

Chapter Review

- **Cartesian plane:** The position of a point in a plane is given by an ordered pair (x, y) of coordinates, where x is the abscissa (distance from the y -axis) and y is the ordinate (distance from the x -axis). The axes divide the plane into four quadrants. Signs: I $(+, +)$, II $(-, +)$, III $(-, -)$, IV $(+, -)$. A point on the x -axis is $(x, 0)$; on the y -axis it is $(0, y)$; the origin is $(0, 0)$.
- **Distance formula:** The distance between points $P(x_1, y_1)$ and $Q(x_2, y_2)$ is $PQ = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$. The distance of a point (x, y) from the origin is $\sqrt{(x^2 + y^2)}$. Example: distance between $(2, 3)$ and $(4, 1) = \sqrt{(4 + 4)} = 2\sqrt{2}$.
- **Applications of the distance formula:** To show that three points A, B, C are collinear, show that $AB + BC = AC$. To prove a triangle is isosceles, show two sides are equal; equilateral, all three equal; right-angled, show the Pythagoras relation. For a parallelogram, opposite sides are equal and diagonals bisect each other; for a rectangle the diagonals are also equal; for a rhombus all four sides are equal; for a square all sides and diagonals are equal.
- **Section formula (internal division):** The coordinates of the point $P(x, y)$ that divides the line segment joining $A(x_1, y_1)$ and $B(x_2, y_2)$ internally in the ratio $m_1 : m_2$ are $x = (m_1x_2 + m_2x_1)/(m_1 + m_2)$ and $y = (m_1y_2 + m_2y_1)/(m_1 + m_2)$. Example: the point dividing $(4, -3)$ and $(8, 5)$ in the ratio $3 : 1$ is $(7, 3)$.
- **Mid-point formula:** The mid-point of the line segment joining (x_1, y_1) and (x_2, y_2) is $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$. This is the section formula with $m_1 : m_2 = 1 : 1$. It is used to find the centre of a circle given the end points of a diameter.

- **Finding the ratio:** To find the ratio in which a point divides a line segment, suppose the ratio is $k : 1$, apply the section formula and solve for k . If k is negative, the division is external. Example: The point $(-1, 6)$ divides the line segment joining $(-3, 10)$ and $(6, -8)$ in the ratio $2 : 7$.
- **Area of a triangle:** The area of the triangle with vertices (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) is $\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$. If the area is zero, the three points are collinear. Example: area of the triangle with $(1, -1)$, $(-4, 6)$, $(-3, -5) = 24$ square units.
- **Centroid and applications:** The centroid (point where the medians meet) of a triangle with vertices (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) is $((x_1 + x_2 + x_3)/3, (y_1 + y_2 + y_3)/3)$. The centroid divides each median in the ratio $2 : 1$. For finding the fourth vertex of a parallelogram, use the fact that the diagonals have the same mid-point.

Key Terms

Abscissa – The x-coordinate of a point.

Ordinate – The y-coordinate of a point.

Origin – The point $(0, 0)$ where the axes meet.

Quadrant – One of the four regions into which the axes divide the plane.

Distance Formula – $\sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$.

Section Formula – Point dividing a segment internally in the ratio $m_1 : m_2$.

Mid-point – Point $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$ dividing a segment equally.

Collinear Points – Points lying on the same straight line.

Centroid – Point of intersection of medians: $(\sum x)/3, (\sum y)/3$.

Area of Triangle – $\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$.

Median – Line from a vertex to the mid-point of the opposite side.

Locus Point on x-axis – A point of the form $(x, 0)$.

Diagrams / Flowcharts

Coordinate Formulae

Formula	Expression
Distance	$\sqrt{[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2]}$
Section ($m_1:m_2$)	$(m_1x_2+m_2x_1)/(m_1+m_2)$, same for y
Mid-point	$((x_1+x_2)/2, (y_1+y_2)/2)$
Centroid	$((x_1+x_2+x_3)/3, (y_1+y_2+y_3)/3)$

Quadrant Signs

Quadrant	(x, y)
I	(+, +)
II	(-, +)
III	(-, -)
IV	(+, -)

