ENGLISH SECTION (Hindi terms in brackets)

Proportional Reasoning-1

Class 8 Maths (Ganita Prakash Part 1) • Chapter 7 • Detailed Notes + All Textbook Solutions + Board Questions (2026-27)

Chapter Review in Easy Language

1. Observing similarity in change (परिवर्तन में समानता)

- *Images A (60 × 40 mm), C (30 × 20), D (90 × 60) look* ***similar****; B (40 × 20) and E (60 × 60) look distorted. Reason: in A → C width and height both change by the* ***same factor*** *(× ½); A → D both by × 3/2. In A → B both lose 20 mm (the same* ***difference****), but width becomes 2/3 and height ½ – different factors, so the shape changes.*
- ***Key idea:*** *similar shape ⇔ both measurements change by the same* ***multiplying*** *factor (not the same adding/subtracting amount). Such changes are called* ***proportional****.*

2. Ratios and simplest form (अनुपात और सरलतम रूप)

- ***Ratio a : b*** *– for every a units of the first quantity there are b units of the second; a and b are the* ***terms****. Width : height of A = 60 : 40. Both terms of a ratio must be in the* ***same unit****.*
- ***Simplest form:*** *divide both terms by their* **HCF***. 60 : 40 → ÷ 20 → 3 : 2; 90 : 60 → ÷ 30 → 3 : 2; 40 : 20 → 2 : 1; 60 : 60 → 1 : 1.* ***Proportional*** *ratios have the same simplest form; symbol* **::***, e.g. 60 : 40 :: 30 : 20 :: 90 : 60.*
- ***Finding a missing term*** *(Example 7, ratios proportional to 14 : 21): ? : 42 → factor 42 ÷ 21 = 2 → 28 : 42. 6 : ? → factor 6/14 = 3/7 → 21 × 3/7 = 9 → 6 : 9. 2 : ? → ÷ 7 → 2 : 3. A factor may be a fraction.*
- ***Adding/subtracting the same number changes the ratio*** *(Example 6): Neelima 3 yr, mother 30 yr → 3 : 30 = 1 : 10. After 9 years: 12 : 39 = 4 : 13 – not proportional. Only multiplying/dividing both terms by the same factor keeps a ratio.*
- ***Examples:*** *3 : 4 and 72 : 96 (HCF 24) → both 3 : 4 → proportional. Wall: Nitin 60 ft : 3 bags = 20 : 1, Hari 40 : 2 = 20 : 1 → same strength. Lemonade 6 : 10 :: 18 : ? → factor 3 → 30 spoons. Filter coffee: regular 15 : 35 = 3 : 7; 20 : 30 has more decoction per milk →* ***stronger****, 10 : 40 →* ***lighter****.*

3. Rule of Three – Trairasika (त्रैराशिक)

- *If a : b :: c : d then c = fa and d = fb (same factor f), so c/a = d/b →* ***ad = bc*** *(cross multiplication) and* ***d = bc/a****. Two ratios are proportional if cross products are equal. Check: 4 : 7 :: 12 : 21 → 4 × 21 = 84 = 7 × 12 ✓.*

- **Aryabhata** (the book writes 199 CE; Aryabhatiya is usually dated 499 CE) named the three known numbers **pramana** (measure, *a*), **phala** (fruit, *b*), **ichchha** (requisition, *c*) and asked for the **ichchhaphala** (*d*): 'multiply the phala by the ichchha and divide by the pramana' – $d = (b \times c)/a$.
- **Same units first:** 150 min : 90 km :: 4 h → convert 4 h = 240 min → $x = 240 \times 90 \div 150 =$ **144 km**. Rice: 120 : 15 :: 80 : ? → 10 kg. Tea: Himachal 200 g : ₹200 = 1 : 1, Meghalaya 1000 g : ₹800 = 5 : 4 – not proportional; per kg Himachal ₹1000 vs Meghalaya ₹800, so Himachal tea is dearer.
- **Not every problem is a Rule of Three:** Lucknow → Kanpur takes 2 h at 50 km/h. At 75 km/h time **decreases**, so 50 : 2 :: 75 : ? is wrong (speed × time = distance stays fixed, so time = $2 \times 50/75 = 4/3$ h). Also prices are not always proportional to quantity (shampoo sachet 6 mL ₹2, small bottle 180 mL ₹154: 1 : 30 vs 1 : 77) – bigger packs, packaging and brand change price.

4. Sharing in a ratio (अनुपात में बाँटना)

- To divide *x* in the ratio **m : n**: total groups = m + n; each group = $x/(m + n)$; parts = **m** × $x/(m + n)$ and **n** × $x/(m + n)$. 12 in 3 : 1 → groups 4, size 3 → 9 and 3. 42 in 4 : 3 → size 6 → 24 and 18. Profit ₹4000 in 75000 : 25000 = 3 : 1 → ₹3000 and ₹1000.
- **Mixture problem (Example 12):** 40 kg of sand : cement = 3 : 1 → sand 30 kg, cement 10 kg. Sand stays 30; new ratio 5 : 2 → cement = $30 \times 2/5 = 12$ kg → **add 2 kg**.

5. Unit conversions (इकाई परिवर्तन)

- **Length:** 1 m = 3.281 ft. **Area:** 1 m^2 = 10.764 ft^2; 1 acre = 43,560 ft^2; 1 hectare = 10,000 m^2 = 2.471 acres. **Volume:** 1 mL = 1 cc; 1 L = 1000 mL = 1000 cc. **Temperature:** $F = (9/5) \times C + 32$; $C = (5/9)(F - 32)$; 25 °C = 77 °F.

6. Puzzle time – Binairo (Takuzu) (पहेली – बाइनेरो)

Fill a square grid with horizontal (–) and vertical (|) lines so that (1) every row and column has equally many of each, (2) no more than two of the same symbol are adjacent, (3) no two rows are the same and no two columns are the same.

Important Terms (Glossary)

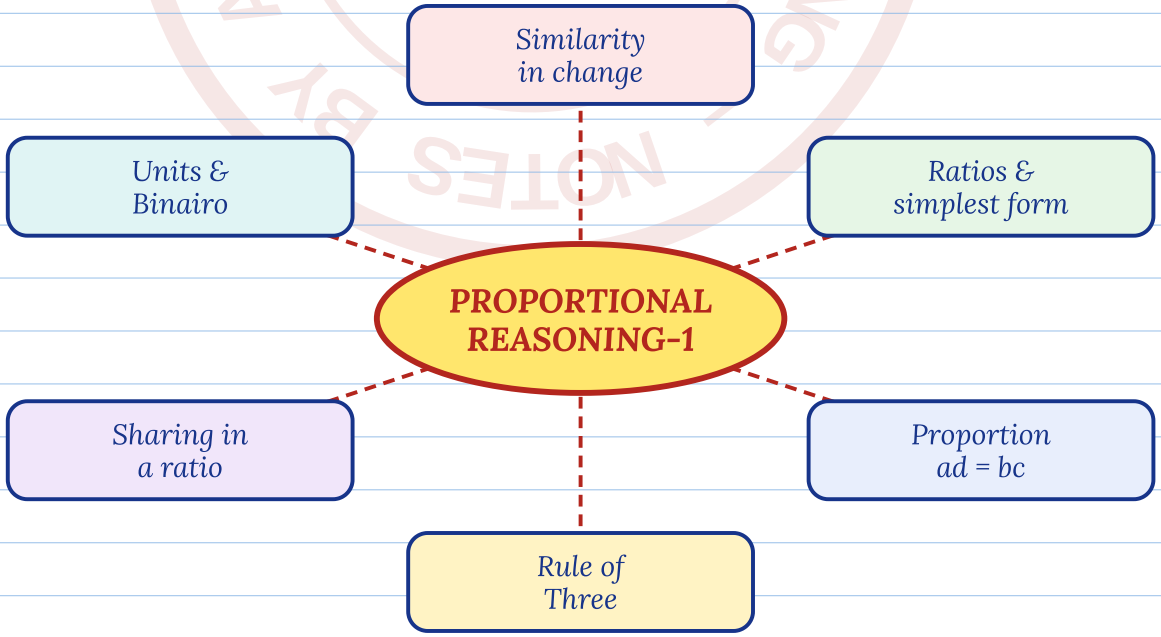
Term	Meaning
Ratio	Comparison *a* : *b* of two quantities in the same unit.
Terms of a ratio	The numbers *a* and *b* in *a* : *b*.
Simplest form	Ratio after dividing both terms by their HCF.

