ENGLISH SECTION (Hindi terms in brackets)

Proportional Reasoning – 2

Class 8 Maths (Ganita Prakash Part-II) • Notes + Step-by-Step Textbook Solutions + Board Questions (2026-27)

Chapter Review in Easy Language

1. Proportionality – a quick recap (समानुपात – संक्षिप्त पुनरावृत्ति)

- *When related quantities change by the* ***same factor****, they are in a* ***proportional relationship****. Ratios* ***a : b*** *and* ***c : d*** *are proportional if* ***a × d = b × c*** *(cross-multiplication), i.e. a/c = b/d. Idli batter 6 : 3 and 4 : 2 → 6 × 2 = 3 × 4 = 12 ✓ same taste.*

2. Ratios in maps (मानचित्र में अनुपात)

- ***Representative Fraction (RF)*** *= map distance : actual (geographical) distance, e.g. RF =* ***1 : 60,00,000*** *means 1 cm on the map = 60,00,000 cm on the ground. 60,00,000 cm ÷ 1,00,000 =* ***60 km****. It gives straight-line (geographical) distance,* ***not road distance****.*
- ***Method:*** *measure the map distance d cm with a ruler ⇒ actual distance = d × 60 km. Different maps have different scales, but the actual distance comes out about the same. Classroom map: scale 1 : 50 means 1 cm on paper = 50 cm in the room.*

3. Ratios with more than 2 terms (दो से अधिक पदों वाले अनुपात)

- *A ratio like* ***8 : 4 : 2 : 1*** *(coriander : chilli : toor dal : methi) can have many terms. If every quantity changes by the same factor the new ratio is proportional:* ***8 : 4 : 2 : 1 :: 4 : 2 : 1 : 0.5****, and a/p = b/q = c/r = d/s (factor ½).*
- ***Dividing a whole in a ratio a : b : c:*** *add the terms (a + b + c) = total parts;* ***one part = whole ÷ total parts****; each share = term × one part. Formula: first share =* ***x × a/(a + b + c)****, second = x × b/(a + b + c), third = x × c/(a + b + c). Example: 12 in 2 : 1 → 3 parts, 12 ÷ 3 = 4 ⇒ 8 and 4.*
- ***Angles of a triangle in a ratio:*** *angle sum = 180°, so split 180° in that ratio (1 : 3 : 5 → 20°, 60°, 100°). A triangle needs the sum of any two sides* ***greater*** *than the third (triangle inequality).*

4. A slice of the pie (पाई चार्ट)

- *A* ***pie chart*** *shows parts of a whole as slices of a circle. The angle of a slice is proportional to its data:* ***angle = (value ÷ total) × 360°****. So divide 360° in the ratio of the data (reduce the ratio by the HCF first). Grades A–E = 12 : 10 : 8 : 6 : 4 = 6 : 5 : 4 : 3 : 2 → one part = 360 ÷ 20 = 18° ⇒ 108°, 90°, 72°, 54°, 36°.*
- ***To draw it:*** *(1) draw a circle with centre A and radius AB; (2) from AB measure the first angle with a protractor and draw the next radius; (3) from that radius measure the next*

angle, and so on; (4) colour and label each slice. The angles must add up to 360°.

