण), एक 8 सेमी की; कहाँ जोड़ें और दूसरी कितनी लंबी हो ताकि सिरों से गुज़रा धागा आयत बनाए? उत्तर: बराबर लंबाई (8 सेमी) और मध्य-बिंदु पर जुड़ी (उनके बीच कोई भी कोण)।
- **निगमन 1 – विकर्ण बराबर:** आयत ABCD में $AB = CD$, $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ$, AD उभयनिष्ठ $\rightarrow \triangle ADC \cong \triangle DAB$ (SAS) $\rightarrow AC = BD$ ।
- **निगमन 2 – विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं:** $\angle 1 = \angle 2$ (प्रत्येक $= 90^\circ - \angle 3$, $\angle B = 90^\circ$ और $\triangle ABCD$ के कोण-योग से), O पर शीर्षाभिमुख कोण बराबर, $AB = CD \rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD$ (AAS) $\rightarrow OA = OC$ और $OB = OD$ । 'समद्विभाजन' = दो बराबर भागों में बाँटना।
- **निगमन 3 – विलोम:** बराबर विकर्ण खींचो जो किसी भी कोण x पर एक-दूसरे को समद्विभाजित करें (O पर चारों कोण x, $180^\circ - x$, x, $180^\circ - x$)। $\triangle AOB$ ($OA = OB$) के आधार कोण $a = 90^\circ - x/2$; $\triangle AOD$ के आधार कोण $b = x/2$; इसलिए चतुर्भुज का प्रत्येक कोण $= a + b = 90^\circ$, और सम्मुख भुजाएँ बराबर (सर्वांगसम त्रिभुज) $\rightarrow$ यह आयत है। (यूरोप के बढ़ई और मोज़ाम्बिक के किसान यही विधि प्रयोग करते हैं।)
- **दो परिभाषाएँ:** (1) बराबर विकर्णों वाला जो एक-दूसरे को समद्विभाजित करें चतुर्भुज; (2) सरल रूप में सभी कोण 90° वाला चतुर्भुज (निगमन 4 सिद्ध करता है कि तब सम्मुख भुजाएँ अपने-आप बराबर होती हैं: BD जोड़ो, $\angle 1 = \angle 2$ पहले की तरह, $\triangle BAD \cong \triangle DCB$ (AAS) $\rightarrow AD = CB$, $DC = BA$)।
- **आयत के गुण:** (1) सभी कोण 90° ; (2) सम्मुख भुजाएँ बराबर; (3) सम्मुख भुजाएँ समांतर (AB, AD और BC की तिर्यक रेखा है और $\angle A + \angle B = 180^\circ \rightarrow AD \parallel BC$); (4) विकर्ण बराबर और एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

3. वर्ग

- **वर्ग:** सभी कोण 90° और सभी भुजाएँ बराबर वाला चतुर्भुज। हर वर्ग आयत है, पर हर आयत वर्ग नहीं (जैसे 'भारतीय' और 'मलयाली': मलयाली भी भारतीय है)। वेन आरेख में वर्ग आयत के अंदर दिखता है।
- **निगमन 5 – विकर्णों के बीच का कोण:** वर्ग ABCD में $\triangle BOA \cong \triangle BOC$ (SSS: $BA = BC$, $OA = OC$, BO उभयनिष्ठ) $\rightarrow \angle BOA = \angle BOC$, और ये सरल कोण (180°) बनाते हैं $\rightarrow$ प्रत्येक 90° । अतः विकर्ण बराबर होते हैं और लंबवत समद्विभाजित करते हैं।
- **वर्ग के गुण:** (1) सभी भुजाएँ बराबर; (2) सम्मुख भुजाएँ समांतर; (3) सभी कोण 90° ; (4) विकर्ण बराबर, 90° पर समद्विभाजित; (5) प्रत्येक विकर्ण भुजाओं से 45° बनाता है ($\triangle ADC$ में $\angle 1 + \angle 3 + 90^\circ = 180^\circ$, $AD = DC \rightarrow \angle 1 = \angle 3 = 45^\circ$) – विकर्ण वर्ग के कोणों को समद्विभाजित करते हैं। आयत के सभी गुण भी लागू हैं।
- **d विकर्ण वाला वर्ग बनाना:** विकर्ण खींचो, उसका मध्य-बिंदु लो, लंब समद्विभाजक खींचो, मध्य-बिंदु के दोनों ओर $d/2$ काटो और चारों सिरे जोड़ो (बराबर विकर्ण + समद्विभाजन + 90°)।

4. चतुर्भुज का कोण-योग

चतुर्भुज SOME में विकर्ण SM खींचो। इससे दो त्रिभुज बनते हैं; प्रत्येक का कोण-योग 180° , इसलिए छह कोणों का योग 360° और ये छह कोण मिलकर ठीक चतुर्भुज के चारों कोण बनाते हैं। किसी भी चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है। इसलिए चतुर्भुज के ठीक तीन कोण समकोण नहीं हो सकते – चौथा कोण $360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$ ही होगा। (भीतर धँसे चतुर्भुज के लिए भी सही: जो विकर्ण भीतर है उसे जोड़ो।)

5. समांतर चतुर्भुज

- **समांतर चतुर्भुज:** वह चतुर्भुज जिसकी सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समांतर हों (दो युग्म समांतर रेखाएँ खींचो जो समकोण पर न हों)। हर आयत (और वर्ग) समांतर चतुर्भुज है – आयत सभी कोण 90° वाला समांतर चतुर्भुज है।
- **निगमन 6 – कोण:** $AB \parallel CD$, तिर्यक रेखा $AD \rightarrow \angle A + \angle D = 180^\circ$ (एक ओर के अंतः कोण); इसी प्रकार $\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle C + \angle D = 180^\circ$ । $\angle A = x$ लें तो $\angle D = \angle B = 180^\circ - x$ और $\angle C = x$ । आसन्न कोणों का योग 180° है; सम्मुख कोण बराबर हैं। (उदाहरण: $\angle A = 30^\circ \rightarrow \angle B = 150^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $\angle D = 150^\circ$)।
- **निगमन 7 – भुजाएँ:** $\triangle ABD$ और $\triangle CDB$ में: A और C के सम्मुख कोण बराबर, एकांतर कोण ($AD \parallel BC$, तिर्यक रेखा BD) बराबर, BD उभयनिष्ठ $\rightarrow$ AAS $\rightarrow AD = CB$ और $AB = CD$ । सम्मुख भुजाएँ बराबर हैं। (संगतता सही क्रम में लिखो: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$, $\triangle CBD$ नहीं।)
- **निगमन 8 – विकर्ण:** समांतर चतुर्भुज EASY में $AE = YS$, एकांतर कोण बराबर $\rightarrow \triangle AOE \cong \triangle YOS$ (ASA) $\rightarrow OA = OY$, $OE = OS$ । विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। वे बराबर होना ज़रूरी नहीं और किसी निश्चित कोण पर नहीं मिलते।