Proportion	Equality of two ratios, $a : b :: c : d$.
Cross multiplication	$a : b :: c : d \Rightarrow ad = bc$.
Rule of Three (Trairasika)	Find the fourth term when three are known.
Pramana, phala, ichchha	The three known quantities in Aryabhata's rule.
Ichchhaphala	The required fourth quantity.
Factor of change	Number by which both terms are multiplied.
Binairo	Logic puzzle with two symbols, equal in each row and column.

Quick Revision & Formulas

- Ratio $a : b$; simplest form = divide by HCF; proportional $\Leftrightarrow$ same simplest form $\Leftrightarrow ad = bc$.
- Fourth term $d = bc/a$ (Aryabhata: phala × ichchha ÷ pramana).
- Divide x in $m : n \rightarrow m{\cdot}x/(m + n)$ and $n{\cdot}x/(m + n)$.
- Convert to the same unit before forming a ratio (h → min, kg → g).
- Adding the same number to both terms changes the ratio; multiplying keeps it.
- 1 acre = 43,560 ft^2; 1 hectare = 10,000 m^2; 1 L = 1000 mL; $F = 9C/5 + 32$.
- If one quantity rises while the other falls (speed–time), the Rule of Three does not apply.

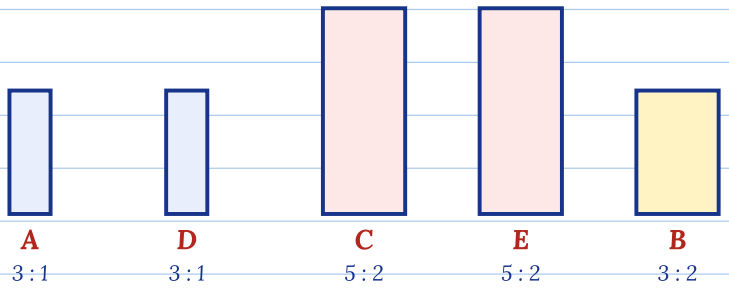
Diagrams, Tables & Flowcharts



Concept map of Chapter 7

Similar rectangles (Figure it Out Q4, p.165)

height : width of each rectangle (measured on the figure)



A ~ D (3 : 1)

C ~ E (5 : 2)

B alone (3 : 2)

A and D are similar, C and E are similar, B is different

Table: Filter coffee – regular is 15 : 35 = 3 : 7

Decoction (mL)	Milk (mL)	Simplest ratio	Verdict
300	600	1 : 2	Stronger
150	500	3 : 10	Lighter
200	400	1 : 2	Stronger
24	56	3 : 7	Regular
100	300	1 : 3	Lighter

Table: Sharing in a ratio

Whole	Ratio	Groups	Group size	Parts
12	3 : 1	4	3	9 and 3
42	4 : 3	7	6	24 and 18
₹4,000	3 : 1	4	₹1,000	₹3,000 & ₹1,000
₹4,500	2 : 3	5	₹900	₹1,800 & ₹2,700

Table: Shampoo – is price proportional to volume? (computed)

Pack	Volume	Price	₹ per mL
Sachet	6 mL	₹2	0.33
Small bottle	180 mL	₹154	0.86
Medium bottle	340 mL	₹276	0.81
Large bottle	1000 mL	₹540	0.54

Flowchart: Solving a Rule of Three problem

Check that both quantities rise (or fall) together ➤ Convert to the same units ➤ Write $a : b :: c : x$ ➤ $x = b \times c \div a$ $(ad = bc)$ ➤ Check the answer is sensible

Textbook Solutions (All Questions)

Math Talk and Examples (p.160–164) – Why do A, C, D look alike but B, E not? Factors for D vs A? Simplest forms of B and E? Example 1 (3 : 4, 72 : 96), Example 2 (lemonade), Example 3 (walls), Example 6 (ages), Example 7 (missing terms).

Ans. A → D: width 60 → 90 (× 3/2), height 40 → 60 (× 3/2): same factor, so similar. B 40 : 20 = **2 : 1**; E 60 : 60 = **1 : 1**; neither is 3 : 2. Ex 1: HCF(72, 96) = 24 → 3 : 4 → proportional. Ex 2: 6 : 10 :: 18 : ? → factor 3 → **30 spoons**. Ex 3: 60 : 3 = 20 : 1 and 40 : 2 = 20 : 1 → equally strong. Ex 6: 3 : 30 = **1 : 10**; 12 : 39 = **4 : 13**; ratio does not stay the same. Ex 7: **28 : 42**, **6 : 9**, **2 : 3**. Ex 4 and 5 (your school's teacher : student ratio; blackboard width : height, e.g. 3 m : 1.2 m = 5 : 2) depend on your own measurements.

Filter Coffee table (p.165) – decide stronger/lighter than the regular 15 : 35 coffee for (300, 600), (150, 500), (200, 400), (24, 56), (100, 300). Also: why is 20 : 30 stronger and 10 : 40 lighter?

Ans. Regular = 15 : 35 = 3 : 7, i.e. decoction ÷ milk = 0.4286. (300, 600) = 1 : 2 = 0.5 → **stronger**. (150, 500) = 3 : 10 = 0.3 → **lighter**. (200, 400) = 1 : 2 → **stronger**. (24, 56) = 3 : 7 → **regular**. (100, 300) = 1 : 3 = 0.333 → **lighter**. 20 : 30 has more decoction for each mL of milk than 3 : 7 → stronger; 10 : 40 has less → lighter. (The printed key does not give this table; the answers are worked out here.)

Page 165–166, Figure it Out Q1–Q3 – (1) Circle the true proportions: (i) 4 : 7 :: 12 : 21 (ii) 8 : 3 :: 24 : 6 (iii) 7 : 12 :: 12 : 7 (iv) 21 : 6 :: 35 : 10 (v) 12 : 18 :: 28 : 12 (vi) 24 : 8 :: 9 : 3. (2) Give 3 ratios proportional to 4 : 9. (3) Fill in ratios proportional to 18 : 24: 3 : __, 12 : __, 20 : __, 27 : __.

Ans. Q1 (cross products): (i) 4 × 21 = 84 = 7 × 12 ✓ **true**. (ii) 8 × 6 = 48 ≠ 3 × 24 = 72 ✗. (iii) 7 × 7 = 49 ≠ 144 ✗. (iv) 21 × 10 = 210 = 6 × 35 ✓ **true**. (v) 12 × 12 = 144 ≠ 18 × 28 = 504 ✗. (vi) 24 × 3 = 72 = 8 × 9 ✓ **true**. So **(i), (iv), (vi)**. Q2: multiply both terms by 2, 3, 4: **8 : 18, 12 : 27, 16 : 36** (many other answers, e.g. 40 : 90). Q3: 18 : 24 = 3 : 4. 3 : **4**; 12 : **16** (÷ 1.5); 20 : **80/3** (= 26⅔; factor 20/18 = 10/9, 24 × 10/9); 27 : **36** (× 1.5).

Page 166 Q4–Q5 – (4) Which of the rectangles A, B, C, D, E are similar? (5) Draw a smaller and a bigger rectangle with the same width : height ratio as the given one (3 : 2 or whatever you measure).

Ans. *Q4: measuring each rectangle (longer side : shorter side) from the figure –* **A ≈ 3 : 1, B ≈ 3 : 2, C ≈ 5 : 2, D ≈ 3 : 1, E ≈ 5 : 2.** *So* ***A and D are similar, C and E are similar, B is not similar to any other****. (Book key only describes the method – my measurements from the figure; the 5 : 2 and 3 : 1 values were measured from the picture, so a hand-measured answer may differ slightly.) Q5: measure the given rectangle (e.g. 4 cm × 3 cm → 4 : 3); a smaller one 2 cm × 1.5 cm and a bigger one 8 cm × 6 cm have the same ratio. Different students draw different sizes, yet all are correct because they keep the same ratio – only the size differs, not the shape.*

Page 166–167 Q6–Q7 – (6) Brick walls (a) and (b): ratio of grey to coloured bricks in simplest form. (7) Measure a friend's head : torso, torso : arms, torso : legs and draw a figure with the same ratios.