5. Direct and inverse proportion (सीधा और प्रतिलोम समानुपात)

- **Direct proportion (rule of three):** if $a : b :: c : d$ then $\mathbf{d = bc/a}$; both quantities increase (or decrease) by the same factor and x/y stays constant. 5 workers move 4500 bricks ⇒ 20 workers for 18000 bricks.
- **Inverse proportion:** when one quantity changes by a factor n the other changes by $\mathbf{1/n}$ (they change in opposite directions). $\mathbf{xy = k}$ (constant), so $\mathbf{x_1y_1 = x_2y_2}$ and $x_1/x_2 = y_2/y_1$. Speed × time = distance: 5 × 18 = 15 × 6 = 30 × 3 = 60 × 1.5 = **90 km** (Lucknow–Kanpur).
- **How to decide:** ask – if one quantity doubles, does the other **double** (direct) or become **half** (inverse)? More workers → fewer days (inverse). More cloth → more price (direct). Pumps: more pumps → less time (inverse).
- **Working together:** take the whole job as 1 unit. Ram does 1 job/hour; Shyam does 1/1.5 = 2/3 job/hour; together 1 + 2/3 = 5/3 jobs/hour ⇒ time for 1 job = 1 ÷ 5/3 = **3/5 hour** (work and time are in inverse relation: more work per hour → less time).
- **Worked examples in the book (not repeated here):** paint 2 : 3 : 5 with 10 L white ⇒ 4 L red, 6 L blue; concrete 1 : 1.5 : 3 with 110 units ⇒ 20, 30, 60; triangle 1 : 3 : 5 angles ⇒ 20°, 60°, 100°; 20 workers 4 days ⇒ 10 workers 8 days; 2 pumps 18 h ⇒ 4 pumps 9 h; provisions for 80 students 15 days ⇒ 100 students 12 days.

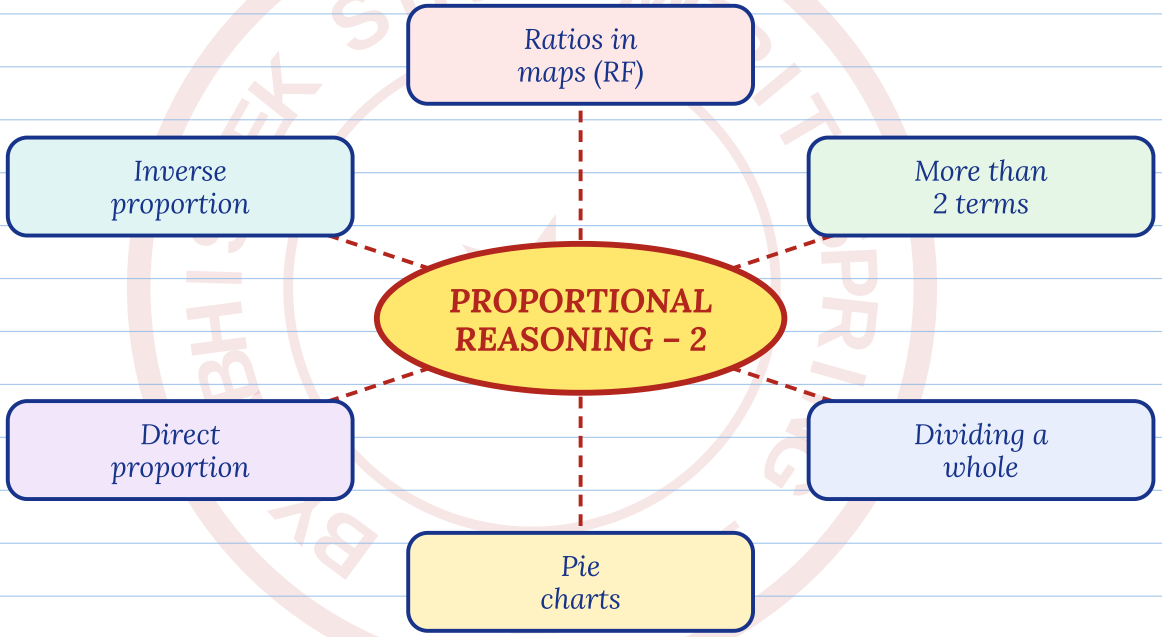
Important Terms (Glossary)

Term	Meaning
Ratio	Comparison of quantities by division, $a : b$.
Proportion	Equality of two ratios, $a : b :: c : d$.
Cross-multiplication	$a : b$ and $c : d$ proportional if $a \times d = b \times c$.
Representative Fraction (RF)	Map distance : actual distance, e.g. 1 : 60,00,000.
Pie chart	Circle divided into slices whose angles are proportional to data.
Direct proportion	Both quantities change by the same factor; x/y is constant.
Inverse proportion	One changes by n, other by $1/n$; xy is constant.
Rule of three	Find d from $a : b :: c : d$, $d = bc/a$.
Constant of proportionality	The fixed value k in $xy = k$ (or $x/y = k$).

