

Chapter Review

- **Arithmetic Progression (AP):** A list of numbers in which each term is obtained by adding a fixed number d (the common difference) to the previous term. General form: $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ where a is the first term. Examples: 2, 5, 8, 11 ($d = 3$) and 10, 7, 4 ($d = -3$).
- **Common difference:** $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots$ If $d > 0$ the AP is increasing, if $d < 0$ it is decreasing and if $d = 0$ it is constant. To check whether a list is an AP, verify that the difference between consecutive terms is the same.
- **n th term of an AP:** $a_n = a + (n - 1)d$, where a is the first term, d the common difference and n the number of the term. Example: the 10th term of 2, 7, 12, ... is $2 + 9 \times 5 = 47$. The n th term from the end of a finite AP with last term l is $l - (n - 1)d$.
- **Finding the number of terms:** Use $a_n = a + (n - 1)d$ and solve for n . Example: how many terms in 3, 8, 13, ..., 78? $78 = 3 + (n - 1)5$, so $n = 16$. If n comes out fractional or negative, the given number is not a term of the AP.
- **Sum of first n terms:** $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$. If the last term l is known: $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$. Example: sum of first 20 terms of 1, 4, 7, ... = $10[2 + 19 \times 3] = 590$. The sum of the first n positive integers is $n(n + 1)/2$.
- **Relation between S_n and a_n :** The n th term can be found from sums: $a_n = S_n - S_{n-1}$. Also the first term $a = S_1$. If S_n is given as an expression in n , find S_1 for a , and $S_2 - S_1$ for a_2 , then $d = a_2 - a_1$.
- **Three terms in AP:** To solve problems on 3 terms in AP take them as $(a - d)$, a , $(a + d)$, so the sum is $3a$. For four terms use $(a - 3d)$, $(a - d)$, $(a + d)$, $(a + 3d)$. If a, b, c are in AP then $2b = a + c$; b is the arithmetic mean.

- Applications: AP problems often arise in savings (a fixed amount added every year), seating arrangements in rows (each row has a fixed number more), salary increments, loan repayment in equal instalments, and stacking logs or bricks. Identify a , d and n , then apply the formula for a_n or S_n .

Key Terms

Arithmetic Progression – List where each term differs from the previous by a fixed amount.

First Term (a) – The starting term of the AP.

Common Difference (d) – Fixed difference between consecutive terms.

n th Term – $a_n = a + (n - 1)d$.

Sum of n Terms – $S_n = (n/2)[2a + (n - 1)d]$.

Last Term (l) – Final term of a finite AP; $S_n = (n/2)(a + l)$.

Finite AP – An AP with a last term; it has a fixed number of terms.

Infinite AP – An AP that continues without end.

Arithmetic Mean – Middle term b of a , b , c in AP; $b = (a + c)/2$.

Increasing AP – AP with $d > 0$.

Decreasing AP – AP with $d < 0$.

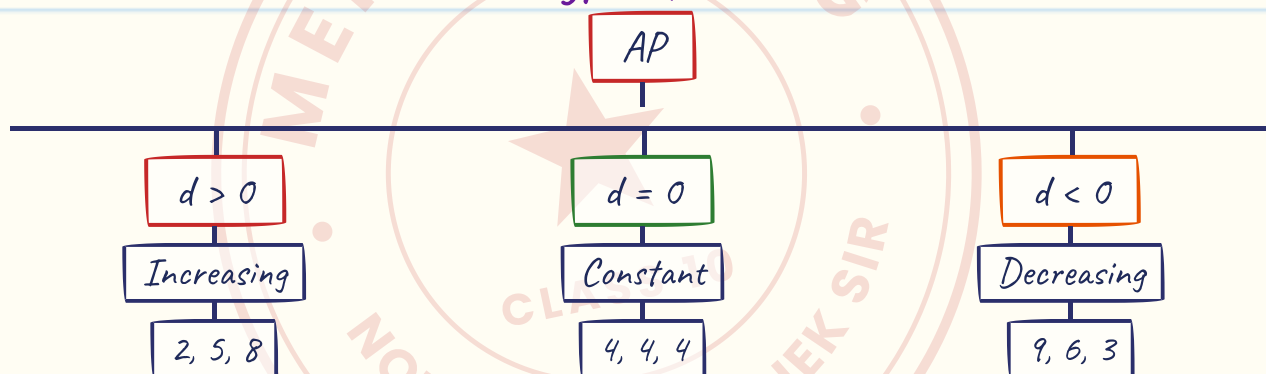
Sum of n Natural Numbers – $n(n + 1)/2$.

