

Chapter Review

- Prime Time is the chapter about the building blocks of numbers. We start with a fun game (idli-vada) to understand multiples, common multiples, factors and common factors. Then we meet PRIME numbers (only two factors: 1 and itself) and COMPOSITE numbers (more than two factors), and learn to find primes using the Sieve of Eratosthenes.
- Next come CO-PRIME numbers (no common factor other than 1) and PRIME FACTORISATION – breaking a number into a product of primes. Every number greater than 1 has exactly one prime factorisation (order does not matter). We use it to check if two numbers are co-prime and if one number divides another.
- At the end we learn quick DIVISIBILITY TESTS for 10, 5, 2, 4 and 8 (looking at the last 1, 2 or 3 digits), and enjoy number puzzles. Remember: 1 is neither prime nor composite, and 2 is the only even prime.

Detailed Notes

1. Common Multiples and Common Factors (5.1)

- In the idli-vada game: say 'idli' for multiples of 3, 'vada' for multiples of 5 and 'idli-vada' for numbers that are multiples of both. Such numbers (15, 30, 45 ...) are COMMON MULTIPLES of 3 and 5.
- From 1 to 90: idli 30 times, vada 18 times, idli-vada 6 times (15, 30, 45, 60, 75, 90). The 10th idli-vada is at 150. Till 900: idli 300, vada 180, idli-vada 60.
- FACTORS (divisors) of a number divide it exactly. Factors of 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. COMMON FACTORS of two numbers divide both: for 14 and 36 they are 1 and 2. In the jump game, the jump sizes that reach both treasures are the common factors.

- Multiples of 3 and of 4 (31 to 70) which are common: 36, 48, 60 – common multiples of 3 and 4.
- If nobody ever says only 'vada' (when one number is 4), the other number must be a multiple of 4 – like 8.

2. Prime Numbers (5.2)

- PRIME numbers have exactly TWO factors: 1 and the number itself: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ... COMPOSITE numbers have MORE than two factors: 4, 6, 8, 9, 10, 12 ... The number 1 has only one factor, so it is NEITHER prime NOR composite.
- Why? 12 figs can be arranged in many rectangles (1×12 , 2×6 , 3×4) but 7 figs only in 1×7 – a prime.
- SIEVE OF ERATOSTHENES: cross out 1; circle 2 and cross out all its multiples; circle the next uncrossed number 3 and cross out its multiples; continue. Circled numbers are primes, crossed numbers are composite. Eratosthenes was a Greek mathematician about 2200 years ago.
- Facts: 2 is the only even prime. Primes up to 100: 25. Between 21 and 30 there are 2 primes (23, 29) and 8 composites. Twin primes differ by 2 (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73). Smallest gap between successive primes is 1 (2, 3); largest up to 100 is 8 (89, 97).
- Prime numbers are the BUILDING BLOCKS of all whole numbers. There are infinitely many primes (Euclid proved this).

3. Co-prime Numbers (5.3)

- Two numbers are CO-PRIME if they have NO common factor other than 1. Example: 4 and 9 (co-prime), 15 and 39 (common factor 3, not co-prime).

- In the treasure game, a 'safe pair' (cannot be reached by any jump size other than 1) is a co-prime pair.
- If two numbers are co-prime, the first common multiple = their product (3 and 5 $\rightarrow$ 15). If not co-prime, the first common multiple is less than the product (6 and 15 $\rightarrow$ 30, not 90).
- Thread art: with n pegs and thread gap g , the thread touches every peg only when n and g are co-prime.

4. Prime Factorisation (5.4)

- **PRIME FACTORISATION** = writing a number as a product of prime numbers. Keep breaking composite factors until only primes are left.
Example: $56 = 4 \times 14 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$.
- Every number > 1 has **ONLY ONE** prime factorisation (except the order).
 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ whichever way you break it. 1 has no prime factorisation. For a prime like 7 it is just 7.
- Factorisation of a product: prime factorisation of $72 = 12 \times 6 = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 3) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$.
- **USE 1** – check co-prime: find prime factors of both. If no common prime factor $\rightarrow$ co-prime. $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ and $231 = 3 \times 7 \times 11 \rightarrow$ co-prime. $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ and $63 = 3 \times 3 \times 7 \rightarrow$ common 7, not co-prime.
- **USE 2** – check divisibility: A is divisible by B if prime factorisation of B is included in that of A. $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$ includes $12 = 2 \times 2 \times 3 \rightarrow$ divisible. $42 = 2 \times 3 \times 7$ does not include $12 = 2 \times 2 \times 3$ (only one 2) $\rightarrow$ not divisible.

5. Divisibility Tests (5.5)

- By 10: the number ends in 0. By 5: ends in 0 or 5. By 2: ends in 0, 2, 4, 6 or 8 (even).
- By 4: look at the **LAST TWO** digits. If they form a number divisible by 4, the whole number is. ($8536 \rightarrow 36$ is divisible by 4 $\checkmark$.)

- By 8: look at the **LAST THREE** digits. If they form a number divisible by 8, the whole number is. ($8576 \rightarrow 576 \div 8 = 72 \checkmark$.)
- Why do these work? 10, 100 and 1000 are divisible by 2, 4 and 8 respectively (and 100 by 4, 1000 by 8), so only the last few digits matter.
- Divisibility by 3, 6, 7 and 9 will be learnt in later classes.

6. Fun with Numbers (5.6)

- Special numbers: in a box 9, 16, 25, 43 each number can be 'special' for a reason – 9 is the only single-digit; 16 is the only even; 25 is the only multiple of 5; 43 is the only prime (and the only non-square). Many answers can be right!
- A prime puzzle: fill the grid with PRIMES only so the product of each row and column matches the given numbers. Example answer: rows $5 \times 5 \times 3 = 75$, $2 \times 3 \times 7 = 42$, $17 \times 2 \times 3 = 102$.

Important Formulas / Values

- Prime: exactly 2 factors / Composite: more than 2 / 1: neither
- Co-prime pair: first common multiple = product of the two numbers
- A divisible by B $\Leftrightarrow$ prime factorisation of B is inside that of A
- Divisible by 4: last 2 digits / by 8: last 3 digits / by 5: ends in 0/5

Key Terms

Multiple – A number you get by multiplying with 1, 2, 3 ...

Factor (divisor) – A number that divides another exactly.

Common multiple – A number that is a multiple of two or more numbers.

Common factor – A factor that is shared by two or more numbers.

Prime number – Number with exactly two factors, 1 and itself.

Composite number – Number with more than two factors.

Co-prime numbers – Numbers with no common factor except 1.

Prime factorisation – Writing a number as a product of primes.

Perfect number – Sum of all its factors = twice the number (6, 28).