Quick Revision & Formulas

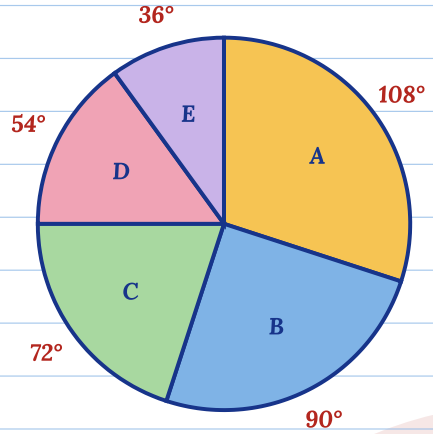
- *Proportional:* $a : b :: c : d \Leftrightarrow \mathbf{a \times d = b \times c} \Leftrightarrow a/c = b/d$. *Multi-term:* $a/p = b/q = c/r = d/s$.
- *Share of* x *in ratio* $a : b : c = \mathbf{x \times a/(a + b + c)}$, $x \times b/(a + b + c)$, $x \times c/(a + b + c)$.
- *Map: actual distance = map distance × (second term of RF); 1 km = 1,00,000 cm.*
- *Pie chart:* **angle = (value ÷ total) × 360°**; *sum of angles = 360°; % → angle: 1% = 3.6°.*
- *Direct:* $\mathbf{x_1/y_1 = x_2/y_2}$ $(x/y = k)$. *Inverse:* $\mathbf{x_1y_1 = x_2y_2}$ $(xy = k)$.
- *Two people/pumps together:* $\mathbf{time = 1 \div (1/t_1 + 1/t_2)}$; $t_1 = 3$, $t_2 = 2 \Rightarrow 1 \div 5/6 = 6/5$ h.
- *Triangle with sides in ratio exists only if the sum of the two smaller terms > the largest term.*