Using the Section Formula

Note the two end points



Note the ratio $m_1 : m_2$



Apply formula for x

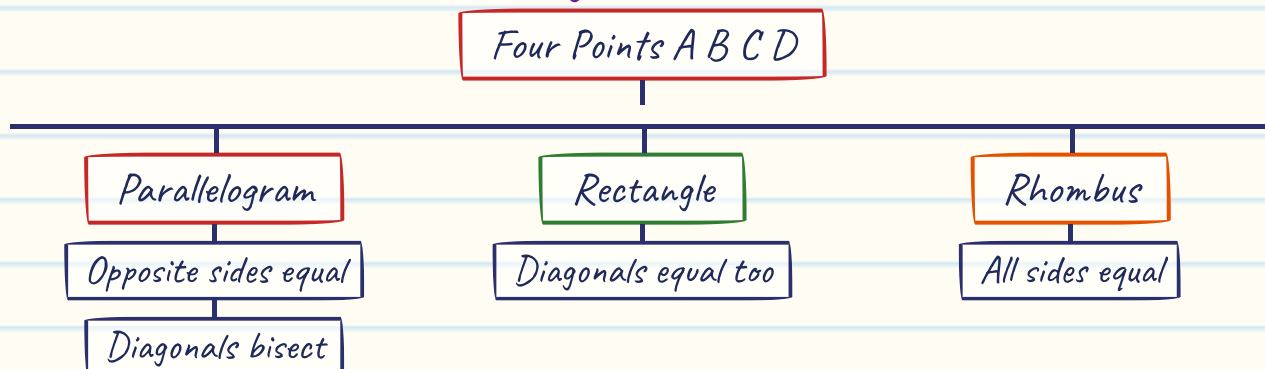


Apply formula for y



Write the point $P(x, y)$

Checking a Quadrilateral



Textbook Exercise Questions

Q.1 Find the distance between $(-5, 7)$ and $(-1, 3)$.

Ans. $\sqrt{[-1 + 5]^2 + [3 - 7]^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$.

Q.2 Check whether the points $(1, 5)$, $(2, 3)$ and $(-2, -11)$ are collinear.

Ans. $AB = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$; $BC = \sqrt{16 + 196} = \sqrt{212}$; $AC = \sqrt{9 + 256} = \sqrt{265}$. No two sums equal the third, so not collinear.

Q.3 Find the point on the x-axis which is equidistant from $(2, -5)$ and $(-2, 9)$.

Ans. Let $(x, 0)$. $(x - 2)^2 + 25 = (x + 2)^2 + 81 \rightarrow -4x + 29 = 4x + 85 \rightarrow x = -7$. Point $(-7, 0)$.

Q.4 Find the coordinates of the point dividing the line segment joining $(4, -3)$ and $(8, 5)$ in the ratio $3 : 1$ internally.

Ans. $x = (3 \times 8 + 1 \times 4)/4 = 7$, $y = (3 \times 5 + 1 \times (-3))/4 = 3$. Point $(7, 3)$.

Q.5 Find the ratio in which the point $(-3, k)$ divides the segment joining $(-5, -4)$ and $(-2, 3)$. Also find k .

Ans. Let ratio $m : n$. $-3 = (-2m - 5n)/(m + n)$ gives $m : n = 2 : 1$. Then $k = (2 \times 3 + 1 \times (-4))/3 = 2/3$.

Q.6 Find the area of the triangle with vertices $(1, -1)$, $(-4, 6)$, $(-3, -5)$.

Ans. $\frac{1}{2} |1(6 + 5) + (-4)(-5 + 1) + (-3)(-1 - 6)| = \frac{1}{2} |11 + 16 + 21| = 24$
square units.

Important Board-Pattern Questions (with Solutions)

Q.1 [1 mark] Find the distance of the point $(3, 4)$ from the origin.

Ans. $\sqrt{9 + 16} = 5$.

Q.2 [1 mark] Write the mid-point of the segment joining $(2, 4)$ and $(6, 8)$.

Ans. $(4, 6)$.

Q.3 [2 marks] If the distance between $(x, 7)$ and $(1, 15)$ is 10, find x .

Ans. $(x - 1)^2 + 64 = 100$, $(x - 1)^2 = 36$, $x = 7$ or -5 .