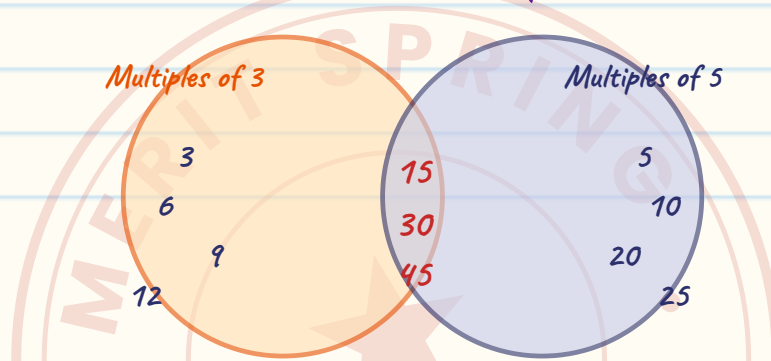
Twin primes – Two primes that differ by 2.

Sieve of Eratosthenes – Method to list primes by crossing out multiples.

Divisibility test – A quick rule to check divisibility.

Diagrams / Flowcharts

Idli-Vada: Common Multiples of 3 and 5



Middle = common multiples (idli-vada)

Primes up to 100

Sieve of Eratosthenes: green = prime numbers

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Divisibility Tests

Divisor	Test
2	Last digit 0, 2, 4, 6, 8
5	Last digit 0 or 5
10	Last digit 0
4	Last two digits divisible by 4
8	Last three digits divisible by 8

Prime Factorisation of 56

$$56 = 4 \times 14$$



$$4 = 2 \times 2 \text{ and } 14 = 2 \times 7$$



$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$



All factors are prime - stop

Prime vs Composite vs 1

Prime

- Exactly 2 factors
- Examples: 2, 3, 5, 7, 11
- 2 is the only even prime

Composite

- More than 2 factors
- Examples: 4, 6, 8, 9, 12
- Can be broken into primes

Number 1

- Only 1 factor
- Neither prime nor composite
- No prime factorisation

Textbook Exercise Questions

Q.1 (5.1, Q1) At what number is 'idli-vada' said for the 10th time?

Ans. Idli-vada is said at multiples of 15. The 10th multiple is $15 \times 10 = 150$.

Q.2 Game played 1 to 90: how many times 'idli', 'vada', 'idli-vada'?

Ans. Idli (multiples of 3, including idli-vada): $90 \div 3 = 30$ times.

Vada (multiples of 5): $90 \div 5 = 18$ times.

Idli-vada (multiples of 15): $90 \div 15 = 6$ times.

Q.3 What if the game is played till 900?

Ans. Idli: $900 \div 3 = 300$ times. Vada: $900 \div 5 = 180$ times. Idli-vada: $900 \div 15 = 60$ times. Each answer becomes 10 times bigger.

Q.4 Is Fig. 5.1 related to the idli-vada game? Draw it for 60.

Ans. Yes. The middle part where the two circles overlap shows the numbers where we say 'idli-vada' (common multiples). Till 60: multiples of 3 only, multiples of 5 only, and in the middle 15, 30, 45, 60.

Q.5 (Other pairs) Play with 2 and 5, 3 and 7, 4 and 6 up to 60.

Ans. 2 and 5: common 10, 20, 30, 40, 50, 60. 3 and 7: common 21, 42. 4 and 6: common 12, 24, 36, 48, 60. (Draw two overlapping circles and place the numbers.)

Q.6 (Yesterday's game) One number was 4 and nobody said only 'vada'. Which could be the other number: 2, 3, 5, 8, 10?

Ans. The other number must be a multiple of 4 so that every 'vada' number is also an 'idli' number. Among the options only 8 is a multiple of 4. Answer: 8.

Q.7 (Jump Jackpot) Which jump sizes reach 24? Which reach both 15 and 30?

Ans. 24: the factors 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Both 15 and 30: common factors of 15 (1, 3, 5, 15) and 30 – so jump sizes 1, 3, 5, 15. For 14 and 36 the jump sizes are 1 and 2.

Q.8 (Math Talk) In the table 31–70 shaded and circled numbers – what is common?

Ans. Shaded numbers are all multiples of 3, circled numbers are all multiples of 4. Numbers both shaded and circled are 36, 48 and 60 – called common multiples of 3 and 4.

Q.9 (Figure it Out Q1) Multiples of 40 between 310 and 410.

Ans. 320, 360 and 400.

Q.10 Who am I? (a) < 40 , factor 7, digit sum 8. (b) < 100 , factors 3 and 5, one digit is 1 more than the other.

Ans. (a) Multiples of 7 below 40: 7, 14, 21, 28, 35. Digit sum 8 $\rightarrow$ 35.

(b) Multiples of 15 below 100: 15, 30, 45, 60, 75, 90. Digits differing by 1 $\rightarrow$ 45.

Q.11 Find a perfect number between 1 and 10.

Ans. 6. Its factors 1, 2, 3, 6 add up to $12 = 2 \times 6$.

Q.12 Common factors of (a) 20 and 28 (b) 35 and 50 (c) 4, 8, 12 (d) 5, 15, 25.

Ans. (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5 (c) 1, 2, 4 (d) 1, 5.

Q.13 Three numbers that are multiples of 25 but not of 50.

Ans. 25, 75, 125 (also 175). They are odd multiples of 25.

Q.14 Two numbers below 10 whose first idli-vada comes after 50. What could they be?

Ans. The lowest common multiple must be more than 50: 7 and 8 (56), 7 and 9 (63), 8 and 9 (72).

Q.15 Treasures on 28 and 70. Which jump sizes land on both?

Ans. Common factors of 28 and 70: 1, 2, 7, 14.

Q.16 Guna erased all numbers except the common multiples (24, 48, 72). Fill in the diagram.

Ans. The common multiples shown are 24, 48, 72 – multiples of 24. So the two circles can be multiples of 6 and of 8 (or 3 and 8, or 4 and 6 ...). For 6 and 8: only-6 region: 6, 12, 18, 30 ...; only-8 region: 8, 16, 32, 40 ... The key gives multiples of 3 and 4 as one possibility; many answers are right.

Q.17 Smallest number divisible by all of 1 to 10 except 7.

Ans. Take the highest power of each prime needed: 8 (for 2, 4, 8), 9 (for 3, 9), 5 → $8 \times 9 \times 5 = 360$.

Q.18 Smallest number divisible by all of 1 to 10.

Ans. $360 \times 7 = 2520$.

Q.19 (5.2) How many primes and composites from 21 to 30?

Ans. Primes: 23 and 29 – 2 primes. Composites: the other 8 numbers (21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30).

Q.20 (Figure it Out Q1) Is there any other even prime besides 2?

Ans. No. Every other even number is divisible by 2 as well as 1 and itself, so it has more than two factors.

Q.21 Smallest and largest difference between successive primes up to 100?

Ans. Smallest = 1 (3 – 2). Largest = 8 (97 – 89).

Q.22 Equal primes in every row? Which decades have the least and most?

Ans. No. The least primes are in 91–100 (only 97). The most are in 1–10 and 11–20 (four each).

Q.23 Which are prime: 23, 51, 37, 26?

Ans. 23 and 37 are prime. $51 = 3 \times 17$ and $26 = 2 \times 13$ are composite.

Q.24 Three pairs of primes below 20 whose sum is a multiple of 5.