- **गुण:** (1) सम्मुख भुजाएँ बराबर; (2) सम्मुख भुजाएँ समांतर; (3) आसन्न कोण संपूरक (180°), सम्मुख कोण बराबर; (4) विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। **विकर्णों से रचना:** एक विकर्ण खींचो, मध्य-बिंदु O लो, O से दिए कोण पर दूसरे विकर्ण की रेखा खींचो, O के दोनों ओर बराबर आधे भाग काटो, चारों सिरे जोड़ो।

6. समचतुर्भुज

- **समचतुर्भुज:** चारों भुजाएँ बराबर वाला चतुर्भुज (रचना: कोण पर $AB = AD$ खींचो, फिर B और D से उसी त्रिज्या के चाप काटकर C पाओ)। वर्ग विशेष समचतुर्भुज है।
- **निगमन 9 – कोण:** समचतुर्भुज GAME में $GE = GA$ और $ME = MA$ से आधार कोण बराबर; $\triangle GAE \cong \triangle MAE$ (SSS) इसलिए विकर्ण के सिरो पर बने चारों कोण सब बराबर ($a = b = c = d$)। एकांतर कोण बराबर $\rightarrow EM \parallel GA$ और $GE \parallel AM$, इसलिए हर समचतुर्भुज समांतर चतुर्भुज है। उदाहरण: $\angle A = 50^\circ$ वाला समचतुर्भुज: $a + a + 50^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 65^\circ$; कोण $50^\circ, 130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$ ।
- **निगमन 10 – विकर्ण 90° पर मिलते हैं:** $\triangle GEO \cong \triangle MEO$ (SSS: $GE = ME, GO = MO, EO$ उभयनिष्ठ) $\rightarrow \angle GOE = \angle MOE$, रैखिक युग्म $\rightarrow$ प्रत्येक 90° ।
- **गुण:** (1) सभी भुजाएँ बराबर; (2) सम्मुख भुजाएँ समांतर; (3) आसन्न कोणों का योग 180° , सम्मुख कोण बराबर; (4) विकर्ण एक-दूसरे को 90° पर समद्विभाजित करते हैं; (5) विकर्ण कोणों को समद्विभाजित करते हैं। समचतुर्भुज के विकर्ण हमेशा बराबर नहीं होते (केवल वर्ग होने पर बराबर)। **रचना:** एक विकर्ण, उसका लंब समद्विभाजक खींचो, दूसरे विकर्ण का आधा दोनों ओर काटो, जोड़ो।

7. चतुर्भुजों के साथ खेल

- **ज्यामिति-पट्ट:** दो लंबवत् बराबर विकर्ण जो मध्य-बिंदु पर मिलें $\rightarrow$ वर्ग। एक विकर्ण को दोनों ओर 2 सेमी बढ़ाओ (अब भी लंबवत् और समद्विभाजित) $\rightarrow$ विकर्ण असमान $\rightarrow$ समचतुर्भुज।
- **दो बराबर त्रिभुजों को भुजा पर जोड़ना:** दो समबाहु $\rightarrow$ समचतुर्भुज ($60^\circ, 120^\circ$)। दो समद्विबाहु (8, 8, 6): 6 वाली भुजा पर $\rightarrow$ समचतुर्भुज; 8 वाली भुजा पर $\rightarrow$ पतंग (दर्पण-प्रतिबिंब) या समांतर चतुर्भुज (एक त्रिभुज 180° घुमाकर)। दो विषमबाहु (6, 9, 12): हर भुजा पर एक पतंग (दर्पण) और एक समांतर चतुर्भुज (180° घुमाकर) – 3 पतंग + 3 समांतर चतुर्भुज।

8. पतंग और समलंब

- **पतंग:** चतुर्भुज ABCD जिसमें $AB = BC$ और $CD = DA$ (बराबर आसन्न भुजाओं के दो अनतिव्यापी युग्म)। **गुण:** विकर्ण BD, $\angle B$ और $\angle D$ को समद्विभाजित करता है और दूसरे विकर्ण AC को समकोण पर समद्विभाजित करता है ($\triangle ABD \cong \triangle CBD$, SSS; फिर $\triangle AOB \cong \triangle COB$, SAS)।
- **समलंब:** कम से कम एक युग्म सम्मुख भुजाएँ समांतर वाला चतुर्भुज ($PQ \parallel SR$)। **गुण 1:** $\angle S + \angle P = 180^\circ$ और $\angle R + \angle Q = 180^\circ$ (एक ही पाद के कोण)।

- **समद्विबाहु समलंब**: असमांतर भुजाएँ बराबर ($UX = VW$, $UV \parallel XW$)। XY और WZ को UV पर लंब खींचो: $XWZY$ आयत है (कोण 90°), इसलिए $XY = WZ$; $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$ (समकोण, कर्ण $UX = VW$, $XY = WZ$) → **गुण 2**: $\angle U = \angle V$ (आधार कोण बराबर; ऊपर के दोनों कोण भी बराबर)।

9. चतुर्भुजों का वर्गीकरण

वर्ग $\subset$ आयत $\subset$ समांतर चतुर्भुज $\subset$ समलंब। वर्ग $\subset$ समचतुर्भुज $\subset$ समांतर चतुर्भुज। समचतुर्भुज $\subset$ पतंग (हर समचतुर्भुज पतंग है, हर पतंग समचतुर्भुज नहीं)। वर्ग अकेली आकृति है जो आयत और समचतुर्भुज दोनों है। जो चतुर्भुज पतंग और समांतर चतुर्भुज दोनों हो वह समचतुर्भुज है (वर्ग सहित)।

महत्वपूर्ण शब्द (शब्दावली)