Diagrams / Flowcharts

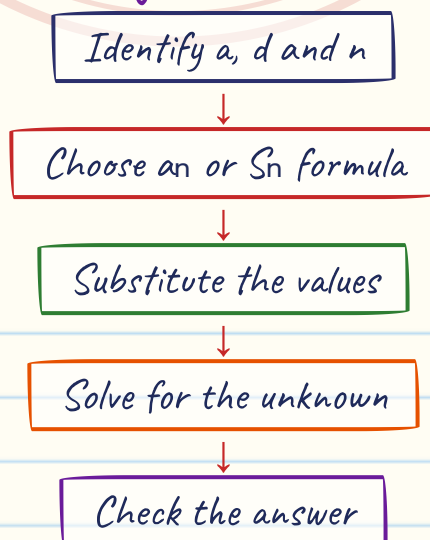
AP Formulae

Quantity	Formula
Common difference	$d = a_2 - a_1$
n th term	$a_n = a + (n - 1)d$
Sum (with d)	$S_n = n/2 [2a + (n - 1)d]$
Sum (with l)	$S_n = n/2 (a + l)$
a_n from sums	$a_n = S_n - S_{n-1}$

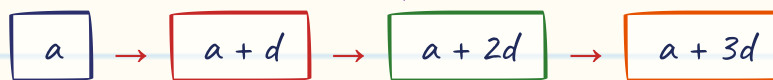
Types of AP



Solving an AP Problem



Terms of an AP



Textbook Exercise Questions

Q.1 Find the 10th term of the AP 2, 7, 12, ...

Ans. $a = 2, d = 5. a_{10} = 2 + 9 \times 5 = 47.$

Q.2 Which term of the AP 3, 8, 13, 18, ... is 78?

Ans. $78 = 3 + (n - 1)5$, so $n - 1 = 15$ and $n = 16$. It is the 16th term.

Q.3 Find the sum of the first 22 terms of the AP 8, 3, -2, ...

Ans. $a = 8, d = -5, n = 22. S = 11[16 + 21(-5)] = 11(-89) = -979.$

Q.4 Find the sum of the first 15 multiples of 8.

Ans. 8, 16, ..., 120: $a = 8, l = 120, n = 15. S = (15/2)(8 + 120) = 960.$

Q.5 If the 3rd term of an AP is 12 and the 7th term is 24, find the AP.

Ans. $a + 2d = 12, a + 6d = 24$. So $4d = 12, d = 3, a = 6$. AP: 6, 9, 12, 15, ...

Q.6 Find the sum of all two-digit numbers divisible by 3.

Ans. 12, 15, ..., 99: $a = 12, d = 3, l = 99. 99 = 12 + (n - 1)3, n = 30. S = 15(12 + 99) = 1665.$

Important Board-Pattern Questions (with Solutions)

Q.1 [1 mark] Find the common difference of the AP $1/p, (1 - p)/p, (1 - 2p)/p, \dots$

Ans. $d = (1 - p)/p - 1/p = -p/p = -1.$

Q.2 [1 mark] Find the 20th term of the AP 3, 5, 7, ...

Ans. $3 + 19 \times 2 = 41$.

Q.3 [2 marks] Find the number of terms of 5, 9, 13, ..., 185.

Ans. $185 = 5 + (n - 1)4$ gives $n = 46$.

Q.4 [2 marks] Find the sum of the first 25 terms of an AP whose n th term is $3 + 2n$.

Ans. $a_1 = 5, a_{25} = 53. S = (25/2)(5 + 53) = 725$.

Q.5 [3 marks] The sum of the first n terms of an AP is $3n^2 + 5n$. Find the AP.