Ans. $(2, 3) = 5$; $(3, 7) = 10$; $(2, 13) = 15$. Others: $(7, 13) = 20$, $(11, 19) = 30$.

Q.25 Pairs of primes up to 100 with the same digits (like 13 and 31).

Ans. 17 and 71, 37 and 73, 79 and 97 (apart from 13 and 31).

Q.26 Seven consecutive composite numbers between 1 and 100.

Ans. 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96.

Q.27 Find other twin primes between 1 and 100.

Ans. $(3, 5)$, $(5, 7)$, $(11, 13)$, $(17, 19)$, $(29, 31)$, $(41, 43)$, $(59, 61)$, $(71, 73)$.

Q.28 True or false? (a)–(e)

Ans. (a) True – a number ending in 4 is even, and 2 is the only even prime.

(b) False – a product of primes has more than two factors, so it is composite.

(c) False – every prime has two factors: 1 and itself.

(d) False – 2 is an even prime; all other even numbers are composite.

(e) True – after any prime other than 2 the next number is even (and bigger than 2), so it is composite.

Q.29 Which is the product of exactly three distinct primes: 45, 60, 91, 105, 330?

Ans. $105 = 3 \times 5 \times 7$. ($45 = 3 \times 3 \times 5$; $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$; $91 = 7 \times 13$; $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ has four.)

Q.30 How many 3-digit primes can you make using each of 2, 4, 5 once?

Ans. None. The numbers 245, 254, 425, 452, 524, 542 end in 5, 4 or 2, so each is divisible by 5 or 2.

Q.31 Primes p for which $2p + 1$ is also prime – five examples.

Ans. $3 \rightarrow 7$, $2 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 11$, $11 \rightarrow 23$, $23 \rightarrow 47$, $29 \rightarrow 59$, $41 \rightarrow 83$.

Q.32 (5.3) Which pairs are safe: (a) 15, 39 (b) 4, 15 (c) 18, 29 (d) 20, 55?

Ans. Safe (co-prime) pairs: 4 and 15; 18 and 29. 15 & 39 share 3, 20 & 55 share 5.

Q.33 Which are co-prime: (a) 18, 35 (b) 15, 37 (c) 30, 415 (d) 17, 69 (e) 81, 18?

Ans. Co-prime: (a), (b), (d). Not co-prime: (c) share 5; (e) share 3 and 9.

Q.34 (Math Talk) Examples where first common multiple = product, and where it is less. Relation to co-prime?

Ans. Equal to product: $(3, 5) \rightarrow 15$; $(3, 7) \rightarrow 21$; $(4, 9) \rightarrow 36$. Less than product: $(3, 6) \rightarrow 6$; $(3, 12) \rightarrow 12$; $(6, 15) \rightarrow 30$.

When the pair is co-prime, the first common multiple is the product.

Q.35 (Co-prime art) Thread art with pegs and gap: when does the thread touch every peg?

Ans. When the number of pegs and the thread-gap are co-prime (e.g., 13 pegs, gap 3). If they have a common factor (12 pegs, gap 4), some pegs are missed.

Q.36 (5.4, Figure it Out Q1) Prime factorisations of 64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.

Ans. $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$141 = 3 \times 47$$

$$1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \text{ (ten 2s)}$$

$$1331 = 11 \times 11 \times 11$$

$$1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

Q.37 A number has one 2, two 3s and one 11. What is it?

Ans. $2 \times 3 \times 3 \times 11 = 198$.

Q.38 Three primes below 30 with product 1955.

Ans. $1955 = 5 \times 17 \times 23$.

Q.39 Prime factorisation without multiplying: (a) 56×25 (b) 108×75 (c) 1000×81 .

Ans. (a) $56 \times 25 = (2 \times 2 \times 2 \times 7) \times (5 \times 5) = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$.

(b) $108 \times 75 = (2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 5 \times 5) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$.

(c) $1000 \times 81 = (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$.

Q.40 Smallest number whose prime factorisation has (a) three different primes (b) four different primes.

Ans. (a) $2 \times 3 \times 5 = 30$. (b) $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$.

Q.41 (Figure it Out p.122 Q1) Are these co-prime? (a) 30, 45 (b) 57, 85 (c) 121, 1331 (d) 343, 216

Ans. (a) No: $30 = 2 \times 3 \times 5$, $45 = 3 \times 3 \times 5$ – common 3 and 5.

(b) Yes: $57 = 3 \times 19$, $85 = 5 \times 17$.

(c) No: $121 = 11 \times 11$, $1331 = 11 \times 11 \times 11$.

(d) Yes: $343 = 7 \times 7 \times 7$, $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$.

Q.42 Is the first number divisible by the second: (a) 225, 27 (b) 96, 24 (c) 343, 17 (d) 999, 99

Ans. (a) No: $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ has only two 3s, $27 = 3 \times 3 \times 3$.

(b) Yes: $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ includes $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$.

(c) No: $343 = 7 \times 7 \times 7$ has no 17.

(d) No: $999 = 3 \times 3 \times 3 \times 37$ and $99 = 3 \times 3 \times 11$ - 11 is missing.

Q.43 $2 \times 3 \times 7$ and $3 \times 7 \times 11$: co-prime? Does one divide the other?

Ans. Not co-prime (common 3 and 7). Neither divides the other (2 is missing in the second and 11 is missing in the first).

Q.44 Guna says any two prime numbers are co-prime. Right?

Ans. Yes, for two different primes, since their only factors are 1 and themselves. Example: 2 and 3, 3 and 11.

Q.45 (5.5) Is 8536 divisible by 4? Do the three statements about 4 hold?

Ans. Yes, because the last two digits 36 are divisible by 4. All three statements are true: only the last two digits matter; if they are divisible by 4 the number is, and if the number is divisible by 4 so are the last two digits. Examples: 124, 364, 4028.

Q.46 (Divisibility by 8) Numbers divisible by 8 in 120-140, 1120-1140, 3120-3140. Change the last two digits of 8560.

Ans. 128, 136; 1128, 1136; 3128, 3136 - the same last three digits (128, 136) repeat. So only the last three digits matter.

8560 changed to 8552 ($552 = 8 \times 69$) is a multiple of 8. All three statements about 8 are true (examples 8576, 7648, 5024).

Q.47 (Figure it Out Q1) Leap years (a) from your birth year till now (b) from 2024 to 2099.

Ans. (a) List every multiple of 4 from your birth year (all except years like 2100 divisible by 100 but not 400).

(b) 2024, 2028, ..., 2096 $\rightarrow$ 19 leap years.

Q.48 Largest and smallest 4-digit palindromes divisible by 4.

Ans. A palindrome $abba$ is divisible by 4 if its last two digits 'ba' are. The last digit a must be even. Largest: 8888 ($88 \div 4 = 22$). Smallest: 2112 ($12 \div 4 = 3$).

Q.49 Always/sometimes/never: (a) sum of two evens is a multiple of 4 (b) sum of two odds is a multiple of 4.