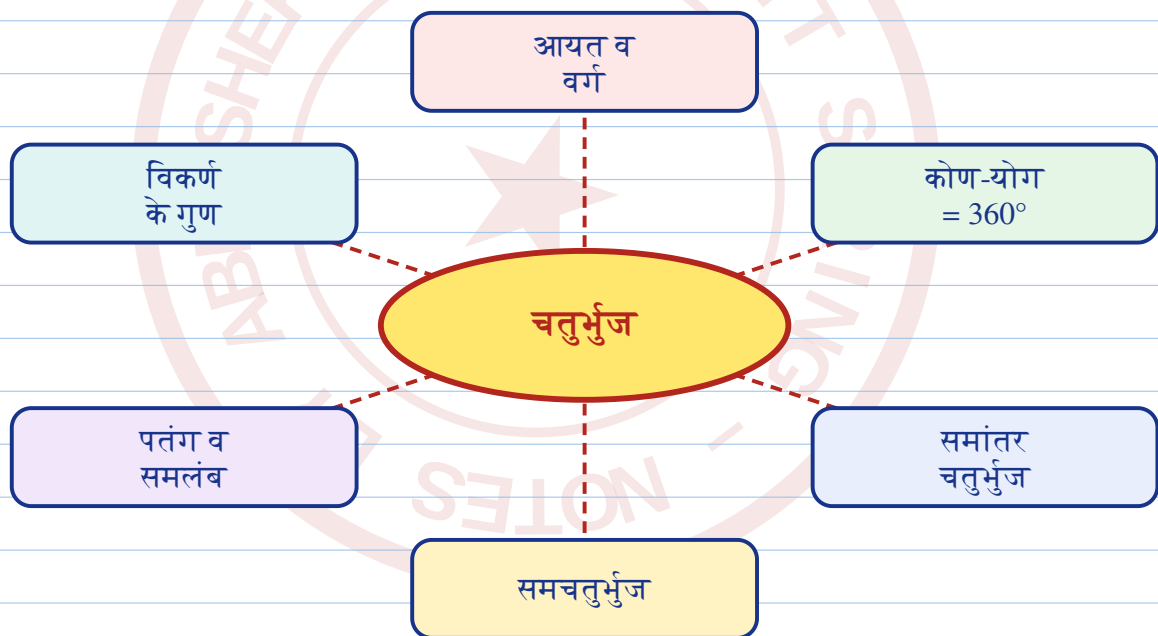
शब्द	अर्थ / परिभाषा
चतुर्भुज	चार सीधी भुजाओं वाली बंद आकृति।
विकर्ण	सम्मुख शीर्षों को जोड़ने वाली रेखा।
समद्विभाजित करना	दो बराबर भागों में बाँटना।
निगमन	तर्क से किसी गुण को सिद्ध करना।
अनुमान	ऐसा कथन जिस पर भरोसा है पर सिद्ध नहीं।
आयत	सभी कोण 90° वाला चतुर्भुज।
वर्ग	सभी कोण 90° और सभी भुजाएँ बराबर।
समांतर चतुर्भुज	सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समांतर।
समचतुर्भुज	चारों भुजाएँ बराबर।
पतंग	$AB = BC$ और $CD = DA$ (आसन्न युग्म बराबर)।
समलंब	कम से कम एक युग्म सम्मुख भुजाएँ समांतर।
समद्विबाहु समलंब	असमांतर भुजाएँ बराबर वाला समलंब।
वेन आरेख	समुच्चयों और उनके आपसी संबंध को दिखाने वाले बंद वक्र।

त्वरित पुनरावृत्ति व सूत्र

- चतुर्भुज का कोण-योग = 360° ।
- आयत: सभी कोण 90° ; सम्मुख भुजाएँ बराबर व समांतर; विकर्ण बराबर, एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
- वर्ग: सभी भुजाएँ बराबर + सभी कोण 90° ; विकर्ण बराबर, 90° पर समद्विभाजित, कोणों को समद्विभाजित (45°)।

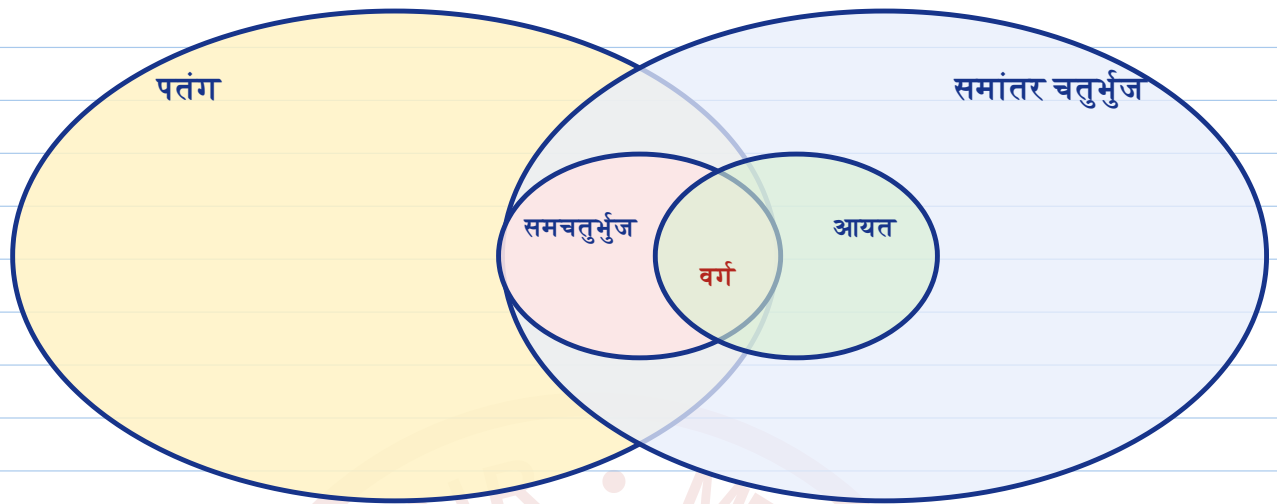
- ▶ समांतर चतुर्भुज: सम्मुख भुजाएँ बराबर व समांतर; सम्मुख कोण बराबर, आसन्न कोणों का योग 180° ; विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित (बराबर नहीं)।
- ▶ समचतुर्भुज: सभी भुजाएँ बराबर; विकर्ण 90° पर समद्विभाजित व कोणों को समद्विभाजित (बराबर नहीं); हर समचतुर्भुज समांतर चतुर्भुज और पतंग है।
- ▶ पतंग: $AB = BC$, $CD = DA$; विकर्ण BD , $\angle B$, $\angle D$ को समद्विभाजित करता है और AC को 90° पर काटता (समद्विभाजित करता) है।
- ▶ समलंब ($PQ \parallel SR$): $\angle P + \angle S = 180^\circ$, $\angle Q + \angle R = 180^\circ$; समद्विबाहु समलंब: आधार कोण बराबर।
- ▶ पहचान: बराबर विकर्ण + समद्विभाजन $\rightarrow$ आयत; केवल समद्विभाजन $\rightarrow$ समांतर चतुर्भुज; सम्मुख भुजाएँ बराबर $\rightarrow$ समांतर चतुर्भुज; सभी कोण बराबर $\rightarrow$ आयत; बराबर विकर्ण + 90° पर समद्विभाजन $\rightarrow$ वर्ग।