Ans. *Q6 (a): one repeating block over 3 rows has grey 2 + 3 + 4 =* **9** *and coloured 3 + 2 + 1 =* **6** *→ 9 : 6 =* **3 : 2.** *(b): one block over 7 rows (4 bricks wide) has 28 bricks – coloured 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 =* **12**, *grey 16 (checked on the figure) → 16 : 12 =* **4 : 3.** *Q7: practical activity – e.g. if head 20 cm, torso 50 cm, arms 60 cm, legs 80 cm then head : torso = 2 : 5, torso : arms = 5 : 6, torso : legs = 5 : 8. A drawing that keeps these ratios looks realistic because every part is scaled by the same factor (proportional), like images A, C, D.*

Pages 167–170 – Examples 8–10, Math Talk: Rice for 80 students (120 students → 15 kg), car 90 km in 150 min → distance in 4 h, tea prices (Himachal vs Meghalaya), and Puneeth's father (50 km/h, 2 h → 75 km/h).

Ans. *Ex 8: 120 : 15 :: 80 : x → x = 15 × 80/120 =* **10 kg.** *Ex 9: 150 min : 90 km :: 240 min : x → x = 90 × 240 ÷ 150 =* **144 km** *(other way: 90 ÷ 150 = 0.6 km per minute × 240 = 144). Ex 10: Himachal 200 : 200 = 1 : 1, Meghalaya 1000 : 800 = 5 : 4 →* ***not proportional****; 1 kg costs ₹1000 in Himachal (200 g = 1/5 kg, ₹200 × 5) and ₹800 in Meghalaya →* ***Himachal tea is dearer****. Puneeth's father: more speed → less time, so 50 : 2 :: 75 : __ is* ***wrong****; speed × time is constant: 50 × 2 = 75 × t → t = 100/75 = 4/3 h =* **1 h 20 min** *(my working; the book only says Rule of Three does not apply). Activities 1 (recipe for 15 guests – multiply every quantity by 15 ÷ your family size) and 2 (shampoo): see the shampoo table: price per mL falls with bigger packs, so not proportional – cost per mL 0.33, 0.86, 0.81, 0.54.*

Page 170, Figure it Out Q1–Q2 – (1) Earth travels about 940 million km in a year: distance in a week? (2) A mason builds the house shown (outer walls + inner wall); 10 ft of wall needs

1450 bricks. Bricks for the house?

Ans. Q1: 52 weeks in a year → 940,000,000 ÷ 52 = **18,076,923 km** (about 1.8 crore km). (With 365 days ÷ 7 = 52.14 weeks it is 18,027,397 km – about the same.) Q2: reading the figure: the outer rectangle is 24 ft wide (9 + 15) and 12 ft high, with a 6 ft × 9 ft room attached below. Outer rectangle perimeter = 2(24 + 12) = 72; inner wall = 12; the small room adds 9 + 6 + 9 = 24 (its top is already a wall). Total = 72 + 12 + 24 = **108 ft**. 10 : 1450 :: 108 : x → x = 1450 × 108 ÷ 10 = **15,660 bricks**.

Activity 3 and Examples 11–12 (p.172–175) – Share 12 counters (5 : 7, 3 : 1) and 42 counters in 4 : 3; profit ₹4000 in the ratio of investments ₹75,000 : ₹25,000; mixture of 40 kg sand : cement = 3 : 1 – how much cement to add for 5 : 2?

Ans. 12 counters: you 7, partner 5 → ratio 5 : 7. In 3 : 1: groups 4, size 12 ÷ 4 = 3 → **9 and 3**. 42 in 4 : 3: groups 7, size 6 → **24 and 18**. Ex 11: 75000 : 25000 = 3 : 1; ₹4000 ÷ 4 = ₹1000 → Prashanti **₹3000**, Bhuvan **₹1000**. Ex 12: sand 3/4 × 40 = 30 kg, cement 10 kg; sand : cement = 5 : 2 with sand 30 → cement 30 × 2/5 = 12 kg → add **2 kg**.

Page 175, Figure it Out Q1–Q5 – (1) Divide ₹4,500 in 2 : 3. (2) Acid : water = 1 : 5 in 240 mL. (3) Blue : yellow = 3 : 5 for 40 mL green; then add 20 mL yellow – new ratio? (4) Idli rice : urad dal = 2 : 1 for 6 cups. (5) Red : yellow = 3 : 5 in one bucket; one more bucket of yellow added – new ratio?

Ans. Q1: 4500 ÷ 5 = 900 → **₹1,800 and ₹2,700**. Q2: 240 ÷ 6 = 40 → acid **40 mL**, water **200 mL**. Q3: 40 ÷ 8 = 5 → blue **15 mL**, yellow **25 mL**; after adding 20 mL yellow: 15 : 45 = **1 : 3**. Q4: 6 ÷ 3 = 2 → rice **4 cups**, urad dal **2 cups**. Q5: taking the bucket as 1 whole: red 3/8, yellow 5/8; adding 1 bucket of yellow → yellow 5/8 + 1 = 13/8 → red : yellow = 3/8 : 13/8 = **3 : 13**.

Page 176–177, Figure it Out Q1–Q6 – (1) 600 mL orange : 900 mL apple. (2) 3 buses for 162; this year 204 – buses needed, full? (3) Delhi 1,484 km², 30 million; Mumbai 550 km², 20 million – which is more crowded? (4) Crane 155 cm, neck : rest = 4 : 6 – your neck? (5) Lilavati: 2½ palas of saffron cost 3/7 niska – quantity for 9 niskas? (6) Harmain 1 yr, brother 5 yr – age when ratio 1 : 2?

Ans. Q1: 600 : 900 = **2 : 3**. Q2: capacity of a bus = 162 ÷ 3 = 54. 204 ÷ 54 = 3.78 → need **4 buses** (4 × 54 = 216); **not all full** – 216 – 204 = **12 seats empty**. Q3: people per km²: Delhi 30,000,000 ÷ 1484 ≈ **20,216**; Mumbai 20,000,000 ÷ 550 ≈ **36,364** → **Mumbai is more crowded**. Q4: neck : whole = 4 : (4 + 6) = 4 : 10 → neck = **4/10 (= 2/5) of your height**; e.g. height 150 cm → 60 cm (crane's own neck is 62 cm). Q5: 3/7 niska buys 5/2 palas → 9 niskas = 21 × (3/7) → 21 × 5/2 = **52.5 palas**. Q6: after x years (1 + x) : (5 + x) = 1 : 2 → 2 + 2x =

$5 + x \to x = 3 \to$ Harmain is **4 years** old (brother 8). (Adding the same number to both ages changed the ratio from 1 : 5 to 1 : 2.)

Page 177 Q7–Q12 – (7) Gold : water mass for equal volume = 37 : 2 → 1 L of gold? (8) 10 tonnes manure per acre – plot 200 ft × 500 ft? (9) Tap fills 500 mL mug in 15 s – 10 L bucket? (10) 1 acre = ₹15,00,000 – 2,400 ft²? (11) Tractor 4 times faster than oxen; oxen take 6 h per acre – 20 acres? (12) ₹10 coin 7.74 g, copper : nickel = 3 : 1, copper ₹906/kg, nickel ₹1,341/kg – cost of metals?

Ans. Q7: 37 : 2 :: x : 1 → x = 37 ÷ 2 = **18.5 kg**. Q8: plot = 100,000 ft²; 1 acre = 43,560 ft² → 100,000 ÷ 43,560 = 2.2957 acres → 22.957 tonnes ≈ **22,957 kg (about 23 tonnes)**. Q9: 10 L = 10,000 mL = 20 × 500 mL → 20 × 15 = **300 s = 5 min**. Q10: 15,00,000 × 2400 ÷ 43,560 ≈ **₹82,645**. Q11: oxen 20 × 6 = **120 h**; tractor takes 6 ÷ 4 = 1.5 h per acre → 20 × 1.5 = **30 h**. Q12: copper = 3/4 × 7.74 = 5.805 g → 5.805 × 0.906 = **₹5.26**; nickel = 1.935 g → 1.935 × 1.341 = **₹2.59**; total ≈ **₹7.85** (the printed key stops at the two costs; the total is mine).

Puzzle Time (p.178) – Solve the three Binairo puzzles (6 × 6). Rules: equal – and | in every row and column; no three alike in a row or column; all rows different, all columns different.

Ans. Solutions (– = horizontal line, | = vertical line); each puzzle has exactly one solution (checked by computer search): see the table below. The printed key does not give these; solved by me.