Ans. (a) Sometimes: $2 + 6 = 8$ yes, $2 + 4 = 6$ no. (b) Sometimes: $1 + 3 = 4$ yes, $1 + 5 = 6$ no.

Q.50 Remainders of 78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345 when divided by 10, 5, 2.

Ans. Number: $\div 10, \div 5, \div 2 \rightarrow$ 78: 8, 3, 0 / 99: 9, 4, 1 / 173: 3, 3, 1 / 572: 2, 2, 0 / 980: 0, 0, 0 / 1111: 1, 1, 1 / 2345: 5, 0, 1.

Q.51 Guna checked only two numbers to show 14560 is divisible by 2, 4, 5, 8, 10. Which two?

Ans. 5 and 8. Divisible by 8 means divisible by 2 and 4; divisible by 5 and 2 means divisible by 10.

Q.52 Which of 572, 2352, 5600, 6000, 77622160 are divisible by 2, 4, 5, 8 and 10?

Ans. 5600, 6000 and 77622160 (they end in 0 and their last three digits 600, 000, 160 are divisible by 8).

Q.53 Two numbers with product 10000 and no 0 in the units place.

Ans. $16 \times 625 = 10000$.

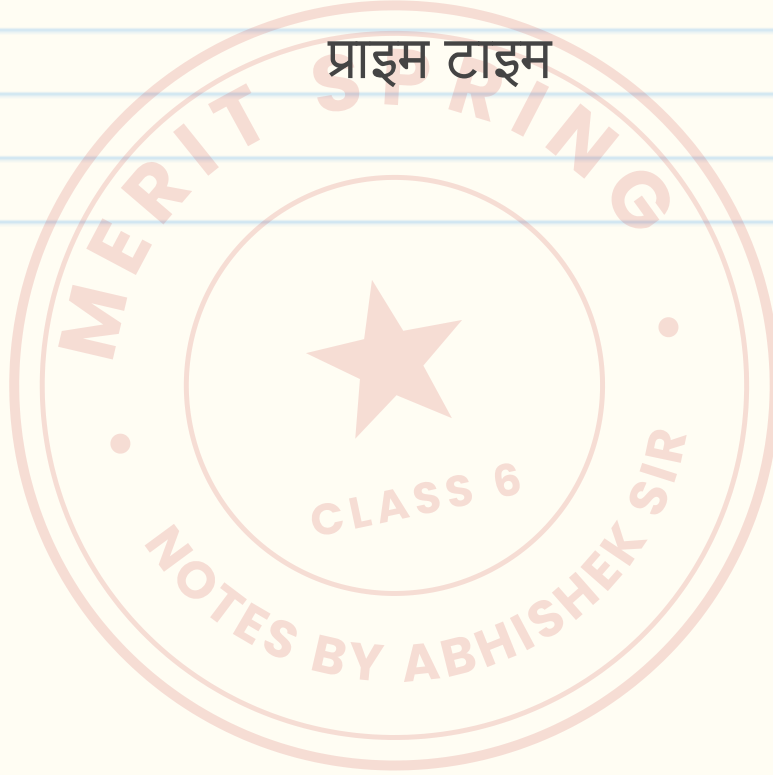
Q.54 (5.6) Why is each of 9, 16, 25, 43 special?

Ans. 9: the only single-digit number and the only multiple of 3. Any valid reason is fine. 16: only even and multiple of 4; 25: only multiple of 5; 43: only prime (and only non-square).



HINDI VERSION

प्राइम टाइम



अध्याय समीक्षा

- प्राइम टाइम संख्याओं के 'निर्माण-खंडों' का अध्याय है। हम एक मजेदार खेल (इडली-वड़ा) से गुणज, उभयनिष्ठ गुणज, गुणनखंड और उभयनिष्ठ गुणनखंड समझते हैं। फिर अभाज्य संख्याओं (सिर्फ दो गुणनखंड: 1 और स्वयं) और भाज्य संख्याओं (दो से ज्यादा गुणनखंड) से मिलते हैं और सेव ऑफ एराटोस्थनीज़ से अभाज्य संख्याएँ ढूँढना सीखते हैं।
- इसके बाद सह-अभाज्य संख्याएँ (1 के अलावा कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं) और अभाज्य गुणनखंडन - संख्या को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल में तोड़ना। 1 से बड़ी हर संख्या का अभाज्य गुणनखंडन एक ही होता है (क्रम मायने नहीं रखता)। इससे जाँचते हैं कि दो संख्याएँ सह-अभाज्य हैं या नहीं और एक संख्या दूसरी से विभाज्य है या नहीं।
- अंत में 10, 5, 2, 4 और 8 की विभाज्यता के आसान नियम (आखिरी 1, 2 या 3 अंक देखकर) सीखते हैं और संख्याओं की पहेलियाँ हल करते हैं। याद रखो: 1 न अभाज्य है न भाज्य, और 2 अकेली सम अभाज्य संख्या है।

विस्तृत नोट्स

1. उभयनिष्ठ गुणज और उभयनिष्ठ गुणनखंड (5.1)

- इडली-वड़ा खेल में: 3 के गुणज पर 'इडली', 5 के गुणज पर 'वड़ा' और दोनों के गुणज पर 'इडली-वड़ा' बोलते हैं। ऐसी संख्याएँ (15, 30, 45 ...) 3 और 5 के उभयनिष्ठ गुणज हैं।
- 1 से 90 तक: इडली 30 बार, वड़ा 18 बार, इडली-वड़ा 6 बार (15, 30, 45, 60, 75, 90)। 10वीं बार इडली-वड़ा 150 पर। 900 तक: इडली 300, वड़ा 180, इडली-वड़ा 60।
- गुणनखंड (divisors) किसी संख्या को पूरा-पूरा भाग देते हैं। 24 के गुणनखंड: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24। दो संख्याओं के उभयनिष्ठ गुणनखंड दोनों को भाग देते हैं: 14 और 36 के लिए 1 और 2। कूद वाले खेल में जो कूद-आकार दोनों खज़ानों तक पहुँचाएँ वे उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।
- 31 से 70 की तालिका में 3 और 4 के उभयनिष्ठ गुणज: 36, 48, 60।
- अगर कभी सिर्फ 'वड़ा' नहीं बोला गया (और एक संख्या 4 है), तो दूसरी संख्या 4 का गुणज होगी - जैसे 8।

2. अभाज्य संख्याएँ (5.2)