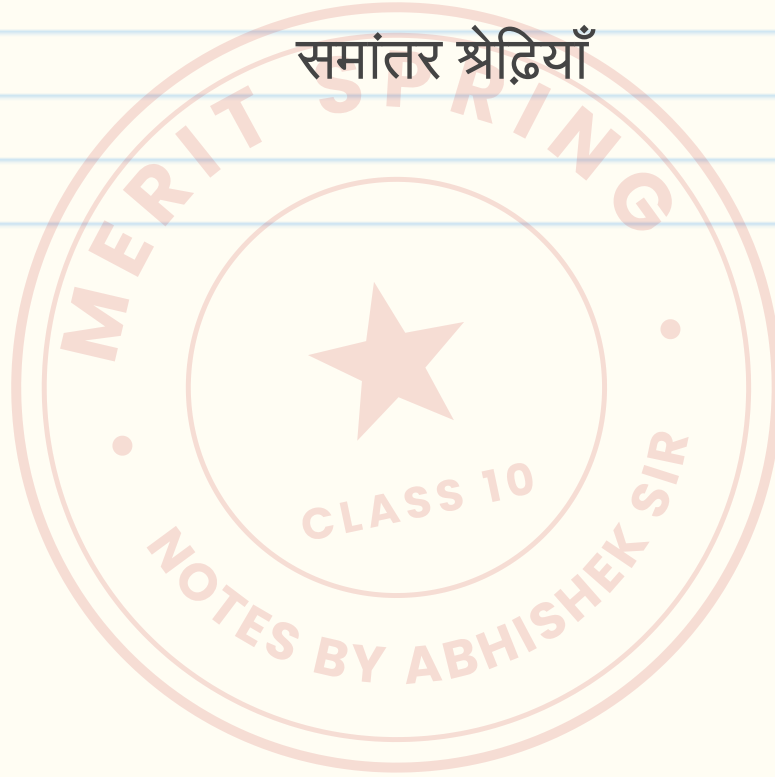
Ans. $S_1 = 8 = a_1. S_2 = 22$, so $a_2 = 14. d = 6$. AP: 8, 14, 20, ...

Q.6 [3 marks] A sum of Rs 700 is to be used to give seven cash prizes, each prize Rs 20 less than the one before. Find the value of each prize.

Ans. $S_7 = 700 = (7/2)[2a + 6(-20)]$, so $2a - 120 = 200, a = 160$. Prizes: 160, 140, 120, 100, 80, 60, 40.