Row	Puzzle 1	Puzzle 2	Puzzle 3
1	– | – – | |	– – | | – |	– | – | – |
2	| – | | – –	– | | – | –	| – | – | –
3	| – – | – |	| – – | – |	– | – | | –
4	– | | – | –	– | | – – |	| – | – – |
5	– | – | – |	| – – | | –	– – | | – |
6	| – | – | –	| | – – | –	| | – – | –

Board-Pattern Questions – 1 Mark

1. What is a ratio? (1)

Ans. A comparison $a : b$ of two quantities in the same unit; for every a units of the first there are b units of the second.

2. Write 60 : 40 in simplest form. (1)

Ans. HCF = 20 → 3 : 2.

3. If a : b :: c : d, which equation holds? (1)

Ans. $ad = bc$.

4. Is 4 : 7 :: 12 : 21 true? (1)

Ans. Yes, $4 \times 21 = 7 \times 12 = 84$.

5. Find x: 6 : 10 :: 18 : x. (1)

Ans. $x = 10 \times 18 \div 6 = 30$.

6. Divide 12 in the ratio 3 : 1. (1)

Ans. 9 and 3.

7. Who named the 'pramana, phala, ichchha' of the Rule of Three? (1)

Ans. Aryabhata.

8. How many mL are there in 1 litre? (1)

Ans. 1000 mL.

9. Convert 1 acre to square feet. (1)

Ans. 43,560 sq. ft.

10. Write the ratio 600 mL : 900 mL in simplest form. (1)

Ans. 2 : 3.

11. Does adding the same number to both terms of a ratio keep it proportional? (1)

Ans. No; only multiplying/dividing both terms by the same factor does.

12. Can the speed–time problem 50 : 2 :: 75 : x be solved by the Rule of Three? (1)

Ans. No – time decreases when speed increases.

Board-Pattern Questions – 3 Marks

1. Are the ratios 3 : 4 and 72 : 96 proportional? Show working. (3)

Ans. Simplest form of 72 : 96: HCF = 24, so $72 \div 24 : 96 \div 24 = 3 : 4$. Both ratios are 3 : 4, so they are proportional (cross check $3 \times 96 = 288 = 4 \times 72$).

2. A car travels 90 km in 150 minutes. How far will it go in 4 hours at the same speed? (3)

Ans. Convert 4 h = 240 min. $150 : 90 :: 240 : x \rightarrow x = 90 \times 240 \div 150 = 144$ km.

3. Divide ₹4,500 in the ratio 2 : 3. (3)

Ans. Total parts $2 + 3 = 5$; each part $= 4500 \div 5 = ₹900$. Shares: $2 \times 900 = ₹1,800$ and $3 \times 900 = ₹2,700$.

4. Harmain is 1 year and her brother 5 years old. When will the ratio of their ages be 1 : 2? (3)

Ans. After x years: $(1 + x) : (5 + x) = 1 : 2 \rightarrow 2(1 + x) = 5 + x \rightarrow x = 3$. Harmain will be 4 years old (brother 8).

5. A 40 kg mixture has sand : cement = 3 : 1. How much cement must be added to make it 5 : 2? (3)

Ans. *Sand = 30 kg, cement = 10 kg. Sand stays 30 kg; for 5 : 2, cement = 30 × 2/5 = 12 kg. Add 12 − 10 = 2 kg.*

Board-Pattern Questions – 5 Marks

1. Prove that if a : b :: c : d then ad = bc and hence d = bc/a. Use it to find the fourth term of 120 : 15 :: 80 : x. (5)

Ans. *Since the ratios are proportional, c = fa and d = fb for the same factor f. So f = c/a and f = d/b, giving c/a = d/b. Multiplying both sides by ab: bc = ad. Hence d = bc/a. For 120 : 15 :: 80 : x: x = 15 × 80 ÷ 120 = 10. Check: 120 × 10 = 1200 = 15 × 80.*

2. A small farmer in Himachal sells 200 g tea for ₹200 and an estate in Meghalaya sells 1 kg for ₹800. Are the weight : price ratios proportional? Which tea is dearer? (5)

Ans. *Convert 1 kg = 1000 g. Himachal 200 : 200 = 1 : 1; Meghalaya 1000 : 800 = 5 : 4. The simplest forms differ, so the ratios are not proportional. Price of 1 kg: Meghalaya ₹800; Himachal 200 g = 1/5 kg costs ₹200 so 1 kg costs ₹1,000. Himachal tea is dearer.*

3. A ₹10 coin of mass 7.74 g has copper and nickel in the ratio 3 : 1. Copper costs ₹906 per kg and nickel ₹1,341 per kg. Find the cost of the metals in one coin. (5)

Ans. *Total parts 4. Copper = 3/4 × 7.74 = 5.805 g; nickel = 1/4 × 7.74 = 1.935 g. Copper cost = 5.805 × 906 ÷ 1000 = ₹5.26; nickel cost = 1.935 × 1341 ÷ 1000 = ₹2.59. Total ≈ ₹7.85.*

हिन्दी भाग (Hindi Section)

समानुपाती तर्क-1

कक्षा 8 गणित (गणित प्रकाश भाग 1) • अध्याय 7 • विस्तृत नोट्स + सभी पाठ्यपुस्तक हल + बोर्ड प्रश्न (2026-27)

आसान भाषा में अध्याय की समीक्षा

1. परिवर्तन में समानता

- चित्र A (60 × 40 मिमी), C (30 × 20), D (90 × 60) **एक जैसे** दिखते हैं; B (40 × 20) और E (60 × 60) बिगड़े दिखते हैं। कारण: A → C में चौड़ाई और ऊँचाई दोनों **एक ही गुणनखंड** (× ½) से बदलीं; A → D में दोनों × 3/2 से। A → B में दोनों 20 मिमी घटीं (समान **अंतर**) पर चौड़ाई 2/3 और ऊँचाई ½ रह गई – गुणनखंड अलग, इसलिए आकृति बदल गई।
- **मुख्य विचार:** समान आकृति ⇔ दोनों माप एक ही **गुणक** से बदलें (समान जोड़/घटाव से नहीं)। ऐसे परिवर्तन **समानुपाती** कहलाते हैं।

2. अनुपात और सरलतम रूप

- **अनुपात a : b** – पहली राशि की हर a इकाइयों पर दूसरी की b इकाइयाँ; a और b इसके **पद** हैं। A की चौड़ाई : ऊँचाई = 60 : 40। अनुपात के दोनों पद **एक ही इकाई** में होने चाहिए।
- **सरलतम रूप:** दोनों पदों को उनके **म.स. (HCF)** से भाग दो। 60 : 40 → ÷ 20 → 3 : 2; 90 : 60 → ÷ 30 → 3 : 2; 40 : 20 → 2 : 1; 60 : 60 → 1 : 1। **समानुपाती** अनुपातों का सरलतम रूप एक ही होता है; चिह्न **::**, जैसे 60 : 40 :: 30 : 20 :: 90 : 60।
- **लुप्त पद ज्ञात करना** (उदाहरण 7, 14 : 21 के समानुपाती): ? : 42 → गुणक 42 ÷ 21 = 2 → 28 : 42। 6 : ? → गुणक 6/14 = 3/7 → 21 × 3/7 = 9 → 6 : 9। 2 : ? → ÷ 7 → 2 : 3। गुणक भिन्न भी हो सकता है।
- **दोनों पदों में समान संख्या जोड़ने/घटाने से अनुपात बदल जाता है** (उदाहरण 6): नीलिमा 3 वर्ष, माँ 30 वर्ष → 3 : 30 = 1 : 10। 9 वर्ष बाद: 12 : 39 = 4 : 13 – समानुपाती नहीं। केवल दोनों पदों को एक ही गुणक से गुणा/भाग करने पर अनुपात बना रहता है।
- **उदाहरण:** 3 : 4 और 72 : 96 (म.स. 24) → दोनों 3 : 4 → समानुपाती। दीवार: नितिन 60 फुट : 3 बोरी = 20 : 1, हरि 40 : 2 = 20 : 1 → समान मज़बूती। नींबू पानी 6 : 10 :: 18 : ? → गुणक 3 → 30 चम्मच। फ़िल्टर कॉफ़ी: सामान्य 15 : 35 = 3 : 7; 20 : 30 में दूध के मुकाबले डिकॉक्शन अधिक → **कड़क**, 10 : 40 → **हल्की**।