- अभाज्य (prime) संख्याओं के ठीक दो गुणनखंड होते हैं: 1 और वह संख्या स्वयं: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ... भाज्य (composite) संख्याओं के दो से ज्यादा गुणनखंड होते हैं: 4, 6, 8, 9, 10, 12 ... संख्या 1 का सिर्फ एक गुणनखंड है, इसलिए वह न अभाज्य है न भाज्य।
- क्यों? 12 अंजीर कई आयतों में सज सकते हैं (1×12 , 2×6 , 3×4) पर 7 अंजीर सिर्फ 1×7 में - वह अभाज्य है।
- सेव ऑफ़ एराटोस्थनीज़: 1 को काटो; 2 पर गोला लगाओ और उसके सब गुणज काटो; अगली न कटी संख्या 3 पर गोला और उसके गुणज काटो; आगे बढ़ते रहो। गोले वाली संख्याएँ अभाज्य, कटी हुई भाज्य। एराटोस्थनीज़ लगभग 2200 साल पहले के यूनानी गणितज्ञ थे।
- तथ्य: 2 अकेली सम अभाज्य है। 100 तक 25 अभाज्य हैं। 21 से 30 में 2 अभाज्य (23, 29) और 8 भाज्य हैं। जुड़वाँ अभाज्य (अंतर 2): (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73)। क्रमागत अभाज्यों में सबसे छोटा अंतर 1 (2, 3); 100 तक सबसे बड़ा 8 (89, 97)।
- अभाज्य संख्याएँ सब पूर्ण संख्याओं के निर्माण-खंड हैं। अभाज्य संख्याएँ अनंत हैं (यूक्लिड ने सिद्ध किया)।

3. सह-अभाज्य संख्याएँ (5.3)

- दो संख्याएँ सह-अभाज्य (co-prime) हैं अगर उनमें 1 के अलावा कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं। उदाहरण: 4 और 9 (सह-अभाज्य); 15 और 39 (उभयनिष्ठ गुणनखंड 3, सह-अभाज्य नहीं)।
- खज़ाने के खेल में 'सुरक्षित जोड़ी' (1 के अलावा किसी कूद-आकार से दोनों तक नहीं पहुँच सकते) सह-अभाज्य जोड़ी होती हैं।
- सह-अभाज्य जोड़ी का पहला उभयनिष्ठ गुणज = उनका गुणनफल (3 और 5 $\rightarrow$ 15)। सह-अभाज्य न हों तो पहला उभयनिष्ठ गुणज गुणनफल से कम (6 और 15 $\rightarrow$ 30, 90 नहीं)।
- धागा कला: n कीलें और धागे का अंतर g हो तो धागा हर कील को तभी छूता है जब n और g सह-अभाज्य हों।

4. अभाज्य गुणनखंडन (5.4)

- अभाज्य गुणनखंडन = संख्या को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिखना। भाज्य गुणनखंडों को तब तक तोड़ो जब तक सिर्फ अभाज्य बचें। उदाहरण: $56 = 4 \times 14 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$
- 1 से बड़ी हर संख्या का अभाज्य गुणनखंडन सिर्फ एक होता है (क्रम छोड़कर)। $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$, चाहे जैसे तोड़ो। 1 का कोई अभाज्य गुणनखंडन नहीं। अभाज्य संख्या जैसे 7 का गुणनखंडन बस 7।
- गुणनफल का गुणनखंडन: $72 = 12 \times 6 = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 3) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
- उपयोग 1 - सह-अभाज्य जाँच: दोनों के अभाज्य गुणनखंड निकालो। कोई उभयनिष्ठ अभाज्य नहीं → सह-अभाज्य। $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ और $231 = 3 \times 7 \times 11$ → सह-अभाज्य। $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ और $63 = 3 \times 3 \times 7$ → उभयनिष्ठ 7, सह-अभाज्य नहीं।
- उपयोग 2 - विभाज्यता जाँच: A, B से विभाज्य है अगर B का अभाज्य गुणनखंडन A के गुणनखंडन में शामिल हो। $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$ में $12 = 2 \times 2 \times 3$ शामिल → विभाज्य। $42 = 2 \times 3 \times 7$ में $12 = 2 \times 2 \times 3$ शामिल नहीं (2 सिर्फ एक बार) → विभाज्य नहीं।

5. विभाज्यता के नियम (5.5)

- 10 से: संख्या 0 पर समाप्त हो। 5 से: 0 या 5 पर समाप्त हो। 2 से: 0, 2, 4, 6 या 8 पर समाप्त हो (सम)।
- 4 से: आखिरी दो अंक देखो। अगर वे 4 से विभाज्य हैं तो पूरी संख्या भी। ($8536 \rightarrow 36, 4$ से विभाज्य ✓)।
- 8 से: आखिरी तीन अंक देखो। अगर वे 8 से विभाज्य हैं तो पूरी संख्या भी। ($8576 \rightarrow 576 \div 8 = 72$ ✓)।
- ये नियम क्यों चलते हैं? 100, 4 से और 1000, 8 से विभाज्य हैं, इसलिए सिर्फ आखिरी कुछ अंक मायने रखते हैं।
- 3, 6, 7 और 9 की विभाज्यता आगे की कक्षाओं में सीखेंगे।

6. संख्याओं के साथ मज़ा (5.6)

- विशेष संख्या: डिब्बे 9, 16, 25, 43 में हर संख्या किसी कारण से 'विशेष' हो सकती है - 9 अकेली एक-अंकीय है; 16 अकेली सम है; 25 अकेली 5 का गुणज है; 43 अकेली अभाज्य (और अकेली अवर्ग) है। कई उत्तर सही हो सकते हैं!
- अभाज्य पहली: गिड में सिर्फ अभाज्य संख्याएँ भरें ताकि हर पंक्ति और स्तंभ का गुणनफल दी गई संख्या हो। उदाहरण: $5 \times 5 \times 3 = 75$, $2 \times 3 \times 7 = 42$, $17 \times 2 \times 3 = 102$ ।

महत्वपूर्ण सूत्र / मान

- अभाज्य: ठीक 2 गुणनखंड। भाज्य: 2 से ज्यादा। 1: न अभाज्य न भाज्य
- सह-अभाज्य जोड़ी: पहला उभयनिष्ठ गुणज = दोनों का गुणनफल
- A, B से विभाज्य $\Rightarrow$ B का अभाज्य गुणनखंडन A में शामिल
- 4 से: आखिरी 2 अंक। 8 से: आखिरी 3 अंक। 5 से: 0/5 पर अंत

मुख्य शब्दावली

गुणज (Multiple) - 1, 2, 3 ... से गुणा करने पर मिली संख्या।

गुणनखंड (Factor) - वह संख्या जो दूसरी को पूरा-पूरा भाग दे।

उभयनिष्ठ गुणज - दो या अधिक संख्याओं का साझा गुणज।

उभयनिष्ठ गुणनखंड - दो या अधिक संख्याओं का साझा गुणनखंड।

अभाज्य संख्या - ठीक दो गुणनखंड: 1 और स्वयं।

भाज्य संख्या - दो से ज्यादा गुणनखंड वाली संख्या।

सह-अभाज्य संख्याएँ - 1 के अलावा कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं।