Q.4 [2 marks] Find the centroid of the triangle with vertices $(1, 2)$, $(3, 4)$, $(5, 6)$.

Ans. $((1 + 3 + 5)/3, (2 + 4 + 6)/3) = (3, 4)$.

Q.5 [3 marks] Show that $(-4, -7)$, $(-1, 2)$, $(8, 5)$ and $(5, -4)$ are the vertices of a rhombus.

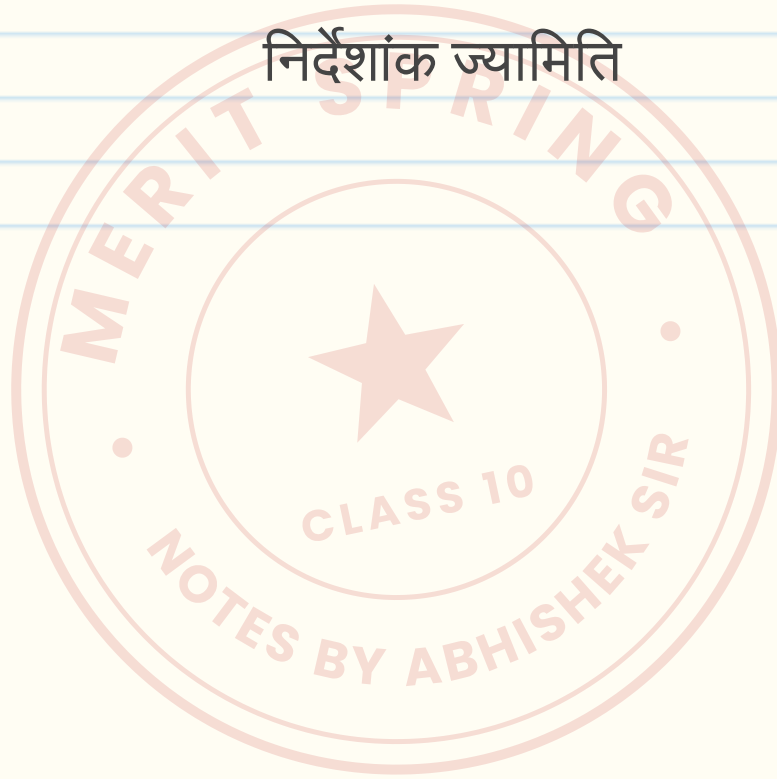
Ans. $AB = BC = CD = DA = \sqrt{90}$, all sides equal. So it is a rhombus (the diagonals are unequal, so it is not a square).

Q.6 [3 marks] If the points $A(6, 1)$, $B(8, 2)$, $C(9, 4)$ and $D(p, 3)$ are the vertices of a parallelogram taken in order, find p .

Ans. The diagonals AC and BD bisect each other: mid-point of $AC = (7.5, 2.5) =$ mid-point of $BD = ((8 + p)/2, 2.5)$. So $8 + p = 15$, $p = 7$.