3. त्रैराशिक नियम

- यदि a : b :: c : d तो c = fa और d = fb (समान गुणक f), अतः c/a = d/b → **ad = bc** (आड़ा गुणन) और **d = bc/a**। दो अनुपात तब समानुपाती हैं जब आड़े गुणनफल बराबर हों। जाँच: 4 : 7 :: 12 : 21 → 4 × 21 = 84 = 7 × 12 ✓।

- **आर्यभट** ने तीन ज्ञात राशियों को **प्रमाण** (a), **फल** (b), **इच्छा** (c) कहा और **इच्छाफल** (d) माँगा : 'फल को इच्छा से गुणा करो और प्रमाण से भाग दो' – d = (b × c)/a।
- **पहले एक ही इकाई :** 150 मिनट : 90 किमी :: 4 घंटे → 4 घंटे = 240 मिनट → x = 240 × 90 ÷ 150 = **144 किमी**। चावल : 120 : 15 :: 80 : ? → 10 किग्रा। चाय : हिमाचल 200 ग्राम : ₹200 = 1 : 1, मेघालय 1000 ग्राम : ₹800 = 5 : 4 – समानुपाती नहीं ; प्रति किग्रा हिमाचल ₹1000 बनाम मेघालय ₹800, अत: हिमाचल की चाय महँगी।
- **हर प्रश्न त्रैराशिक नहीं होता :** लखनऊ → कानपुर 50 किमी/घंटा पर 2 घंटे। 75 किमी/घंटा पर समय **घटता** है, इसलिए 50 : 2 :: 75 : ? गलत है (गति × समय = दूरी अचर, अत: समय = 2 × 50/75 = 4/3 घंटे)। कीमत भी सदा मात्रा के समानुपाती नहीं होती (शैम्पू सैशे 6 मिली ₹2, छोटी बोतल 180 मिली ₹154 : 1 : 30 बनाम 1 : 77) – बड़े पैक, पैकिंग और ब्रांड से दाम बदलता है।

4. अनुपात में बाँटना

- x को **m : n** में बाँटना : कुल समूह = m + n; हर समूह = x/(m + n); भाग = **m × x/(m + n)** और **n × x/(m + n)**। 12 को 3 : 1 में → समूह 4, आकार 3 → 9 और 3। 42 को 4 : 3 में → आकार 6 → 24 और 18। लाभ ₹4000, निवेश 75000 : 25000 = 3 : 1 → ₹3000 और ₹1000।
- **मिश्रण प्रश्न (उदाहरण 12) :** 40 किग्रा में रेत : सीमेंट = 3 : 1 → रेत 30, सीमेंट 10 किग्रा। रेत 30 ही रहेगी ; नया अनुपात 5 : 2 → सीमेंट = 30 × 2/5 = 12 किग्रा → **2 किग्रा मिलाओ**।

5. इकाई परिवर्तन

- **लंबाई :** 1 मी = 3.281 फुट। **क्षेत्रफल :** 1 मी^{2} = 10.764 फुट^2 ; 1 एकड़ = 43,560 फुट^2 ; 1 हेक्टेयर = 10,000 मी^{2} = 2.471 एकड़। **आयतन :** 1 मिली = 1 घन सेमी ; 1 ली = 1000 मिली = 1000 घन सेमी। **तापमान :** F = (9/5) × C + 32; C = (5/9)(F – 32); 25 °C = 77 °F।

6. पहेली – बाइनेरो

वर्गाकार ग्रिड को क्षैतिज (–) और ऊर्ध्वाधर (|) रेखाओं से भरो ताकि (1) हर पंक्ति और स्तंभ में दोनों बराबर हों, (2) एक-सी रेखाएँ दो से अधिक पास-पास न हों, (3) कोई दो पंक्तियाँ या दो स्तंभ एक जैसे न हों।

महत्वपूर्ण शब्द (शब्दावली)

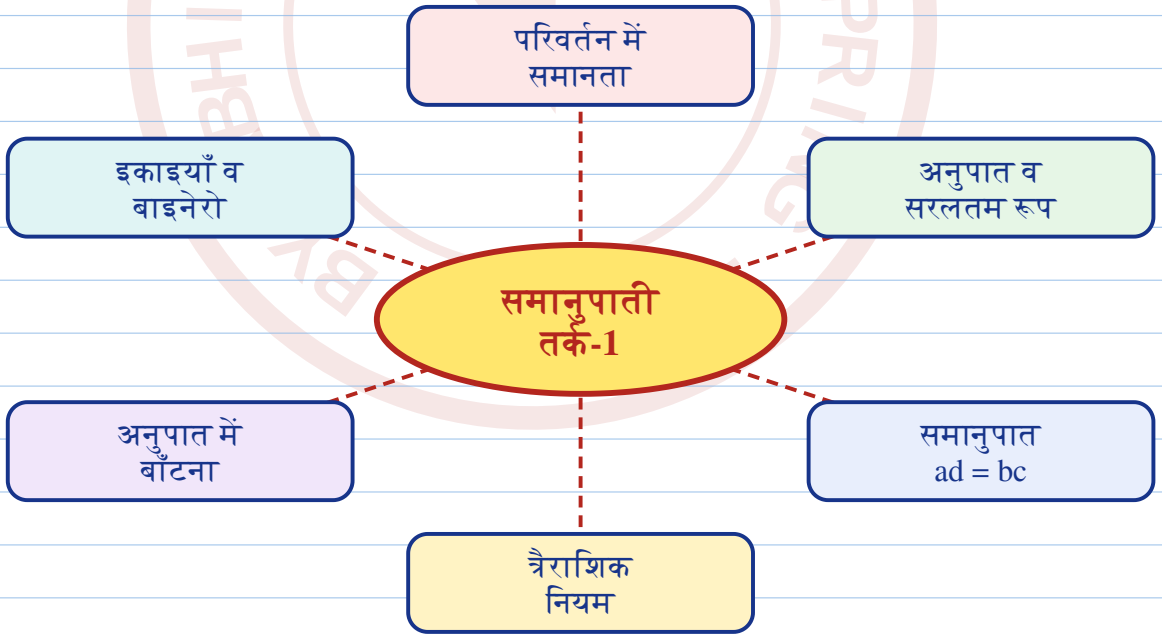
शब्द	अर्थ / परिभाषा
अनुपात	समान इकाई वाली दो राशियों की तुलना a : b।
अनुपात के पद	a : b में संख्याएँ a और b।
सरलतम रूप	दोनों पदों को म.स. से भाग देने पर मिला अनुपात।
समानुपात	दो अनुपातों की समानता, a : b :: c : d।
आड़ा गुणन	a : b :: c : d ⇒ ad = bc।

त्रैराशिक	तीन ज्ञात राशियों से चौथी निकालना।
प्रमाण, फल, इच्छा	आर्यभट के नियम की तीन ज्ञात राशियाँ।
इच्छाफल	ज्ञात करने योग्य चौथी राशि।
परिवर्तन का गुणक	वह संख्या जिससे दोनों पद गुणा किए जाते हैं।
बाइनेरो	दो चिह्नों वाली तर्क पहेली, हर पंक्ति/स्तंभ में बराबर।

त्वरित पुनरावृत्ति व सूत्र

- अनुपात a : b; सरलतम रूप = म.स. से भाग; समानुपाती ⇔ सरलतम रूप समान ⇔ ad = bc।
- चौथा पद d = bc/a (आर्यभट : फल × इच्छा ÷ प्रमाण)।
- x को m : n में बाँटो → m·x/(m + n) और n·x/(m + n)।
- अनुपात बनाने से पहले एक ही इकाई करो (घंटा → मिनट, किग्रा → ग्राम)।
- दोनों पदों में समान संख्या जोड़ने से अनुपात बदलता है; गुणा करने से नहीं।
- 1 एकड़ = 43,560 फुट²; 1 हेक्टेयर = 10,000 मी²; 1 ली = 1000 मिली; F = 9C/5 + 32।
- यदि एक राशि बढ़ने पर दूसरी घटे (गति–समय) तो त्रैराशिक नहीं लगता।

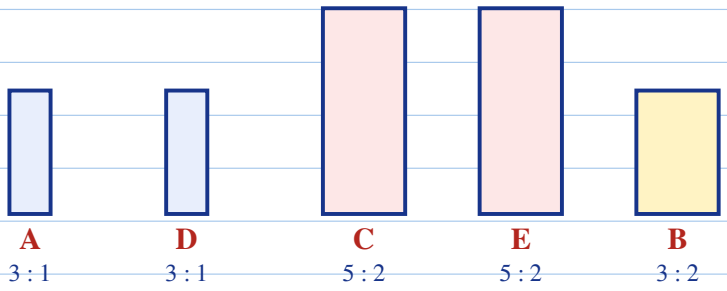
चित्र, तालिकाएँ और फ्लोचार्ट



अध्याय 7 का अवधारणा-मानचित्र

समरूप आयत (Figure it Out प्र4, पृ.165)