अभाज्य गुणनखंडन - संख्या को अभाज्यों के गुणनफल में लिखना।

पूर्ण संख्या (Perfect) - सब गुणनखंडों का योग = संख्या का दुगुना (6, 28)।

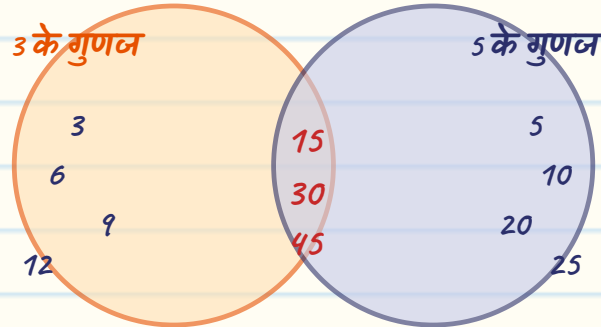
जुड़वाँ अभाज्य - दो अभाज्य जिनमें अंतर 2 हो।

एराटोस्थनीज़ की छलनी - गुणज काटकर अभाज्य ढूँढने की विधि।

विभाज्यता नियम - विभाज्यता जाँचने का तेज़ नियम।

आरेख / फ्लोचार्ट

इडली-वड़ा: 3 और 5 के उभयनिष्ठ गुणज



बीच में = उभयनिष्ठ गुणज (idli-vada)

100 तक अभाज्य संख्याएँ

सेव ऑफ़ एराटोस्थनीज़: हरे = अभाज्य (primes)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

विभाज्यता के नियम

भाजक	नियम
2	आखिरी अंक 0, 2, 4, 6, 8
5	आखिरी अंक 0 या 5
10	आखिरी अंक 0
4	आखिरी दो अंक 4 से विभाज्य
8	आखिरी तीन अंक 8 से विभाज्य

56 का अभाज्य गुणनखंडन

$$56 = 4 \times 14$$

$$4 = 2 \times 2 \text{ और } 14 = 2 \times 7$$

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

सब गुणनखंड अभाज्य - रुको

अभाज्य बनाम भाज्य बनाम ।

अभाज्य

- ठीक 2 गुणनखंड
- उदाहरण: 2, 3, 5, 7, 11
- 2 अकेली सम अभाज्य

भाज्य

- 2 से ज्यादा गुणनखंड
- उदाहरण: 4, 6, 8, 9, 12
- अभाज्यों में तोड़ सकते हैं

संख्या ।

- सिर्फ 1 गुणनखंड
- न अभाज्य न भाज्य
- कोई अभाज्य गुणनखंडन नहीं

पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 (5.1, प्र.1) किस संख्या पर 10वीं बार 'इडली-वड़ा' बोला जाएगा?

उत्तर- इडली-वड़ा 15 के गुणज पर बोला जाता है। 10वाँ गुणज $15 \times 10 = 150$ ।

प्र.2 खेल 1 से 90 तक: 'इडली', 'वड़ा', 'इडली-वड़ा' कितनी बार?

उत्तर- इडली (3 के गुणज): $90 \div 3 = 30$ बार।

वड़ा (5 के गुणज): $90 \div 5 = 18$ बार।

इडली-वड़ा (15 के गुणज): $90 \div 15 = 6$ बार।

प्र.3 खेल 900 तक खेलें तो?

उत्तर- इडली: $900 \div 3 = 300$ बार। वड़ा: $900 \div 5 = 180$ बार। इडली-वड़ा: $900 \div 15 = 60$ बार। हर उत्तर 10 गुना हो जाता है।

प्र.4 क्या चित्र 5.1 इडली-वड़ा खेल से जुड़ा है? 60 तक बनाओ।

उत्तर- हाँ। दोनों गोलों का बीच का साझा भाग उन संख्याओं को दिखाता है जिन पर 'इडली-वड़ा' बोलते हैं (उभयनिष्ठ गुणज)। 60 तक: सिर्फ 3 के गुणज, सिर्फ 5 के गुणज और बीच में 15, 30, 45, 60।

प्र.5 (दूसरी जोड़ियाँ) 2 और 5, 3 और 7, 4 और 6 के साथ 60 तक खेलो।

उत्तर- 2 और 5: साझा 10, 20, 30, 40, 50, 60। 3 और 7: साझा 21, 42। 4 और 6: साझा 12, 24, 36, 48, 60। (दो एक-दूसरे को काटते गोले बनाकर संख्याएँ रखो।)

प्र.6 (कल का खेल) एक संख्या 4 थी और सिर्फ 'वड़ा' किसी ने नहीं बोला। दूसरी संख्या क्या हो सकती है: 2, 3, 5, 8, 10?

उत्तर- दूसरी संख्या 4 का गुणज होनी चाहिए ताकि हर 'वड़ा' वाली संख्या 'इडली' वाली भी हो। विकल्पों में सिर्फ 8, 4 का गुणज है। उत्तर: 8।

प्र.7 (जंप जैकपॉट) कौन-से कूद-आकार 24 तक पहुँचाते हैं? 15 और 30 दोनों तक?

उत्तर- 24: गुणनखंड 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24।

15 और 30 दोनों: उभयनिष्ठ गुणनखंड - कूद-आकार 1, 3, 5, 15। 14 और 36 के लिए कूद-आकार 1 और 2।

प्र.8 (Math Talk) 31-70 की तालिका में रंगी और गोले वाली संख्याओं में क्या साझा है?

उत्तर- रंगी संख्याएँ सब 3 के गुणज हैं, गोले वाली सब 4 के गुणज। दोनों वाली संख्याएँ 36, 48 और 60 हैं - 3 और 4 के उभयनिष्ठ गुणज।

प्र.9 (Figure it Out प्र.1) 310 और 410 के बीच 40 के सब गुणज।

उत्तर- 320, 360 और 400।

प्र.10 मैं कौन हूँ? (a) <40 , एक गुणनखंड 7, अंकों का योग 8। (b) <100 , गुणनखंड 3 और 5, एक अंक दूसरे से 1 ज्यादा।

उत्तर- (a) 40 से कम 7 के गुणज: 7, 14, 21, 28, 35। अंक-योग 8 $\rightarrow$ 35।

(b) 100 से कम 15 के गुणज: 15, 30, 45, 60, 75, 90। अंकों में अंतर 1 $\rightarrow$ 45।

प्र.11 1 और 10 के बीच एक पूर्ण संख्या ढूँढो।

उत्तर- 6। इसके गुणनखंड 1, 2, 3, 6 का योग $12 = 2 \times 6$ ।

प्र.12 उभयनिष्ठ गुणनखंड: (a) 20, 28 (b) 35, 50 (c) 4, 8, 12 (d) 5, 15, 25।

उत्तर- (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5 (c) 1, 2, 4 (d) 1, 5।

प्र.13 25 के तीन गुणज जो 50 के गुणज नहीं हैं।

उत्तर- 25, 75, 125 (और 175)। ये 25 के विषम गुणज हैं।

प्र.14 10 से छोटी दो संख्याएँ जिनके लिए पहला इडली-वड़ा 50 के बाद आता है।

उत्तर- ल.स. 50 से ज्यादा होना चाहिए: 7 और 8 (56), 7 और 9 (63), 8 और 9 (72)।

प्र.15 खलाने 28 और 70 पर हैं। कौन-से कूद-आकार दोनों पर पहुँचेंगे?