चित्र, तालिकाएँ और फ्लोचार्ट



अध्याय 4 का अवधारणा-मानचित्र

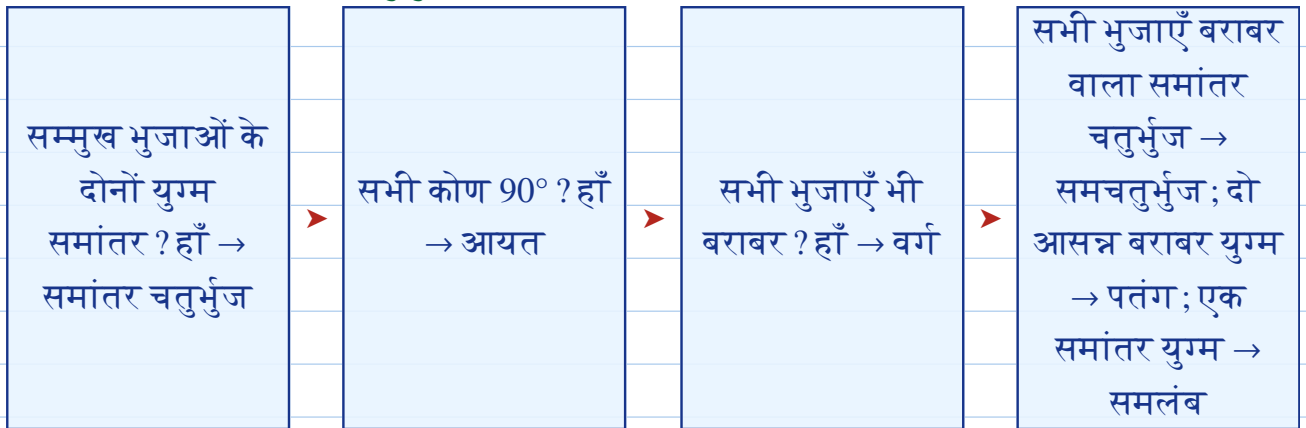
चतुर्भुजों का वेन आरेख



वर्ग समचतुर्भुज और आयत दोनों में है; समचतुर्भुज पतंग और समांतर चतुर्भुज का उभयनिष्ठ भाग है; समलंब में पतंग को छोड़कर ये सब आते हैं

तालिका : गुण एक नज़र में

गुण	सम. चतुर्भुज	आयत	सम-चतुर्भुज	वर्ग	पतंग	समलंब
सम्मुख भुजाएँ समांतर	✓	✓	✓	✓	X	1 युग्म
सम्मुख भुजाएँ बराबर	✓	✓	✓	✓	X	X
सभी भुजाएँ बराबर	X	X	✓	✓	X	X
सभी कोण 90°	X	✓	X	✓	X	X
सम्मुख कोण बराबर	✓	✓	✓	✓	1 युग्म	X
विकर्ण बराबर	X	✓	X	✓	X	X
विकर्ण परस्पर समद्विभाजित	✓	✓	✓	✓	X	X
विकर्ण 90° पर	X	X	✓	✓	✓	X
विकर्ण कोण समद्विभाजित	X	X	✓	✓	1 विकर्ण	X

फ्लोचार्ट: यह कौन-सा चतुर्भुज है?**पाठ्यपुस्तक के हल (सभी प्रश्न)**

गणित चर्चा (पृ.83-93) – चित्र (i)-(iii) चतुर्भुज क्यों हैं और (iv), (v) क्यों नहीं? क्या $AO = CO$, $\angle AOB = \angle COD$ और $AD = CB$ से $\triangle AOD \cong \triangle COB$ सिद्ध हो सकता है? क्या $\triangle BAD \cong \triangle CDB$ लिखना गलत है? क्या $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ गलत है? क्या $\triangle AOE \cong \triangle SOY$ गलत है?

उत्तर: चतुर्भुज चार सीधी भुजाओं की बंद आकृति होनी चाहिए जिसकी भुजाएँ केवल सिरों पर मिलें। $\triangle AOD \cong \triangle COB$: उन तीनों तथ्यों से नहीं – $\angle AOB = \angle COD$ दूसरे जोड़ी त्रिभुजों (AOB, COD) का है और AD, CB किसी ज्ञात कोण को घेरने वाली भुजाएँ नहीं (SSA से सर्वांगसमता सिद्ध नहीं होती)। सही कारण: $AO = CO, OD = OB$ और $\angle AOD = \angle COB$ (शीर्षाभिमुख) → SAS। $\triangle BAD \cong \triangle CDB$: क्रम गलत – सिद्ध सर्वांगसमता $\triangle BAD \cong \triangle DCB$ है ($B \leftrightarrow D, A \leftrightarrow C, D \leftrightarrow B$); अक्षर संगत क्रम में लिखने चाहिए। $\triangle ABD \cong \triangle CBD$: गलत – सही $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ है ($AB = CD, AD = CB$ नहीं)। $\triangle AOE \cong \triangle SOY$: गलत – सही $\triangle AOE \cong \triangle YOS$ ($A \leftrightarrow Y, E \leftrightarrow S$)।

गणित चर्चा – निगमन 3: बराबर विकर्ण 60° पर समद्विभाजित; बाकी कोण और आकृति। साथ ही: 8 सेमी विकर्ण वाला वर्ग बनाओ। क्या समचतुर्भुज के विकर्ण बराबर होते हैं? क्या समांतर चतुर्भुज के विकर्ण किसी निश्चित कोण पर मिलते हैं?

उत्तर: O पर कोण = $60^\circ \rightarrow$ O के अन्य कोण $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ । $\triangle AOB$ में $OA = OB$, इसलिए आधार कोण बराबर: $a + a + 60^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 60^\circ$ (समबाहु)। $\triangle AOD$ (कोण 120°) में आधार कोण = $(180^\circ - 120^\circ)/2 = 30^\circ$ प्रत्येक। हर शीर्ष का कोण = $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$; सर्वांगसम त्रिभुजों से सम्मुख भुजाएँ बराबर → आयत। 8 सेमी विकर्ण वाला वर्ग: $AC = 8$ सेमी खींचो, मध्य-बिंदु O लो, परकार से लंब समद्विभाजक खींचो, $OB = OD = 4$ सेमी काटो, ABCD जोड़ो। समचतुर्भुज के विकर्ण सामान्यतः बराबर नहीं (केवल वर्ग में)। समांतर चतुर्भुज के विकर्ण किसी निश्चित कोण पर नहीं मिलते (समचतुर्भुज हो तो 90°)। आयत के विकर्ण बराबर, पर 90° पर तभी जब वह वर्ग हो।

पृष्ठ 94, Figure it Out प्र1 – आयतों के अन्य सभी कोण ज्ञात करो: (i) आयत ABCD जिसमें $\angle OAB = 30^\circ$ (O = केंद्र); (ii) आयत PQRS जिसमें विकर्णों के बीच का कोण = 110° (ऊपर, $\angle QOR$)।