हर आयत की ऊँचाई : चौड़ाई (आकृति से नापी)



A ~ D (3 : 1)

C ~ E (5 : 2)

B अकेला (3 : 2)

A और D समरूप, C और E समरूप, B अलग

तालिका : फ़िल्टर कॉफ़ी – सामान्य 15 : 35 = 3 : 7

डिकॉक्शन (मिली)	दूध (मिली)	सरलतम अनुपात	निर्णय
300	600	1 : 2	कड़क
150	500	3 : 10	हल्की
200	400	1 : 2	कड़क
24	56	3 : 7	सामान्य
100	300	1 : 3	हल्की

तालिका : अनुपात में बाँटना

कुल	अनुपात	समूह	समूह का आकार	भाग
12	3 : 1	4	3	9 और 3
42	4 : 3	7	6	24 और 18
₹4,000	3 : 1	4	₹1,000	₹3,000 और ₹1,000
₹4,500	2 : 3	5	₹900	₹1,800 और ₹2,700

तालिका : शैम्पू – क्या कीमत आयतन के समानुपाती है? (गणना)

पैक	आयतन	कीमत	₹ प्रति मिली
सैशे	6 मिली	₹2	0.33
छोटी बोतल	180 मिली	₹154	0.86
मध्यम बोतल	340 मिली	₹276	0.81
बड़ी बोतल	1000 मिली	₹540	0.54

फ्लोचार्ट : त्रैराशिक प्रश्न हल करना

देखो कि दोनों राशियाँ साथ-साथ बढ़ें (या घटें) ➤ एक ही इकाई में बदलो ➤ a : b :: c : x लिखो ➤ x = b × c ÷ a (ad = bc) ➤ उत्तर की तर्कसंगतता जाँचो

पाठ्यपुस्तक के हल (सभी प्रश्न)

गणित चर्चा व उदाहरण (पृ.160–164) – A, C, D एक जैसे पर B, E नहीं – क्यों? D बनाम A के गुणक? B और E के सरलतम रूप? उदा. 1 (3 : 4, 72 : 96), उदा. 2 (नींबू पानी), उदा. 3 (दीवारें), उदा. 6 (आयु), उदा. 7 (लुप्त पद)।

उत्तर: A → D: चौड़ाई 60 → 90 (× 3/2), ऊँचाई 40 → 60 (× 3/2): गुणक समान, अतः समरूप। B 40 : 20 = **2 : 1**; E 60 : 60 = **1 : 1**; कोई भी 3 : 2 नहीं। उदा. 1: म.स.(72, 96) = 24 → 3 : 4 → समानुपाती। उदा. 2: 6 : 10 :: 18 : ? → गुणक 3 → **30 चम्मच**। उदा. 3: 60 : 3 = 20 : 1 और 40 : 2 = 20 : 1 → समान मज़बूत। उदा. 6: 3 : 30 = **1 : 10**; 12 : 39 = **4 : 13**; अनुपात समान नहीं रहता। उदा. 7: **28 : 42, 6 : 9, 2 : 3**। उदा. 4 व 5 (आपके विद्यालय का शिक्षक : छात्र अनुपात; श्यामपट्ट की चौड़ाई : ऊँचाई, जैसे 3 मी : 1.2 मी = 5 : 2) आपके अपने माप पर निर्भर।

फ़िल्टर कॉफ़ी तालिका (पृ.165) – सामान्य 15 : 35 की तुलना में (300, 600), (150, 500), (200, 400), (24, 56), (100, 300) कड़क हैं या हल्की? साथ ही 20 : 30 कड़क और 10 : 40 हल्की क्यों?

उत्तर: सामान्य = 15 : 35 = 3 : 7, यानी डिकॉक्शन ÷ दूध = 0.4286। (300, 600) = 1 : 2 = 0.5 → **कड़क**। (150, 500) = 3 : 10 = 0.3 → **हल्की**। (200, 400) = 1 : 2 → **कड़क**। (24, 56) = 3 : 7 → **सामान्य**। (100, 300) = 1 : 3 = 0.333 → **हल्की**। 20 : 30 में दूध की हर मिली पर 3 : 7 से अधिक डिकॉक्शन है → कड़क; 10 : 40 में कम → हल्की। (छपी कुंजी में यह तालिका नहीं है; उत्तर यहाँ निकाले गए हैं।)

पृष्ठ 165–166, Figure it Out प्र1–प्र3 – (1) सत्य समानुपात पर गोला लगाओ: (i) 4 : 7 :: 12 : 21 (ii) 8 : 3 :: 24 : 6 (iii) 7 : 12 :: 12 : 7 (iv) 21 : 6 :: 35 : 10 (v) 12 : 18 :: 28 : 12 (vi) 24 : 8 :: 9 : 3। (2) 4 : 9 के समानुपाती 3 अनुपात दो। (3) 18 : 24 के समानुपाती अनुपात भरो: 3 : __, 12 : __, 20 : __, 27 : __।

उत्तर: प्र1 (आड़े गुणनफल): (i) 4 × 21 = 84 = 7 × 12 ✓ **सत्य**। (ii) 8 × 6 = 48 ≠ 3 × 24 = 72 ✗। (iii) 7 × 7 = 49 ≠ 144 ✗। (iv) 21 × 10 = 210 = 6 × 35 ✓ **सत्य**। (v) 12 × 12 = 144 ≠ 18 × 28 = 504 ✗। (vi) 24 × 3 = 72 = 8 × 9 ✓ **सत्य**। अतः **(i), (iv), (vi)**। प्र2: दोनों पदों को 2, 3, 4 से गुणा करो: **8 : 18, 12 : 27, 16 : 36** (अन्य उत्तर भी, जैसे 40 : 90)। प्र3: 18 : 24 = 3 : 4। 3 : **4**; 12 : **16** (÷ 1.5); 20 : **80/3** (= 26⅔; गुणक 20/18 = 10/9, 24 × 10/9); 27 : **36** (× 1.5)।

पृष्ठ 166 प्र4–प्र5 – (4) आयत A, B, C, D, E में कौन-से समरूप हैं? (5) दिए आयत जैसे चौड़ाई : ऊँचाई अनुपात वाला एक छोटा और एक बड़ा आयत बनाओ।

उत्तर: प्र4: आकृति से हर आयत की बड़ी भुजा : छोटी भुजा नापने पर – **A ≈ 3 : 1, B ≈ 3 : 2, C ≈ 5 : 2, D ≈ 3 : 1, E ≈ 5 : 2**। अत: **A और D समरूप, C और E समरूप, B किसी से समरूप नहीं**। (पुस्तक की कुंजी में केवल विधि है – ये माप मैंने आकृति से लिए; हाथ से नापने पर थोड़ा अंतर आ सकता है।) प्र5: दिया आयत नापो (जैसे 4 सेमी × 3 सेमी → 4 : 3); 2 सेमी × 1.5 सेमी छोटा और 8 सेमी × 6 सेमी बड़ा आयत समान अनुपात वाले हैं। अलग-अलग छात्र अलग आकार बनाएँगे पर सब सही हैं क्योंकि अनुपात वही है – केवल आकार (साइज़) बदला, आकृति नहीं।

पृष्ठ 166–167 प्र6–प्र7 – (6) ईंट की दीवारें (a) और (b): धूसर : रंगीन ईंटों का अनुपात सरलतम रूप में। (7) मित्र के सिर : धड़, धड़ : बाँहें, धड़ : टाँगें नापो और उन्हीं अनुपातों का चित्र बनाओ।

उत्तर: प्र6 (a): 3 पंक्तियों में दोहराने वाले एक खंड में धूसर 2 + 3 + 4 = **9** और रंगीन 3 + 2 + 1 = **6** → 9 : 6 = **3 : 2**। (b): 7 पंक्तियों (4 ईंट चौड़े) के एक खंड में 28 ईंटें – रंगीन 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = **12**, धूसर 16 (आकृति से जाँचा) → 16 : 12 = **4 : 3**। प्र7: प्रायोगिक कार्य – जैसे सिर 20 सेमी, धड़ 50 सेमी, बाँहें 60 सेमी, टाँगें 80 सेमी तो सिर : धड़ = 2 : 5, धड़ : बाँहें = 5 : 6, धड़ : टाँगें = 5 : 8। इन अनुपातों वाला चित्र यथार्थ लगता है क्योंकि हर भाग एक ही गुणक से बदला (समानुपाती), जैसे चित्र A, C, D।