Diagrams, Tables & Flowcharts



Concept map

Pie charts



Grades (40 students): A 12, B 10, C 8, D 6, E 4

Ratio 12 : 10 : 8 : 6 : 4 = 6 : 5 : 4 : 3 : 2

One part = 360° ÷ 20 = 18°

A 6×18 = 108°, B 5×18 = 90°

C 4×18 = 72°, D 3×18 = 54°, E 2×18 = 36°

Total = 360° ✓

Grade distribution: angle of each slice = (students ÷ 40) × 360°

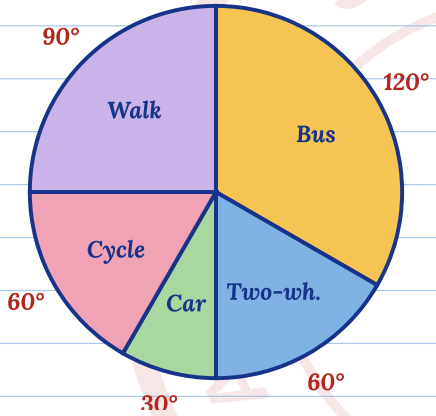


Fig. 5 (p.68): modes of transport

Bus 120° Walk 90°

Cycle 60° Two-wheeler 60°

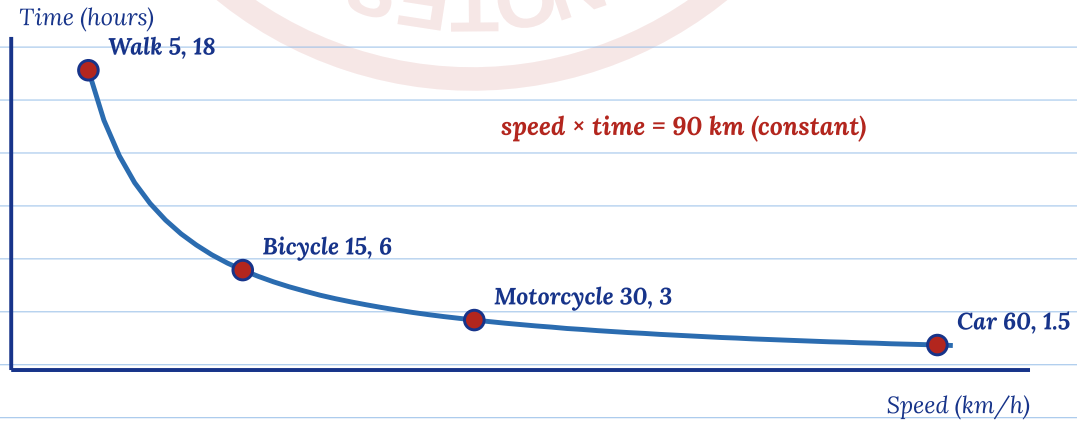
Car = 360 − (120+90+60+60) = 30°

30° = 18 children ⇒ 1° = 0.6

Total = 360 × 0.6 = 216 children

Transport pie chart (textbook p.68) with the missing 30° car slice

Inverse proportion: speed and time (Lucknow → Kanpur)



As speed increases, time decreases; speed × time stays 90

Mode	Speed (km/h)	Time (h)	Speed × Time

Walk	5	18	90
Bicycle	15	6	90
Motorcycle	30	3	90
Car	60	1.5	90

Table: Direct vs Inverse proportion

	Direct	Inverse
Change	Both increase / both decrease	One increases, other decreases
Constant	$x/y = k$	$x \times y = k$
Equation	$x_1/y_1 = x_2/y_2$	$x_1y_1 = x_2y_2$
Examples	Cloth length & price; pages & reading time	Workers & days; speed & time; pumps & time

Flowchart: direct or inverse?

Identify the two quantities ➤ Ask: if one doubles, what happens to the other? ➤ Doubles ⇒ DIRECT: $x_1/y_1 = x_2/y_2$ ➤ Halves ⇒ INVERSE: $x_1y_1 = x_2y_2$ ➤ Put the numbers in, solve for the unknown

Step-by-Step Textbook Solutions

In-text (p.55–56): Are the idli ratios 6 : 3 and 4 : 2 proportional? Convert 60,00,000 cm to km. Find the geographical distance Bengaluru–Chennai and Mangaluru–Chennai on the map (RF 1 : 60,00,000).

Ans. Idli: Step 1: cross-multiply $6 \times 2 = 12$ and $3 \times 4 = 12$. Step 2: both are 12, so the ratios are ***proportional***.

Convert: 60,00,000 cm ÷ 100 = 60,000 m ÷ 1000 = **60 km ✓**.

Map distances: Step 1: measure with a ruler the map distance d (in cm) between the two city dots. Step 2: actual distance = d × 60 km.

Bengaluru–Chennai: read from the map's degree grid, the two cities are about 2.7° of longitude apart (≈ 290 km), so a ruler should read about **4.8 cm ⇒ about 290 km**.

Mangaluru–Chennai: about 5.4° apart (≈ 590 km), ruler ≈ **9.8 cm ⇒ about 590 km**.

(The printed map is marked 'Map not to scale', so trust the 'ruler × 60' method on your own copy; answers are approximate. Road distances are longer.)

Figure it Out (p.60) Q1: Cricket coach – 150-minute session in the ratio warm-up/cool-down : batting : bowling : fielding = 3 : 4 : 3 : 5. Time for each?