उत्तर: (i) $OA = OB$ (आयत के विकर्ण बराबर व समद्विभाजित) $\rightarrow \angle OBA = 30^\circ$, इसलिए $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, $\angle AOD = 60^\circ$ । $\angle DBC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ और $\angle CAD = 60^\circ = \angle ADB = \angle ACB$; $\angle BDC = \angle ACD = 30^\circ$ । (ii) $\angle QOR = 110^\circ = \angle POS$ (शीर्षाभिमुख); $\angle QOP = \angle ROS = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ । ΔQOR में ($OQ = OR$): $\angle OQR = \angle ORQ = (180^\circ - 110^\circ)/2 = 35^\circ$; इसलिए $\angle OQP = \angle ORS = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ । ΔPOS में ($OP = OS$): $\angle OPS = \angle OSP = 35^\circ$; $\angle OPQ = \angle OSR = 55^\circ$ ।

पृष्ठ 94 प्र2 – ऐसा चतुर्भुज बनाओ जिसके विकर्ण बराबर (8 सेमी) हों, एक-दूसरे को समद्विभाजित करें और (i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140° पर मिलें। प्र3 – केंद्र O वाले वृत्त के दो लंबवत् व्यास PL और AM हैं; APML क्या है?

उत्तर: प्र2 (चारों में एक-से चरण): $AB = 8$ सेमी खींचो; मध्य-बिंदु O लो; O पर AB से दिए कोण की रेखा खींचो; परकार से l पर O के दोनों ओर $OC = OD = 4$ सेमी काटो; AC, CB, BD, DA जोड़ो। विकर्ण बराबर और परस्पर समद्विभाजित हैं, इसलिए (i), (ii), (iv) में आयत और (iii) 90° में वर्ग। (30° और 150° से एक-सा आयत; 40° और 140° से भी।) प्र3: PL और AM दोनों व्यास हैं, इसलिए बराबर (2r); केंद्र O पर कटते हैं, इसलिए समद्विभाजित होते हैं; और लंबवत् हैं $\rightarrow$ APML वर्ग है।

पृष्ठ 94 प्र4 (गणित चर्चा) – केवल दो बराबर डंडियों और एक धागे से ठीक 90° कैसे बनाएँ? प्र5 (करके देखो) – क्या 'सम्मुख भुजाएँ समांतर और बराबर' आयत की परिभाषा हो सकती है?

उत्तर: प्र4: दो बराबर डंडियाँ AB और CD आर-पार रखो ताकि उनके मध्य-बिंदु O पर मिलें (परस्पर समद्विभाजित)। धागा चारों सिरों A-C-B-D पर घुमाओ। विकर्ण बराबर और परस्पर समद्विभाजित हैं, इसलिए ACBD आयत है और हर कोना, जैसे $\angle C$, ठीक 90° है। (दूसरा तरीका: समद्विबाहु त्रिभुज।) प्र5: नहीं। तिरछा समांतर चतुर्भुज (जो आयत नहीं) में भी सम्मुख भुजाएँ समांतर और बराबर होती हैं, इसलिए केवल इस गुण से आयत नहीं बनता – समकोण भी चाहिए।

पृष्ठ 102 Figure it Out प्र1 – शेष कोण ज्ञात करो: (i) समांतर चतुर्भुज PERA, $\angle P = 40^\circ$; (ii) समांतर चतुर्भुज PQRS, $\angle P = 110^\circ$; (iii) समचतुर्भुज UVWX, $\angle XVU = 30^\circ$ (विकर्ण VX); (iv) समचतुर्भुज OAEI, $\angle OEA = 20^\circ$ (विकर्ण OE)।

उत्तर: (i) सम्मुख कोण बराबर, आसन्न का योग 180° : $\angle A = \angle P = 40^\circ$, $\angle E = \angle R = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ । (ii) $\angle Q = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$, $\angle S = \angle Q = 70^\circ$, $\angle R = \angle P = 110^\circ$ । (iii) सभी भुजाएँ बराबर (समचतुर्भुज) और विकर्ण VX कोणों को समद्विभाजित करता है: $\angle XVW = \angle XVU = 30^\circ$, इसलिए $\angle V = 60^\circ = \angle X$ (सम्मुख कोण), और $\angle UXV = \angle WXV = 30^\circ$; $\angle U = \angle W = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ । (iv) विकर्ण OE, E और O के कोणों को समद्विभाजित करता है:

$\angle OEI = \angle OEA = 20^\circ$ अतः $\angle E = 40^\circ$; $\angle AOE = \angle EOI = 20^\circ$, $\angle O = 40^\circ$; $\angle A = \angle I = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ।

पृष्ठ 102 प्र2 – 7 सेमी और 5 सेमी विकर्णों वाला, 140° पर मिलने वाला समांतर चतुर्भुज बनाओ।
प्र3 – 4 सेमी और 5 सेमी विकर्णों वाला समचतुर्भुज बनाओ।

उत्तर: प्र2: AB = 7 सेमी खींचो, मध्य-बिंदु O (A से 3.5 सेमी); O पर OB से 140° की रेखा। खींचो;। पर O के दोनों ओर OC = OD = 2.5 सेमी (5 सेमी का आधा) काटो; AC, CB, BD, DA जोड़ो। विकर्ण परस्पर समद्विभाजित हैं, इसलिए ACBD समांतर चतुर्भुज है। प्र3: AB = 5 सेमी खींचो, मध्य-बिंदु O; O पर AB का लंब (90° , परकार या सेट-स्क्वायर से) खींचो; O के दोनों ओर OC = OD = 2 सेमी काटो; AC, CB, BD, DA जोड़ो। विकर्ण 90° पर समद्विभाजित → समचतुर्भुज (प्रत्येक भुजा = $\sqrt{(2.5^2 + 2^2)} = \sqrt{10.25} \approx 3.2$ सेमी – मेरी गणना)।

ज्यामिति-पट्ट (पृ.103) और त्रिभुज जोड़ना (पृ.104–105) – चतुर्भुजों के नाम बताओ और कारण दो। साथ ही पृ.105: पतंग का गुण (दिखाओ कि विकर्ण BD, $\angle ABC$, $\angle ADC$ और AC को समकोण पर समद्विभाजित करता है); समलंब के अन्य कोण कैसे निकालें; $\triangle UXY \cong \triangle VWZ$ क्यों।