पृष्ठ 167–170 – उदाहरण 8–10, गणित चर्चा: 80 छात्रों के लिए चावल (120 छात्र → 15 किग्रा), कार 150 मिनट में 90 किमी → 4 घंटे में दूरी, चाय के दाम (हिमाचल बनाम मेघालय), और पुनीत के पिता (50 किमी/घंटा, 2 घंटे → 75 किमी/घंटा)।

उत्तर: उदा. 8: 120 : 15 :: 80 : x → x = 15 × 80/120 = **10 किग्रा**। उदा. 9: 150 मिनट : 90 किमी :: 240 मिनट : x → x = 90 × 240 ÷ 150 = **144 किमी** (दूसरा तरीका: 90/150 = 0.6 किमी/मिनट × 240 = 144)। उदा. 10: हिमाचल 200 : 200 = 1 : 1, मेघालय 1000 : 800 = 5 : 4 → **समानुपाती नहीं**; 1 किग्रा का दाम हिमाचल में ₹1000 (200 ग्राम = 1/5 किग्रा, ₹200 × 5) और मेघालय में ₹800 → **हिमाचल की चाय महँगी**। पुनीत के पिता: गति अधिक → समय कम, अत: 50 : 2 :: 75 : __ **गलत** है; गति × समय अचर: 50 × 2 = 75 × t → t = 100/75 = 4/3 घंटे = **1 घंटा 20 मिनट** (यह मेरी गणना; पुस्तक केवल कहती है कि त्रैराशिक नहीं लगता)। गतिविधि 1 (15 मेहमानों के लिए व्यंजन – हर मात्रा को 15 ÷ अपने परिवार के सदस्य से गुणा करो) व 2 (शैम्पू): शैम्पू तालिका देखो – बड़े पैक में प्रति मिली दाम घटता है, अत: समानुपाती नहीं – 0.33, 0.86, 0.81, 0.54।

पृष्ठ 170, Figure it Out प्र1–प्र2 – (1) पृथ्वी एक वर्ष में लगभग 940 मिलियन किमी चलती है: एक सप्ताह में दूरी? (2) राजमिस्त्री चित्र जैसा घर बनाता है (बाहरी + भीतरी दीवार); 10 फुट दीवार में 1450 ईंटें लगती हैं। घर में कितनी ईंटें?

उत्तर: प्र1: वर्ष में 52 सप्ताह → 940,000,000 ÷ 52 = **18,076,923 किमी** (लगभग 1.8 करोड़ किमी)। (365 ÷ 7 = 52.14 सप्ताह लें तो 18,027,397 किमी – लगभग वही।) प्र2: चित्र के अनुसार बाहरी आयत 24 फुट चौड़ा (9 + 15) और 12 फुट ऊँचा है, नीचे 6 फुट × 9 फुट का कमरा जुड़ा है। बाहरी आयत का परिमाप = 2(24 + 12) = 72; भीतरी दीवार = 12; छोटा कमरा 9 + 6 + 9 = 24 जोड़ता है (उसकी ऊपरी दीवार पहले से है)। कुल = 72 + 12 + 24 = **108 फुट**। 10 : 1450 :: 108 : x → x = 1450 × 108 ÷ 10 = **15,660 ईंटें**।

गतिविधि 3 और उदाहरण 11–12 (पृ.172–175) – 12 सिक्के बाँटो (5 : 7, 3 : 1) और 42 सिक्के 4 : 3 में; लाभ ₹4000 निवेश ₹75,000 : ₹25,000 के अनुपात में; 40 किग्रा रेत : सीमेंट = 3 : 1 के मिश्रण में 5 : 2 के लिए कितना सीमेंट मिलाएँ?

उत्तर: 12 सिक्के: आप 7, साथी 5 → अनुपात 5 : 7। 3 : 1 में: समूह 4, आकार 12 ÷ 4 = 3 → **9 और 3**। 42 को 4 : 3 में: समूह 7, आकार 6 → **24 और 18**। उदा. 11: 75000 : 25000 = 3 : 1; ₹4000 ÷ 4 = ₹1000 → प्रशांती **₹3000**, भुवन **₹1000**। उदा. 12: रेत 3/4 × 40 = 30 किग्रा, सीमेंट 10 किग्रा; रेत : सीमेंट = 5 : 2 में रेत 30 → सीमेंट 30 × 2/5 = 12 किग्रा → **2 किग्रा** मिलाओ।

पृष्ठ 175, Figure it Out प्र1–प्र5 – (1) ₹4,500 को 2 : 3 में बाँटो। (2) 240 मिली घोल में अम्ल : पानी = 1 : 5। (3) नीला : पीला = 3 : 5, 40 मिली हरे रंग के लिए; फिर 20 मिली पीला मिलाया – नया अनुपात? (4) इडली के लिए चावल : उड़द दाल = 2 : 1, 6 कप के लिए। (5) एक बाल्टी में लाल : पीला = 3 : 5; एक और बाल्टी पीला मिलाया – नया अनुपात?

उत्तर: प्र1: 4500 ÷ 5 = 900 → **₹1,800 और ₹2,700**। प्र2: 240 ÷ 6 = 40 → अम्ल **40 मिली**, पानी **200 मिली**। प्र3: 40 ÷ 8 = 5 → नीला **15 मिली**, पीला **25 मिली**; 20 मिली पीला मिलाने पर: 15 : 45 = **1 : 3**। प्र4: 6 ÷ 3 = 2 → चावल **4 कप**, उड़द दाल **2 कप**। प्र5: बाल्टी को 1 पूर्ण मानें: लाल 3/8, पीला 5/8; एक बाल्टी पीला जोड़ने पर पीला 5/8 + 1 = 13/8 → लाल : पीला = 3/8 : 13/8 = **3 : 13**।

पृष्ठ 176–177, Figure it Out प्र1–प्र6 – (1) 600 मिली संतरे का रस : 900 मिली सेब का रस। (2) 3 बसें 162 के लिए; इस वर्ष 204 – कितनी बसें, क्या सब भरेंगी? (3) दिल्ली 1,484 किमी², 3 करोड़; मुंबई 550 किमी², 2 करोड़ – कौन अधिक भीड़ वाला? (4) सारस 155 सेमी, गर्दन : शेष शरीर = 4 : 6 – आपकी गर्दन? (5) लीलावती: 2½ पल केसर की कीमत 3/7 निष्क – 9 निष्क में कितना? (6) हरमैन 1 वर्ष, भाई 5 वर्ष – अनुपात 1 : 2 कब?

उत्तर: प्र1: 600 : 900 = **2 : 3**। प्र2: एक बस की क्षमता = 162 ÷ 3 = 54। 204 ÷ 54 = 3.78 → **4 बसें** चाहिए (4 × 54 = 216); **सब पूरी नहीं भरेंगी** – 216 – 204 = **12 सीटें खाली**। प्र3: प्रति किमी² लोग: दिल्ली 30,000,000 ÷ 1484 ≈ **20,216**; मुंबई 20,000,000 ÷ 550 ≈ **36,364** →

मुंबई अधिक भीड़ वाला। प्र4: गर्दन : पूरा = 4 : (4 + 6) = 4 : 10 → गर्दन = **आपकी ऊँचाई का 4/10 (= 2/5)**; जैसे ऊँचाई 150 सेमी → 60 सेमी (सारस की अपनी गर्दन 62 सेमी)। प्र5: 3/7 निष्क में 5/2 पल मिलते हैं → 9 निष्क = 21 × (3/7) → 21 × 5/2 = **52.5 पल**। प्र6: x वर्ष बाद (1 + x) : (5 + x) = 1 : 2 → 2 + 2x = 5 + x → x = 3 → हरमैन **4 वर्ष** की (भाई 8)। (दोनों आयु में समान संख्या जुड़ने से अनुपात 1 : 5 से बदलकर 1 : 2 हुआ।)

पृष्ठ 177 प्र7–प्र12 – (7) समान आयतन के सोने : पानी का द्रव्यमान = 37 : 2 → 1 ली सोने का? (8) 1 एकड़ पर 10 टन गोबर खाद – 200 फुट × 500 फुट का खेत? (9) नल 500 मिली मग 15 सेकंड में भरता है – 10 ली बाल्टी? (10) 1 एकड़ = ₹15,00,000 – 2,400 फुट²? (11) ट्रैक्टर बैलों से 4 गुना तेज़; बैल 1 एकड़ 6 घंटे में जोतते हैं – 20 एकड़? (12) ₹10 सिक्का 7.74 ग्राम, ताँबा : निकल = 3 : 1, ताँबा ₹906/किग्रा, निकल ₹1,341/किग्रा – धातुओं की लागत?