उत्तर- 28 और 70 के उभयनिष्ठ गुणनखंड: 1, 2, 7, 14।

प्र.16 गुना ने उभयनिष्ठ गुणज (24, 48, 72) छोड़कर बाकी मिटा दिए। चित्र भरो।

उत्तर- देखे उभयनिष्ठ गुणज 24, 48, 72 हैं - 24 के गुणज। इसलिए दोनों गोले 6 के और 8 के गुणज हो सकते हैं (या 3 और 8, या 4 और 6 ...)। 6 और 8 के लिए: सिर्फ-6 भाग: 6, 12, 18, 30 ...; सिर्फ-8 भाग: 8, 16, 32, 40 ... उत्तर-कुंजी में 3 और 4 के गुणज एक संभावना हैं; कई उत्तर सही हैं।

प्र.17 1 से 10 तक की सब संख्याओं (7 को छोड़कर) का सबसे छोटा गुणज।

उत्तर- हर अभाज्य की जरूरी सबसे बड़ी घात: 8 (2, 4, 8 के लिए), 9 (3, 9 के लिए), 5 $\rightarrow$ $8 \times 9 \times 5 = 360$ ।

प्र.18 1 से 10 तक सब संख्याओं का सबसे छोटा गुणज।

उत्तर- $360 \times 7 = 2520$

प्र.19 (5.2) 21 से 30 में कितनी अभाज्य और कितनी भाज्य संख्याएँ हैं?

उत्तर- अभाज्य: 23 और 29 - 21 भाज्य: बाकी 8 (21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30)।

प्र.20 (Figure it Out प्र.1) क्या 2 के अलावा कोई और सम अभाज्य है?

उत्तर- नहीं। 2 के अलावा हर सम संख्या 2, 1 और स्वयं से विभाज्य है, यानी उसके दो से ज्यादा गुणनखंड हैं।

प्र.21 100 तक क्रमागत अभाज्यों में सबसे छोटा और सबसे बड़ा अंतर?

उत्तर- सबसे छोटा = 1 (3 - 2)। सबसे बड़ा = 8 (97 - 89)।

प्र.22 क्या हर पंक्ति में बराबर अभाज्य हैं? किस दहाई में सबसे कम और सबसे ज्यादा?

उत्तर- नहीं। सबसे कम 91-100 में (सिर्फ 97)। सबसे ज्यादा 1-10 और 11-20 में (चार-चार)।

प्र.23 कौन-सी अभाज्य हैं: 23, 51, 37, 26?

उत्तर- 23 और 37 अभाज्य हैं। $51 = 3 \times 17$ और $26 = 2 \times 13$ भाज्य हैं।

प्र.24 20 से छोटे अभाज्यों की तीन जोड़ियाँ जिनका योग 5 का गुणज हो।

उत्तर- (2, 3) = 5; (3, 7) = 10; (2, 13) = 15। और: (7, 13) = 20, (11, 19) = 30।

प्र.25 100 तक ऐसी अभाज्य जोड़ियाँ जिनमें वही अंक हों (जैसे 13 और 31)।

उत्तर- 17 और 71, 37 और 73, 79 और 97 (13 और 31 के अलावा)।

प्र.26 1 से 100 के बीच सात क्रमागत भाज्य संख्याएँ।

उत्तर- 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96।

प्र.27 1 से 100 के बीच और जुड़वाँ अभाज्य ढूँढो।

उत्तर- (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73)।

प्र.28 सही या गलत? (a)-(e)

उत्तर- (a) सही - 4 पर अंत होने वाली संख्या सम हैं, और 2 अकेली सम अभाज्य हैं।

(b) गलत - अभाज्यों का गुणनफल भाज्य होता है (दो से ज्यादा गुणनखंड)।

(c) गलत - हर अभाज्य के दो गुणनखंड होते हैं: 1 और स्वयं।

(d) गलत - 2 सम अभाज्य है; बाकी सब सम संख्याएँ भाज्य हैं।

(e) सही - 2 के अलावा किसी भी अभाज्य के बाद अगली संख्या सम (और 2 से बड़ी) है, इसलिए भाज्य।

प्र.29 कौन-सी संख्या ठीक तीन अलग-अलग अभाज्यों का गुणनफल है: 45, 60, 91, 105, 330?

उत्तर- 105 = $3 \times 5 \times 7$ ($45 = 3 \times 3 \times 5$; $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$; $91 = 7 \times 13$; $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ में चार हैं।)

प्र.30 2, 4, 5 को एक-एक बार लेकर कितनी 3-अंकीय अभाज्य संख्याएँ बनेंगी?

उत्तर- कोई नहीं। 245, 254, 425, 452, 524, 542 का अंत 5, 4 या 2 पर है, इसलिए हर एक 5 या 2 से विभाज्य है।

प्र.31 ऐसे अभाज्य p जिनके लिए $2p + 1$ भी अभाज्य हो - पाँच उदाहरण।

उत्तर- $3 \rightarrow 7$, $2 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 11$, $11 \rightarrow 23$, $23 \rightarrow 47$, $29 \rightarrow 59$, $41 \rightarrow 83$ ।

प्र.32 (5.3) कौन-सी जोड़ियाँ सुरक्षित हैं: (a) 15, 39 (b) 4, 15 (c) 18, 29 (d) 20, 55?

उत्तर- सुरक्षित (सह-अभाज्य): 4 और 15; 18 और 29। 15 और 39 में 3 साझा, 20 और 55 में 5 साझा।

प्र.33 कौन-सी जोड़ियाँ सह-अभाज्य हैं: (a) 18, 35 (b) 15, 37 (c) 30, 415 (d) 17, 69 (e) 81, 18?

उत्तर- सह-अभाज्य: (a), (b), (d)। नहीं: (c) में 5 साझा; (e) में 3 और 9 साझा।

प्र.34 (Math Talk) उदाहरण जहाँ पहला उभयनिष्ठ गुणज गुणनफल के बराबर हो और जहाँ कम हो। सह-अभाज्य से संबंध?

उत्तर- गुणनफल के बराबर: $(3, 5) \rightarrow 15$; $(3, 7) \rightarrow 21$; $(4, 9) \rightarrow 36$ । गुणनफल से कम: $(3, 6) \rightarrow 6$; $(3, 12) \rightarrow 12$; $(6, 15) \rightarrow 30$ ।

जब जोड़ी सह-अभाज्य हो तो पहला उभयनिष्ठ गुणज गुणनफल के बराबर होता है।

प्र.35 (सह-अभाज्य कला) कीलें और धागे का अंतर: धागा हर कील को कब छूता है?

उत्तर- जब कीलों की संख्या और धागे का अंतर सह-अभाज्य हों (जैसे 13 कीलें, अंतर 3)।

उभयनिष्ठ गुणनखंड हो (12 कीलें, अंतर 4) तो कुछ कीलें छूट जाती हैं।

प्र.36 (S.4, Figure it Out प्र.1) 64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000 के अभाज्य गुणनखंडन।

उत्तर- $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$$104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$141 = 3 \times 47$$

$$1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \text{ (दस 2)}$$

$$1331 = 11 \times 11 \times 11$$

$$1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

प्र.37 एक संख्या में एक 2, दो 3 और एक 11 हैं। वह संख्या?