उत्तर: ज्यामिति-पट्ट: दो लंबवत्, बराबर विकर्ण जो मध्य-बिंदु पर मिलें → वर्ग। एक विकर्ण को दोनों सिरों पर 2 सेमी बढ़ाने से वे लंबवत् और समद्विभाजित रहते हैं, पर अब असमान → समचतुर्भुज। त्रिभुज: 8 सेमी भुजा वाले दो समबाहु → समचतुर्भुज (सभी भुजाएँ 8 सेमी)। दो (8, 8, 6) त्रिभुज: 6 सेमी पर जोड़ें → समचतुर्भुज; 8 सेमी भुजा पर → दर्पण-प्रतिबिंब हो तो पतंग (8, 6, 6, 8), एक को 180° घुमाएँ तो समांतर चतुर्भुज (8, 6, 8, 6)। दो (6, 9, 12) त्रिभुज: हर भुजा पर → एक पतंग (दर्पण) और एक समांतर चतुर्भुज (180° घुमाकर)। पतंग: AB = BC, AD = CD, BD उभयनिष्ठ → $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS) → $\angle ABD = \angle CBD$ और $\angle ADB = \angle CDB$; फिर $\triangle AOB \cong \triangle COB$ (AB = CB, $\angle ABO = \angle CBO$, BO उभयनिष्ठ; SAS) → AO = OC और $\angle AOB = \angle COB = 90^\circ$ । समलंब PQ || SR: $\angle S + \angle P = 180^\circ$, $\angle R + \angle Q = 180^\circ$ – शेष कोण घटाकर निकालो। समद्विबाहु समलंब: XY = WZ (आयत XWZY की सम्मुख भुजाएँ), UX = VW, $\angle XYU = \angle WZV = 90^\circ$ → $\triangle UXY \cong \triangle VWZ$ (RHS) → $\angle U = \angle V$ ।

पृष्ठ 107, Figure it Out प्र1–प्र3 – (1) 4 सेमी भुजा वाले दो समबाहु त्रिभुजों को जोड़ने से बने चतुर्भुज की सभी भुजाएँ और कोण। (2) 6 सेमी और 8 सेमी विकर्णों वाली पतंग बनाओ। (3) समलंबों के शेष कोण: (i) आधार कोण 135° और 105° ; (ii) समद्विबाहु समलंब जिसमें ऊपर-बाएँ 100° है।

उत्तर: प्र1: चतुर्भुज ABCD (दो त्रिभुज उभयनिष्ठ भुजा BD पर) की चारों भुजाएँ = 4 सेमी और कोण $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ (जुड़े कोनों पर $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$) → समचतुर्भुज, छोटा विकर्ण 4 सेमी। प्र2: PQ = 6 सेमी खींचो; उसका लंब समद्विभाजक खींचो जो PQ को T पर काटे; उस पर विपरीत ओर R और S ऐसे लो कि RS = 8 सेमी हो, पर T, RS का मध्य-बिंदु न हो (जैसे TR = 3 सेमी, TS = 5 सेमी – मेरा चुनाव; पतंग में केवल एक विकर्ण, यहाँ PQ, दूसरे द्वारा समद्विभाजित होता है); PR, RQ, QS, SP जोड़ो। PRQS पतंग है (PR = RQ और PS = SQ, क्योंकि PQ के

लंब समद्विभाजक पर स्थित बिंदु P और Q से बराबर दूरी पर होते हैं)। प्र3: (i) समांतर भुजाएँ ऊपर-नीचे: हर तिरछी भुजा के कोणों का योग 180° : $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ और $180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ (ऊपर-बाएँ और ऊपर-दाएँ)। (ii) समांतर भुजाएँ ऊपर और नीचे की; ऊपर-बाएँ 100° और नीचे-बाएँ का योग $180^\circ \rightarrow 80^\circ$; पाद बराबर (समद्विबाहु समलंब) इसलिए दाएँ के कोण बाएँ जैसे: ऊपर-दाएँ = 100° , नीचे-दाएँ = 80° ।

पृष्ठ 107 प्र4 – समांतर चतुर्भुज, पतंग, समचतुर्भुज, आयत, वर्ग का वेन आरेख; (i) पतंग और समांतर चतुर्भुज दोनों कौन? (ii) क्या कोई चतुर्भुज पतंग और आयत दोनों हो सकता है? (iii) क्या हर पतंग समचतुर्भुज है?

उत्तर: वेन आरेख: चित्र वाला पृष्ठ देखो – समांतर चतुर्भुज में आयत और समचतुर्भुज; पतंग में समचतुर्भुज; वर्ग आयत और समचतुर्भुज का उभयनिष्ठ भाग। (i) समचतुर्भुज (और इसलिए वर्ग भी) – पतंग और समांतर चतुर्भुज का उभयनिष्ठ भाग। (ii) हाँ – केवल वर्ग: वर्ग में दो आसन्न बराबर भुजा-युग्म हैं (पतंग) और सभी कोण 90° (आयत)। जो आयत वर्ग नहीं वह पतंग नहीं। (छपी उत्तर-कुंजी में 'नहीं' है; पाठ्यपुस्तक की पतंग की परिभाषा से वर्ग योग्य है, इसलिए मैंने 'हाँ, वर्ग' लिखा है।) (iii) नहीं। हर समचतुर्भुज पतंग है (सभी भुजाएँ बराबर, तो आसन्न युग्म बराबर), पर असमान आसन्न युग्मों वाली पतंग, जैसे भुजाएँ 3, 3, 5, 5, समचतुर्भुज नहीं।

पृष्ठ 107-108 प्र5-प्र7 – (5) PAIR और RODS आयत हैं ($PR = RS = 5$ सेमी, $\angle ORI = 30^\circ$); $\angle IOD$ ज्ञात करो। (6) बिना चाँदे के 6 सेमी विकर्ण वाला वर्ग बनाओ। (7) CASE वर्ग है; U, V, W, X उसकी भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं – UVWX क्या है? वर्ग के भीतर अन्य वर्ग।

उत्तर: प्र5: आयत PAIR में $\angle RIO = 90^\circ$; $\triangle ORI$ में: $\angle ROI = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ । RODS आयत है, इसलिए $\angle ROD = 90^\circ$ । $\angle IOD = \angle ROD - \angle ROI = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ । प्र6: $AB = 6$ सेमी खींचो; परकार से (A और B से 3 सेमी से बड़ी समान त्रिज्या के चाप ऊपर-नीचे) लंब समद्विभाजक खींचो जो AB को O पर काटे; उस पर $OC = OD = 3$ सेमी लो; AC, CB, BD, DA जोड़ो – बराबर विकर्ण 90° पर समद्विभाजित $\rightarrow$ वर्ग। प्र7: CASE की भुजा x लें; आधी भुजा = $x/2$ । चारों कोनों के त्रिभुज समकोण हैं जिनकी भुजाएँ $x/2, x/2$ हैं, इसलिए सर्वांगसम (SAS) और कर्ण $UV = VW = WX = XU = x/\sqrt{2} \rightarrow$ चारों भुजाएँ बराबर। कोने के त्रिभुज समद्विबाहु समकोण हैं, इसलिए U, V, W, X पर 45° के कोण; U पर: $\angle CUV + \angle VUX + \angle XUA = 180^\circ \rightarrow 45^\circ + \angle VUX + 45^\circ = 180^\circ \rightarrow \angle VUX = 90^\circ$, अन्य शीर्षों पर भी। अतः UVWX वर्ग है (मापने पर भी समान भुजाएँ और 90°)। अन्य वर्ग: हर भुजा पर क्रमागत कोनों से समान दूरी पर एक बिंदु लो (एक ही दिशा में घूमते हुए); चारों कोने वाले त्रिभुज सर्वांगसम समकोण त्रिभुज हैं, इसलिए भीतरी चतुर्भुज की भुजाएँ बराबर और कोण 90° – वर्ग (तिरछा, जैसे चित्र b)।