HINDI VERSION

समांतर श्रेढियाँ



अध्याय समीक्षा

- समांतर श्रेढ़ी (AP): संख्याओं की ऐसी सूची जिसमें प्रत्येक पद, पिछले पद में एक निश्चित संख्या d (सार्व अंतर) जोड़ने से मिलता है। सामान्य रूप: $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ जहाँ a प्रथम पद है। उदाहरण: 2, 5, 8, 11 ($d = 3$) और 10, 7, 4 ($d = -3$)।
- सार्व अंतर: $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots$ यदि $d > 0$ तो AP वर्धमान, $d < 0$ तो हासमान और $d = 0$ तो अचर होती है। सूची AP है या नहीं, यह देखने के लिए क्रमागत पदों का अंतर समान होना जाँचें।
- AP का n वाँ पद: $a_n = a + (n - 1)d$, जहाँ a प्रथम पद, d सार्व अंतर और n पद की संख्या है। उदाहरण: 2, 7, 12, ... का 10वाँ पद $2 + 9 \times 5 = 47$ । अंतिम पद वाली सीमित AP में अंत से n वाँ पद $l - (n - 1)d$ होता है।
- पदों की संख्या ज्ञात करना: $a_n = a + (n - 1)d$ में n निकालें। उदाहरण: 3, 8, 13, ..., 78 में कितने पद हैं? $78 = 3 + (n - 1)5$, अतः $n = 16$ । यदि n भिन्न या ऋणात्मक आए तो दी गई संख्या AP का पद नहीं है।
- प्रथम n पदों का योग: $S_n = (n/2)[2a + (n - 1)d]$ । अंतिम पद l ज्ञात हो तो $S_n = (n/2)(a + l)$ । उदाहरण: 1, 4, 7, ... के प्रथम 20 पदों का योग $= 10[2 + 19 \times 3] = 590$ । प्रथम n धनात्मक पूर्णांकों का योग $n(n + 1)/2$ है।
- S_n और a_n का संबंध: योग से n वाँ पद निकाला जा सकता है: $a_n = S_n - S_{n-1}$ । प्रथम पद $a = S_1$ । यदि S_n , n का व्यंजक दिया हो तो S_1 से a , $S_2 - S_1$ से a_2 निकालें और $d = a_2 - a_1$ ।
- AP के तीन पद: AP के 3 पदों के प्रश्न में उन्हें $(a - d)$, a , $(a + d)$ लें; योग $3a$ होता है। चार पदों के लिए $(a - 3d)$, $(a - d)$, $(a + d)$, $(a + 3d)$ लें। यदि a, b, c AP में हों तो $2b = a + c$; b समांतर माध्य है।
- अनुप्रयोग: AP के प्रश्न बचत (हर वर्ष निश्चित राशि जुड़ना), पंक्तियों में कुर्सियाँ (हर पंक्ति में निश्चित संख्या अधिक), वेतन वृद्धि, समान किस्तों में ऋण चुकाना और लट्टों या ईंटों के ढेर में आते हैं। a , d और n पहचानें, फिर a_n या S_n का सूत्र लगाएँ।

मुख्य शब्दावली

समांतर श्रेढ़ी - ऐसी सूची जिसमें प्रत्येक पद पिछले से निश्चित राशि अधिक/कम हो।

प्रथम पद (a) - AP का आरंभिक पद।

सार्व अंतर (d) - क्रमागत पदों का निश्चित अंतर।

n वाँ पद - $a_n = a + (n - 1)d$

n पदों का योग - $S_n = (n/2)[2a + (n - 1)d]$

अंतिम पद (l) - सीमित AP का अंतिम पद; $S_n = (n/2)(a + l)$

सीमित AP - अंतिम पद वाली AP; पद संख्या निश्चित।

अनंत AP - जो बिना अंत के चलती रहे।

समांतर माध्य - a, b, c AP में हों तो $b = (a + c)/2$

वर्धमान AP - $d > 0$ वाली AP।

हासमान AP - $d < 0$ वाली AP।

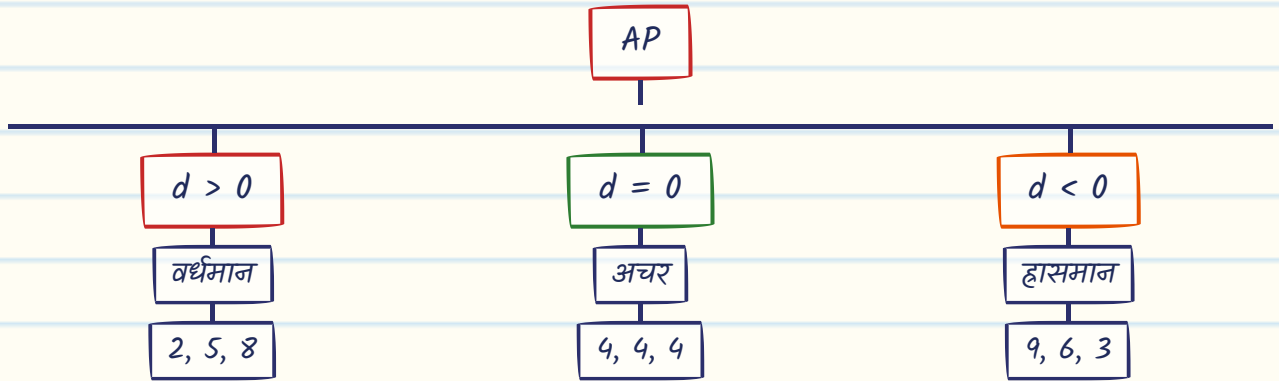
n प्राकृत संख्याओं का योग - $n(n + 1)/2$