उत्तर- $2 \times 3 \times 3 \times 11 = 198$

प्र.38 30 से छोटी तीन अभाज्य संख्याएँ जिनका गुणनफल 1955 हो।

उत्तर- $1955 = 5 \times 17 \times 23$

प्र.39 गुणा किए बिना अभाज्य गुणनखंडन: (a) 56×25 (b) 108×75 (c) 1000×81

उत्तर- (a) $56 \times 25 = (2 \times 2 \times 2 \times 7) \times (5 \times 5) = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$

$$(b) 108 \times 75 = (2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 5 \times 5) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$(c) 1000 \times 81 = (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$$

प्र.40 सबसे छोटी संख्या जिसके अभाज्य गुणनखंडन में (a) तीन अलग अभाज्य (b) चार अलग अभाज्य हों।

उत्तर- (a) $2 \times 3 \times 5 = 30$ (b) $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

प्र.41 (Figure it Out पृ.122 प्र.1) क्या ये सह-अभाज्य हैं? (a) 30, 45 (b) 57, 85 (c) 121, 1331 (d) 343, 216

उत्तर- (a) नहीं: $30 = 2 \times 3 \times 5$, $45 = 3 \times 3 \times 5$ - साझा 3 और 5।

(b) हाँ: $57 = 3 \times 19$, $85 = 5 \times 17$

(c) नहीं: $121 = 11 \times 11$, $1331 = 11 \times 11 \times 11$

(d) हाँ: $343 = 7 \times 7 \times 7$, $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

प्र.42 क्या पहली संख्या दूसरी से विभाज्य है: (a) 225, 27 (b) 96, 24 (c) 343, 17 (d) 999, 99

उत्तर- (a) नहीं: $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ में दो ही 3 हैं, $27 = 3 \times 3 \times 3$

(b) हाँ: $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ में $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ शामिल है।

(c) नहीं: $343 = 7 \times 7 \times 7$ में 17 नहीं है।

(d) नहीं: $999 = 3 \times 3 \times 3 \times 37$ और $99 = 3 \times 3 \times 11$ - 11 नहीं है।

प्र.43 $2 \times 3 \times 7$ और $3 \times 7 \times 11$: क्या सह-अभाज्य हैं? क्या एक दूसरे को भाग देती हैं?

उत्तर- सह-अभाज्य नहीं (3 और 7 साझा)। कोई भी दूसरी को भाग नहीं देती (दूसरी में 2 नहीं, पहली में 11 नहीं)।

प्र.44 गुना कहता है कोई भी दो अभाज्य संख्याएँ सह-अभाज्य होती हैं। क्या वह सही है?

उत्तर- हाँ, दो अलग-अलग अभाज्यों के लिए, क्योंकि उनके गुणनखंड सिर्फ 1 और स्वयं हैं।
उदाहरण: 2 और 3, 3 और 11।

प्र.45 (5.5) क्या 8536, 4 से विभाज्य है? 4 वाले तीनों कथन सही हैं?

उत्तर- हाँ, क्योंकि आखिरी दो अंक 36, 4 से विभाज्य हैं। तीनों कथन सही हैं: सिर्फ आखिरी दो अंक मायने रखते हैं; वे 4 से विभाज्य हों तो संख्या भी, और संख्या 4 से विभाज्य हो तो वे अंक भी। उदाहरण: 124, 364, 4028।

प्र.46 (8 से विभाज्यता) 120-140, 1120-1140, 3120-3140 में 8 से विभाज्य संख्याएँ। 8560 के आखिरी दो अंक बदलो।

उत्तर- 128, 136; 1128, 1136; 3128, 3136 - आखिरी तीन अंक (128, 136) दोहराते हैं। इसलिए सिर्फ आखिरी तीन अंक मायने रखते हैं।

8560 को 8552 करने पर ($552 = 8 \times 69$) 8 का गुणज बनता है। 8 वाले तीनों कथन सही हैं (उदाहरण 8576, 7648, 5024)।

प्र.47 (Figure it Out प्र.1) लीप वर्ष (a) तुम्हारे जन्म वर्ष से अब तक (b) 2024 से 2099 तक।

उत्तर- (a) जन्म वर्ष से 4 के सब गुणज लिखो (100 से विभाज्य पर 400 से नहीं, जैसे 2100, को छोड़कर)।

(b) 2024, 2028, ..., 2096 → 19 लीप वर्ष।

प्र.48 4 से विभाज्य सबसे बड़ी और सबसे छोटी 4-अंकीय पैलिंड्रोम।

उत्तर- पैलिंड्रोम abba, 4 से विभाज्य तब है जब उसके आखिरी दो अंक 'ba' विभाज्य हों। आखिरी अंक a सम होना चाहिए। सबसे बड़ी: 8888 ($88 \div 4 = 22$)। सबसे छोटी: 2112 ($12 \div 4 = 3$)।

प्र.49 हमेशा/कभी-कभी/कभी नहीं: (a) दो सम का योग 4 का गुणज (b) दो विषम का योग 4 का गुणज।

उत्तर- (a) कभी-कभी: $2 + 6 = 8$ हाँ, $2 + 4 = 6$ नहीं। (b) कभी-कभी: $1 + 3 = 4$ हाँ, $1 + 5 = 6$ नहीं।

प्र.50 78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345 को 10, 5, 2 से भाग देने पर शेषफल।

उत्तर- संख्या: $\div 10, \div 5, \div 2 \rightarrow 78: 8, 3, 0 \mid 99: 9, 4, 1 \mid 173: 3, 3, 1 \mid 572: 2, 2, 0 \mid 980: 0, 0, 0 \mid 1111: 1, 1, 1 \mid 2345: 5, 0, 11$

प्र.51 गुना ने सिर्फ दो संख्याओं की जाँच करके कहा कि 14560, 2, 4, 5, 8, 10 सबसे विभाज्य हैं। वे दो कौन-सी?

उत्तर- 5 और 8। 8 से विभाज्य हो तो 2 और 4 से भी; 5 और 2 से विभाज्य हो तो 10 से भी।

प्र.52 572, 2352, 5600, 6000, 77622160 में से कौन 2, 4, 5, 8 और 10 से विभाज्य हैं?

उत्तर- 5600, 6000 और 77622160 (इनका अंत 0 पर है और आखिरी तीन अंक 600, 000, 160 8 से विभाज्य हैं)।

प्र.53 दो संख्याएँ जिनका गुणनफल 10000 हो और इकाई का अंक 0 न हो।

उत्तर- $16 \times 625 = 10000$

प्र.54 (5.6) 9, 16, 25, 43 में हर संख्या विशेष क्यों है?

उत्तर- 9: अकेली एक-अंकीय और अकेली 3 का गुणज। कोई भी सही कारण चलेगा। 16: अकेली सम और 4 का गुणज; 25: अकेली 5 का गुणज; 43: अकेली अभाज्य (और अकेली अवर्ग)।