पृष्ठ 108 प्र8-प्र10 – (8) चार बराबर भुजाएँ और एक कोण 90° – क्या वर्ग है? (9) सम्मुख भुजाएँ बराबर वाला चतुर्भुज कौन-सा है? (10) क्या भीतर धँसे चतुर्भुज ABCD (D भीतर) का कोण-योग

360° है ?

उत्तर: प्र8: हाँ। चार बराबर भुजाएँ → समचतुर्भुज; समचतुर्भुज में आसन्न कोणों का योग 180° और सम्मुख कोण बराबर, इसलिए एक कोण 90° होने पर आसन्न कोण $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ और सम्मुख कोण 90° - चारों कोण 90° और सभी भुजाएँ बराबर → वर्ग। प्र9: समांतर चतुर्भुज। विकर्ण AC खींचो: $AB = CD$, $BC = AD$, AC उभयनिष्ठ → $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS) → $\angle BAC = \angle DCA$ (एकांतर कोण) अतः $AB \parallel CD$, और $\angle BCA = \angle DAC$ अतः $BC \parallel AD$ - सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समांतर। प्र10: हाँ। BD जोड़ो (आकृति के भीतर): $\triangle ABD$ का कोण-योग 180° और $\triangle CBD$ का 180° ; ये छह कोण मिलकर चतुर्भुज के चार कोण बनाते हैं (D का कोण दोनों कोणों का योग है, जो यहाँ 180° से अधिक है), इसलिए कुल $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ ।

पृष्ठ 108-109 प्र11 - सत्य या असत्य (कारण दो): (i) बराबर विकर्ण जो एक-दूसरे को समद्विभाजित करें → वर्ग। (ii) तीन समकोण → आयत। (iii) विकर्ण परस्पर समद्विभाजित → समांतर चतुर्भुज। (iv) लंबवत् विकर्ण → समचतुर्भुज। (v) सम्मुख कोण बराबर → समांतर चतुर्भुज। (vi) सभी कोण बराबर → आयत। (vii) समद्विबाहु समलंब समांतर चतुर्भुज हैं।

उत्तर: (i) असत्य - यह आयत है; वर्ग के लिए विकर्ण लंबवत् भी होने चाहिए। (ii) सत्य - चौथा कोण $= 360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$, अतः सभी कोण 90° । (iii) सत्य - केंद्र के त्रिभुज सर्वांगसम (SAS) होते हैं, इसलिए एकांतर कोण बराबर और सम्मुख भुजाएँ समांतर। (iv) असत्य - पतंग के विकर्ण भी लंबवत् होते हैं (बिना सभी भुजाएँ बराबर हुए)। (v) सत्य - $\angle A = \angle C$ और $\angle B = \angle D$, योग 360° से $2(\angle A + \angle B) = 360^\circ$, अतः $\angle A + \angle B = 180^\circ$; एक ओर के अंतः कोणों का योग 180° है, इसलिए सम्मुख भुजाएँ समांतर। (vi) सत्य - चार बराबर कोण $360^\circ \div 4 = 90^\circ$ प्रत्येक। (vii) असत्य - केवल एक युग्म सम्मुख भुजाएँ समांतर हैं; दूसरा युग्म (बराबर पाद) समांतर नहीं।

पृष्ठ 111 - कौन-सा चतुर्भुज? (कागज़ को आधा मोड़ो, फिर चौथाई, बीच वाले कोने पर त्रिकोणीय निशान बनाओ, खोलो): निशानों से कौन-सी आकृति बनती है?

उत्तर: दो बार मोड़ने पर कोना कागज़ के केंद्र पर आ जाता है; उस कोने का त्रिकोणीय निशान खोलने पर चारों चौथाइयों में दोहराता है, जिससे केंद्र के चारों ओर चार बराबर त्रिभुज बनते हैं जिनके बाहरी सिरे समचतुर्भुज बनाते हैं (दर्पण-मोड़ों से बराबर भुजाएँ); निशान विकर्णों पर होते हैं जो लंबवत् हैं। यदि निशान की दोनों भुजाएँ बराबर हों और मोड़-रेखाओं से 45° बनाएँ तो बाहरी चारों सिरे वर्ग बनाते हैं। (हाथ से करने की गतिविधि: यह मेरी ज्यामितीय व्याख्या है, पुस्तक का उत्तर नहीं।)

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न - 1 अंक

1. चतुर्भुज के कोणों का योग कितना होता है? (1)

उत्तर: 360° ।

2. आयत की परिभाषा दो। (1)

उत्तर: वह चतुर्भुज जिसके सभी कोण 90° हों।

3. समचतुर्भुज के विकर्ण आपस में कितने अंश का कोण बनाते हैं? (1)

उत्तर: 90° (वे एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं)।

4. समांतर चतुर्भुज में $\angle A = 65^\circ$ । $\angle B$ ज्ञात करो। (1)

उत्तर: $\angle B = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ ।

5. किस चतुर्भुज के विकर्ण बराबर होते हैं और 90° पर समद्विभाजित करते हैं? (1)

उत्तर: वर्ग।

6. क्या हर वर्ग आयत है? (1)

उत्तर: हाँ – वर्ग के सभी कोण 90° होते हैं।

7. कम से कम एक युग्म सम्मुख भुजाएँ समांतर वाले चतुर्भुज का नाम? (1)

उत्तर: समलंब।

8. समद्विबाहु समलंब UVWX ($UV \parallel XW$) में $\angle U = 70^\circ$ । $\angle V$ ज्ञात करो। (1)

उत्तर: $\angle V = \angle U = 70^\circ$ ।

9. क्या समांतर चतुर्भुज के विकर्ण हमेशा बराबर होते हैं? (1)

उत्तर: नहीं – वे केवल एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

10. चतुर्भुज के तीन कोण 90° , 80° , 100° हैं। चौथा ज्ञात करो। (1)

उत्तर: $360^\circ - (90^\circ + 80^\circ + 100^\circ) = 90^\circ$ ।

11. सभी भुजाएँ बराबर वाला चतुर्भुज _____ कहलाता है। (1)