आरेख / फ्लोचार्ट

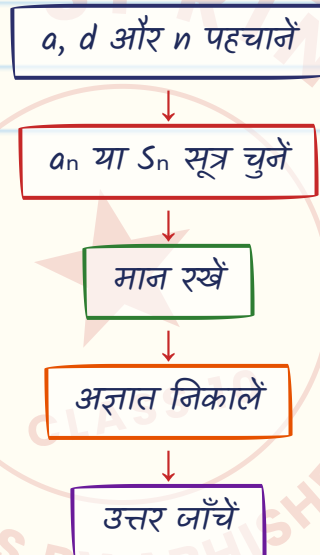
AP के सूत्र

राशि	सूत्र
सार्व अंतर	$d = a_2 - a_1$
n वाँ पद	$a_n = a + (n - 1)d$
योग (d से)	$S_n = n/2 [2a + (n - 1)d]$
योग (l से)	$S_n = n/2 (a + l)$
योग से a_n	$a_n = S_n - S_{n-1}$

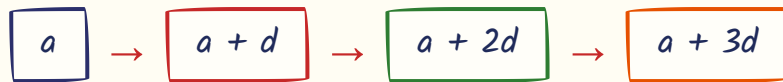
AP के प्रकार



AP का प्रश्न हल करना



AP के पद



पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 AP 2, 7, 12, ... का 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $a = 2, d = 5 \mid a_{10} = 2 + 9 \times 5 = 47$

प्र.2 AP 3, 8, 13, 18, ... का कौन-सा पद 78 है?

उत्तर- $78 = 3 + (n - 1)5$, अतः $n - 1 = 15$ और $n = 16$ यह 16वाँ पद है।

प्र.3 AP 8, 3, -2, ... के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $a = 8, d = -5, n = 22 \mid S = 11[16 + 21(-5)] = 11(-89) = -979$

प्र.4 8 के प्रथम 15 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

उत्तर- 8, 16, ..., 120: $a = 8, l = 120, n = 15 \mid S = (15/2)(8 + 120) = 960$

प्र.5 यदि AP का तीसरा पद 12 और सातवाँ पद 24 है तो AP ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $a + 2d = 12, a + 6d = 24 \mid$ अतः $4d = 12, d = 3, a = 6 \mid$ AP: 6, 9, 12, 15, ...

प्र.6 3 से विभाज्य सभी दो अंकों की संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

उत्तर- 12, 15, ..., 99: $a = 12, d = 3, l = 99 \mid 99 = 12 + (n - 1)3, n = 30 \mid S = 15(12 + 99) = 1665$

बोर्ड पैटर्न के महत्वपूर्ण प्रश्न (हल सहित)

प्र.1 [1 अंक] AP $1/p, (1 - p)/p, (1 - 2p)/p, \dots$ का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $d = (1 - p)/p - 1/p = -p/p = -1$

प्र.2 [1 अंक] AP 3, 5, 7, ... का 20वाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $3 + 19 \times 2 = 41$

प्र.3 [2 अंक] 5, 9, 13, ..., 185 में पदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $185 = 5 + (n - 1)4$ से $n = 46$

प्र.4 [2 अंक] उस AP के प्रथम 25 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसका n वाँ पद $3 + 2n$ है।

उत्तर- $a_1 = 5, a_{25} = 53 \mid S = (25/2)(5 + 53) = 725$

प्र.5 [3 अंक] किसी AP के प्रथम n पदों का योग $3n^2 + 5n$ है। AP ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $S_1 = 8 = a_1 \mid S_2 = 22$, अतः $a_2 = 14 \mid d = 6 \mid$ AP: 8, 14, 20, ...

प्र.6 [3 अंक] ₹700 से सात नकद पुरस्कार देने हैं, प्रत्येक पुरस्कार पिछले से ₹20 कम है।
प्रत्येक पुरस्कार का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $S_7 = 700 = (7/2)[2a + 6(-20)]$, अतः $2a - 120 = 200$, $a = 160$ । पुरस्कार: 160, 140, 120, 100, 80, 60, 40।