उत्तर: प्र7: 37 : 2 :: x : 1 → x = 37 ÷ 2 = **18.5 किग्रा**। प्र8: खेत = 100,000 फुट²; 1 एकड़ = 43,560 फुट² → 100,000 ÷ 43,560 = 2.2957 एकड़ → 22.957 टन ≈ **22,957 किग्रा (लगभग 23 टन)**। प्र9: 10 ली = 10,000 मिली = 20 × 500 मिली → 20 × 15 = **300 सेकंड = 5 मिनट**। प्र10: 15,00,000 × 2400 ÷ 43,560 ≈ **₹82,645**। प्र11: बैल 20 × 6 = **120 घंटे**; ट्रैक्टर 6 ÷ 4 = 1.5 घंटा प्रति एकड़ → 20 × 1.5 = **30 घंटे**। प्र12: ताँबा = 3/4 × 7.74 = 5.805 ग्राम → 5.805 × 0.906 = **₹5.26**; निकल = 1.935 ग्राम → 1.935 × 1.341 = **₹2.59**; कुल ≈ **₹7.85** (छपी कुंजी दो लागतों तक है; कुल मेरा है)।

पहेली समय (पृ.178) – तीनों 6 × 6 बाइनेरो पहेलियाँ हल करो। नियम: हर पंक्ति और स्तंभ में – और | बराबर; तीन एक-से साथ-साथ नहीं; सब पंक्तियाँ अलग, सब स्तंभ अलग।

उत्तर: हल (– = क्षैतिज रेखा, | = ऊर्ध्वाधर रेखा); हर पहेली का ठीक एक ही हल है (कंप्यूटर खोज से जाँचा): नीचे तालिका देखो। छपी कुंजी में ये नहीं हैं; मैंने हल किए।

पंक्ति	पहेली 1	पहेली 2	पहेली 3
1	– | – – | |	– – | | – |	– | – | – |
2	| – | | – –	– | | – | –	| – | – | –
3	| – – | – |	| – – | – |	– | – | | –
4	– | | – | –	– | | – – |	| – | – – |
5	– | – | – |	| – – | | –	– – | | – |
6	| – | – | –	| | – – | –	| | – – | –

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 1 अंक

1. अनुपात क्या है? (1)

उत्तर: समान इकाई वाली दो राशियों की तुलना a : b; पहली की हर a इकाई पर दूसरी की b इकाइयाँ।

2. 60 : 40 को सरलतम रूप में लिखो। (1)

उत्तर: म.स. = 20 → 3 : 2।

3. यदि a : b :: c : d तो कौन-सा समीकरण सत्य है? (1)

उत्तर: ad = bc।

4. क्या 4 : 7 :: 12 : 21 सत्य है? (1)

उत्तर: हाँ, 4 × 21 = 7 × 12 = 84।

5. x ज्ञात करो: 6 : 10 :: 18 : x। (1)

उत्तर: x = 10 × 18 ÷ 6 = 30।

6. 12 को 3 : 1 में बाँटो। (1)

उत्तर: 9 और 3।

7. 'प्रमाण, फल, इच्छा' नाम किसने दिए? (1)

उत्तर: आर्यभट।

8. 1 लीटर में कितने मिली होते हैं? (1)

उत्तर: 1000 मिली।

9. 1 एकड़ को वर्ग फुट में बदलो। (1)

उत्तर: 43,560 वर्ग फुट।

10. 600 मिली : 900 मिली का सरलतम रूप लिखो। (1)

उत्तर: 2 : 3।

11. क्या दोनों पदों में समान संख्या जोड़ने पर अनुपात समानुपाती रहता है? (1)

उत्तर: नहीं; केवल दोनों पदों को एक ही गुणक से गुणा/भाग करने पर।

12. क्या गति–समय प्रश्न 50 : 2 :: 75 : x त्रैराशिक से हल होगा? (1)

उत्तर: नहीं – गति बढ़ने पर समय घटता है।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 3 अंक

1. क्या अनुपात 3 : 4 और 72 : 96 समानुपाती हैं? हल दिखाओ। (3)

उत्तर: 72 : 96 का सरलतम रूप: म.स. = 24, अतः 72 ÷ 24 : 96 ÷ 24 = 3 : 4। दोनों 3 : 4 हैं, इसलिए समानुपाती (जाँच 3 × 96 = 288 = 4 × 72)।

2. एक कार 150 मिनट में 90 किमी चलती है। उसी चाल से 4 घंटे में कितनी दूरी तय करेगी? (3)

उत्तर: 4 घंटे = 240 मिनट। 150 : 90 :: 240 : x → x = 90 × 240 ÷ 150 = 144 किमी।

3. ₹4,500 को 2 : 3 के अनुपात में बाँटो। (3)

उत्तर: कुल भाग 2 + 3 = 5; हर भाग = 4500 ÷ 5 = ₹900। हिस्से: 2 × 900 = ₹1,800 और 3 × 900 = ₹2,700।

4. हरमैन 1 वर्ष और उसका भाई 5 वर्ष का है। उनकी आयु का अनुपात 1 : 2 कब होगा? (3)

उत्तर: x वर्ष बाद: (1 + x) : (5 + x) = 1 : 2 → 2(1 + x) = 5 + x → x = 3। हरमैन 4 वर्ष की होगी (भाई 8)।

5. 40 किग्रा के मिश्रण में रेत : सीमेंट = 3 : 1 है। अनुपात 5 : 2 करने के लिए कितना सीमेंट मिलाएँ? (3)

उत्तर: रेत = 30 किग्रा, सीमेंट = 10 किग्रा। रेत 30 किग्रा ही रहेगी; 5 : 2 के लिए सीमेंट = 30 × 2/5 = 12 किग्रा। मिलाओ 12 − 10 = 2 किग्रा।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 5 अंक

1. सिद्ध करो कि a : b :: c : d हो तो ad = bc और अतः d = bc/a। इससे 120 : 15 :: 80 : x का चौथा पद ज्ञात करो। (5)

उत्तर: अनुपात समानुपाती हैं, इसलिए समान गुणक f के लिए c = fa और d = fb। अतः f = c/a और f = d/b, यानी c/a = d/b। दोनों ओर ab से गुणा: bc = ad। अतः d = bc/a। 120 : 15 :: 80 : x के लिए x = 15 × 80 ÷ 120 = 10। जाँच: 120 × 10 = 1200 = 15 × 80।

2. हिमाचल का किसान 200 ग्राम चाय ₹200 में और मेघालय की एस्टेट 1 किग्रा ₹800 में बेचती है। क्या भार : कीमत के अनुपात समानुपाती हैं? कौन-सी चाय महँगी है? (5)

उत्तर: 1 किग्रा = 1000 ग्राम। हिमाचल 200 : 200 = 1 : 1; मेघालय 1000 : 800 = 5 : 4। सरलतम रूप अलग हैं, इसलिए अनुपात समानुपाती नहीं। 1 किग्रा का दाम: मेघालय ₹800; हिमाचल में 200 ग्राम = 1/5 किग्रा का दाम ₹200 अतः 1 किग्रा ₹1,000। हिमाचल की चाय महँगी है।

3. ₹10 के सिक्के का द्रव्यमान 7.74 ग्राम है और उसमें ताँबा : निकल = 3 : 1 है। ताँबा ₹906 प्रति किग्रा और निकल ₹1,341 प्रति किग्रा है। एक सिक्के में धातुओं की लागत ज्ञात करो। (5)

उत्तर: कुल भाग 4। ताँबा = 3/4 × 7.74 = 5.805 ग्राम; निकल = 1/4 × 7.74 = 1.935 ग्राम। ताँबे की लागत = 5.805 × 906 ÷ 1000 = ₹5.26; निकल की लागत = 1.935 × 1341 ÷ 1000 = ₹2.59। कुल ≈ ₹7.85।