HINDI VERSION

निर्देशांक ज्यामिति



अध्याय समीक्षा

- कार्तीय तल: तल में बिंदु की स्थिति क्रमित युग्म (x, y) से दी जाती है, जहाँ x भुज (y -अक्ष से दूरी) और y कोटि (x -अक्ष से दूरी) है। अक्ष तल को चार चतुर्थांशों में बाँटते हैं। चिह्न: I $(+, +)$, II $(-, +)$, III $(-, -)$, IV $(+, -)$ । x -अक्ष पर बिंदु $(x, 0)$, y -अक्ष पर $(0, y)$ और मूल बिंदु $(0, 0)$ होता है।
- दूरी सूत्र: बिंदुओं $P(x_1, y_1)$ और $Q(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ । बिंदु (x, y) की मूल बिंदु से दूरी $\sqrt{x^2 + y^2}$ । उदाहरण: $(2, 3)$ और $(4, 1)$ के बीच दूरी $= \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$ ।
- दूरी सूत्र के अनुप्रयोग: तीन बिंदु A, B, C संरेख हैं यह दिखाने के लिए $AB + BC = AC$ सिद्ध करें। त्रिभुज समद्विबाहु है तो दो भुजाएँ बराबर, समबाहु है तो तीनों बराबर, समकोण है तो पाइथागोरस संबंध दिखाएँ। समांतर चतुर्भुज में सम्मुख भुजाएँ बराबर और विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं; आयत में विकर्ण भी बराबर होते हैं; समचतुर्भुज में चारों भुजाएँ बराबर; वर्ग में सभी भुजाएँ और विकर्ण बराबर होते हैं।
- विभाजन सूत्र (अंतः विभाजन): $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $m_1 : m_2$ अनुपात में अंतः विभाजित करने वाले बिंदु $P(x, y)$ के निर्देशांक $x = (m_1x_2 + m_2x_1)/(m_1 + m_2)$ और $y = (m_1y_2 + m_2y_1)/(m_1 + m_2)$ हैं। उदाहरण: $(4, -3)$ और $(8, 5)$ को $3 : 1$ में बाँटने वाला बिंदु $(7, 3)$ है।
- मध्य-बिंदु सूत्र: (x_1, y_1) और (x_2, y_2) को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्य-बिंदु $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$ है। यह विभाजन सूत्र में $m_1 : m_2 = 1 : 1$ का विशेष रूप है। व्यास के सिरे ज्ञात हों तो वृत्त का केंद्र इसी से मिलता है।
- अनुपात ज्ञात करना: बिंदु किस अनुपात में बाँटता है, यह निकालने के लिए अनुपात $k : 1$ मानकर विभाजन सूत्र लगाएँ और k हल करें। k ऋणात्मक हो तो बाह्य विभाजन होता है। उदाहरण: बिंदु $(-1, 6)$, $(-3, 10)$ और $(6, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $2 : 7$ में बाँटता है।
- त्रिभुज का क्षेत्रफल: शीर्षों (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$ होता है। क्षेत्रफल शून्य हो तो तीनों बिंदु संरेख होते हैं। उदाहरण: $(1, -1)$, $(-4, 6)$, $(-3, -5)$ वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल $= 24$ वर्ग इकाई।

- केंद्रक और अनुप्रयोग: शीर्षों (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) वाले त्रिभुज का केंद्रक (माधिकाओं का कटान बिंदु) $((x_1 + x_2 + x_3)/3, (y_1 + y_2 + y_3)/3)$ होता है। केंद्रक प्रत्येक माधिका को 2 : 1 में बाँटता है। समांतर चतुर्भुज का चौथा शीर्ष निकालने के लिए विकर्णों का मध्य-बिंदु एक ही होता है, यह तथ्य प्रयोग करें।

मुख्य शब्दावली

भुज - बिंदु का x-निर्देशांक।

कोटि - बिंदु का y-निर्देशांक।

मूल बिंदु - बिंदु $(0, 0)$ जहाँ अक्ष मिलते हैं।

चतुर्थांश - अक्षों द्वारा तल के चार भागों में से एक।

दूरी सूत्र - $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ।

विभाजन सूत्र - रेखाखंड को $m_1 : m_2$ में अंतः विभाजित करने वाला बिंदु।

मध्य-बिंदु - रेखाखंड को बराबर बाँटने वाला बिंदु $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$ ।

संरेख बिंदु - एक ही सरल रेखा पर स्थित बिंदु।

केंद्रक - माधिकाओं का कटान बिंदु: $((\Sigma x)/3, (\Sigma y)/3)$ ।

त्रिभुज का क्षेत्रफल - $\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$ ।

माधिका - शीर्ष से सम्मुख भुजा के मध्य-बिंदु तक की रेखा।

x-अक्ष पर बिंदु - $(x, 0)$ रूप का बिंदु।

आरेख / फ्लोचार्ट

निर्देशांक ज्यामिति के सूत्र

सूत्र	व्यंजक
दूरी	$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
विभाजन $(m_1:m_2)$	$(m_1x_2 + m_2x_1)/(m_1 + m_2)$, y भी वैसे
मध्य-बिंदु	$((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$
केंद्रक	$((x_1 + x_2 + x_3)/3, (y_1 + y_2 + y_3)/3)$