उत्तर: समचतुर्भुज।

12. पतंग ABCD ($AB = BC$, $CD = DA$) का कौन-सा विकर्ण दूसरे को समद्विभाजित करता है? (1)

उत्तर: BD, AC को (समकोण पर) समद्विभाजित करता है।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 3 अंक**1. समचतुर्भुज ABCD में $\angle A = 50^\circ$ । अन्य कोण और प्रत्येक विकर्ण का भुजाओं से बना कोण ज्ञात करो। (3)**

उत्तर: सम्मुख कोण बराबर: $\angle C = 50^\circ$; आसन्न का योग 180° : $\angle B = \angle D = 130^\circ$ । विकर्ण BD, $\angle B$ और $\angle D$ को समद्विभाजित करता है, इसलिए भुजाओं से 65° बनाता है (और AC, 50° वाले कोणों को समद्विभाजित करने से 25° बनाता है)। विकर्ण 90° पर मिलते हैं।

2. सिद्ध करो कि आयत के विकर्ण बराबर होते हैं। (3)

उत्तर: आयत ABCD में: $AB = DC$, $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ$, AD उभयनिष्ठ। अतः $\triangle ABD \cong \triangle DCA$ (SAS), इसलिए संगत भाग BD और CA बराबर हैं।

3. 6 सेमी और 8 सेमी विकर्णों वाला समचतुर्भुज बनाओ। उसकी भुजा ज्ञात करो। (3)

उत्तर: $AC = 6$ सेमी खींचो, मध्य-बिंदु O से उसका लंब समद्विभाजक; $OB = OD = 4$ सेमी काटो; $ABCD$ जोड़ो। भुजा $= \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ सेमी (विकर्ण समकोण पर मिलते हैं, इसलिए भुजाएँ 3 और 4 वाले समकोण त्रिभुज का कर्ण 5)।

4. कारण सहित सत्य/असत्य लिखो: (a) लंबवत् विकर्णों वाला चतुर्भुज समचतुर्भुज है; (b) सभी कोण बराबर वाला चतुर्भुज आयत है। (3)

उत्तर: (a) असत्य – पतंग के विकर्ण भी लंबवत् होते हैं। (b) सत्य – प्रत्येक कोण $360^\circ \div 4 = 90^\circ$, इसलिए आयत (तब सम्मुख भुजाएँ सर्वांगसमता से बराबर)।

5. समलंब PQRS ($PQ \parallel SR$) में $\angle P = 110^\circ$ और $\angle Q = 70^\circ$ । $\angle S$ और $\angle R$ ज्ञात करो। यदि पाद बराबर होते तो यह कैसा समलंब होता? (3)

उत्तर: $\angle S = 180^\circ - \angle P = 70^\circ$; $\angle R = 180^\circ - \angle Q = 110^\circ$ । यदि असमांतर भुजाएँ बराबर होतीं तो समद्विबाहु समलंब होता, जिसमें $\angle P = \angle Q$ – पर यहाँ $110^\circ \neq 70^\circ$, इसलिए पाद असमान हैं और यह सामान्य समलंब है।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 5 अंक

1. सिद्ध करो कि समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं, और जिस चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करें वह समांतर चतुर्भुज है। (5)

उत्तर: (a) समांतर चतुर्भुज EASY, विकर्ण O पर मिलते हैं: $AE = YS$ (सम्मुख भुजाएँ), $\angle OAE = \angle OYS$ और $\angle OEA = \angle OSY$ (एकांतर कोण, $AE \parallel YS$) $\rightarrow \triangle AOE \cong \triangle YOS$ (ASA) $\rightarrow OA = OY$, $OE = OS$ । (b) विलोम: यदि $OA = OY$, $OE = OS$ और $\angle AOE = \angle YOS$ (शीर्षाभिमुख) तो $\triangle AOE \cong \triangle YOS$ (SAS), इसलिए $\angle OAE = \angle OYS$ – एकांतर कोण बराबर – अतः $AE \parallel YS$; इसी प्रकार $\triangle AOS \cong \triangle YOE$ से $AS \parallel EY$ । सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समांतर हैं, इसलिए यह समांतर चतुर्भुज है।

2. विकर्णों के गुणों से रचना की विधि लिखो: (a) 10 सेमी विकर्णों वाला आयत, (b) 10 सेमी विकर्णों वाला वर्ग, (c) 6 सेमी और 8 सेमी विकर्णों वाला, 70° पर मिलने वाला समांतर चतुर्भुज। हर में प्रयुक्त गुण बताओ। (5)

उत्तर: (a) $AC = 10$ सेमी खींचो, मध्य-बिंदु O ; O से किसी भी कोण (जैसे 60°) की रेखा खींचो और दोनों ओर $OB = OD = 5$ सेमी काटो; $ABCD$ जोड़ो। गुण: बराबर विकर्ण जो परस्पर समद्विभाजित हों। (b) वही, पर दूसरा विकर्ण AC पर लंबवत् (90°) – बराबर विकर्ण समकोण पर समद्विभाजित। (c) $AC = 8$ सेमी खींचो, मध्य-बिंदु O ; O से AC पर 70° की रेखा; दोनों ओर $OB = OD = 3$ सेमी (6 का आधा) काटो; $ABCD$ जोड़ो। गुण: विकर्ण परस्पर समद्विभाजित (असमान लंबाई, कोई भी कोण)।

3. पढ़े गए चतुर्भुजों का वेन आरेख बनाओ और उससे (i) समचतुर्भुज व पतंग, (ii) आयत व समांतर चतुर्भुज, (iii) वर्ग व समचतुर्भुज, (iv) पतंग व समांतर चतुर्भुज का संबंध बताओ। समचतुर्भुज को

वर्ग से अलग करने वाला एक गुण लिखो। (5)

उत्तर: वेन आरेख : समांतर चतुर्भुज $\supset$ आयत, समचतुर्भुज ; वर्ग = आयत $\cap$ समचतुर्भुज ; पतंग $\supset$ समचतुर्भुज ; पतंग $\cap$ समांतर चतुर्भुज = समचतुर्भुज । (i) हर समचतुर्भुज पतंग है ; पतंग का समचतुर्भुज होना आवश्यक नहीं । (ii) हर आयत समांतर चतुर्भुज है ; हर समांतर चतुर्भुज आयत नहीं । (iii) वर्ग सभी कोण 90° वाला समचतुर्भुज है ; हर वर्ग समचतुर्भुज है, हर समचतुर्भुज वर्ग नहीं । (iv) जो दोनों हो वह समचतुर्भुज है । अंतर करने वाला गुण : वर्ग के विकर्ण बराबर होते हैं ; सामान्य समचतुर्भुज के नहीं (और समचतुर्भुज के कोण 90° होना आवश्यक नहीं) ।