चतुर्थांशों के चिह्न

चतुर्थांश	(x, y)
I	$(+, +)$
II	$(-, +)$
III	$(-, -)$
IV	$(+, -)$

विभाजन सूत्र का प्रयोग

दोनों सिरे लिखें

अनुपात $m_1 : m_2$ लिखें

x के लिए सूत्र लगाएँ

y के लिए सूत्र लगाएँ

बिंदु $P(x, y)$ लिखें

चतुर्भुज की जाँच

चार बिंदु A B C D

समांतर चतुर्भुज

सम्मुख भुजाएँ बराबर

विकर्ण समद्विभाजित

आयत

विकर्ण भी बराबर

समचतुर्भुज

चारों भुजाएँ बराबर

पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 $(-5, 7)$ और $(-1, 3)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $\sqrt{(-1 + 5)^2 + (3 - 7)^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$

प्र.2 जाँचिए कि बिंदु $(1, 5)$, $(2, 3)$ और $(-2, -11)$ संरेख हैं या नहीं।

उत्तर- $AB = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$; $BC = \sqrt{16 + 196} = \sqrt{212}$; $AC = \sqrt{9 + 256} = \sqrt{265}$

किन्हीं दो का योग तीसरी के बराबर नहीं, अतः संरेख नहीं।

प्र.3 x -अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो $(2, -5)$ और $(-2, 9)$ से समदूरस्थ है।

उत्तर- बिंदु $(x, 0)$ लें। $(x - 2)^2 + 25 = (x + 2)^2 + 81 \rightarrow -4x + 29 = 4x + 85 \rightarrow x = -7$ । बिंदु $(-7, 0)$ ।

प्र.4 $(4, -3)$ और $(8, 5)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $3 : 1$ में अंतः विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $x = (3 \times 8 + 1 \times 4)/4 = 7$, $y = (3 \times 5 + 1 \times (-3))/4 = 3$ । बिंदु $(7, 3)$ ।

प्र.5 बिंदु $(-3, k)$, $(-5, -4)$ और $(-2, 3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में बाँटता है? k भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- अनुपात $m : n$ लें। $-3 = (-2m - 5n)/(m + n)$ से $m : n = 2 : 1$ । तब $k = (2 \times 3 + 1 \times (-4))/3 = 2/3$ ।

प्र.6 शीर्षों $(1, -1)$, $(-4, 6)$, $(-3, -5)$ वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $\frac{1}{2} |1(6 + 5) + (-4)(-5 + 1) + (-3)(-1 - 6)| = \frac{1}{2} |11 + 16 + 21| = 24$ वर्ग इकाई।

बोर्ड पैटर्न के महत्वपूर्ण प्रश्न (हल सहित)

प्र.1 [1 अंक] बिंदु $(3, 4)$ की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $\sqrt{9 + 16} = 5$

प्र.2 [1 अंक] $(2, 4)$ और $(6, 8)$ को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्य-बिंदु लिखिए।

उत्तर- $(4, 6)$ ।

प्र.3 [2 अंक] यदि $(x, 7)$ और $(1, 15)$ के बीच की दूरी 10 है तो x ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $(x - 1)^2 + 64 = 100, (x - 1)^2 = 36, x = 7$ या -5 ।

प्र.4 [2 अंक] शीर्षों $(1, 2), (3, 4), (5, 6)$ वाले त्रिभुज का केंद्रक ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $((1 + 3 + 5)/3, (2 + 4 + 6)/3) = (3, 4)$ ।

प्र.5 [3 अंक] दर्शाइए कि $(-4, -7), (-1, 2), (8, 5)$ और $(5, -4)$ एक समचतुर्भुज के शीर्ष हैं।

उत्तर- $AB = BC = CD = DA = \sqrt{90}$, चारों भुजाएँ बराबर। अतः यह समचतुर्भुज है (विकर्ण असमान हैं, अतः वर्ग नहीं)।

प्र.6 [3 अंक] यदि $A(6, 1), B(8, 2), C(9, 4)$ और $D(p, 3)$ क्रम से समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं तो p ज्ञात कीजिए।

उत्तर- विकर्ण AC और BD एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं: AC का मध्य-बिंदु $= (7.5, 2.5)$
 $= BD$ का मध्य-बिंदु $= ((8 + p)/2, 2.5)$ । अतः $8 + p = 15, p = 7$ ।