Ans. Step 1: *Add the terms: 3 + 4 + 3 + 5 = 15 parts.*

Step 2: *One part = 150 ÷ 15 = 10 minutes.*

Step 3: *Warm-up/cool-down = 3 × 10 =* **30 min**; *batting = 4 × 10 =* **40 min**; *bowling = 3 × 10 =* **30 min**; *fielding = 5 × 10 =* **50 min**.

Check: 30 + 40 + 30 + 50 = 150 ✓.

Figure it Out (p.60) Q2: Library books Odiya : Hindi : English = 3 : 2 : 1. There are 288 Odiya books. How many Hindi and English books?

Ans. Step 1: *Odiya = 3 parts = 288 books.*

Step 2: *One part = 288 ÷ 3 = 96 books.*

Step 3: *Hindi = 2 parts = 2 × 96 =* **192 books**.

Step 4: *English = 1 part =* **96 books**.

Check: 288 : 192 : 96 = 3 : 2 : 1 ✓ *(divide by 96).*

Figure it Out (p.60) Q3: 100 coins, ₹10 : ₹5 : ₹2 : ₹1 coins = 4 : 3 : 2 : 1. How much money?

Ans. Step 1: *Total parts = 4 + 3 + 2 + 1 = 10; one part = 100 ÷ 10 = 10 coins.*

Step 2: *₹10 coins = 40, ₹5 coins = 30, ₹2 coins = 20, ₹1 coins = 10.*

Step 3: *Money: 40 × 10 = ₹400; 30 × 5 = ₹150; 20 × 2 = ₹40; 10 × 1 = ₹10.*

Step 4: *Total = 400 + 150 + 40 + 10 =* **₹600**.

Figure it Out (p.60) Q4 (Math Talk): Construct a triangle with sides in the ratio 3 : 4 : 5. Will all such triangles be congruent?

Ans. Construction (e.g. 3 cm, 4 cm, 5 cm): *Step 1: draw AB = 4 cm. Step 2: with centre A and radius 3 cm draw an arc. Step 3: with centre B and radius 5 cm draw another arc cutting the first at C. Step 4: join AC and BC. Triangle ABC has sides 3 : 4 : 5 (it is also a right triangle: 9 + 16 = 25).*

Congruent? No. *The triangles 3-4-5 cm and 6-8-10 cm both have the ratio 3 : 4 : 5 but different sizes. They have the* ***same shape*** *(all angles equal) but are* ***not congruent***. *They are congruent only if the actual side lengths are also equal (SSS).*

Figure it Out (p.60) Q5: Can you construct a triangle with sides in the ratio 1 : 3 : 5?

Ans. Step 1: *In any triangle the sum of two sides must be* ***greater*** *than the third side.*

Step 2: *Take sides k, 3k, 5k. The two smaller sides add up to k + 3k = 4k.*

Step 3: *4k is* **less than** *5k, so the two small sides cannot reach each other.*

Answer: No, *such a triangle cannot be constructed (the arcs never meet).*

Figure it Out (p.62) Q1: 360 people vote for the favourite season: 90 summer, 120 rainy, the rest winter. Draw a pie chart.

Ans. Step 1: *Winter = 360 − 90 − 120 = 150 people.*

Step 2: *Since there are 360 people and 360° in a circle,* **1 person = 1°.**

Step 3: *Angles: Summer = 90°, Rainy = 120°, Winter = 150°. Check: 90 + 120 + 150 = 360° ✓.*

Step 4 (draw): *draw a circle and a radius; from it measure 90° (summer), then 120° (rainy) from the new radius, the remaining 150° is winter. Colour and label.*

Figure it Out (p.62) Q2: Pie chart of favourite TV channel type: Entertainment 50%, Sports 25%, News 15%, Information 10%.

Ans. Step 1: *100% = 360°, so 1% = 3.6°.*

Step 2: *Entertainment = 50 × 3.6 =* **180°** *(half circle).*

Step 3: *Sports = 25 × 3.6 =* **90°**; *News = 15 × 3.6 =* **54°**; *Information = 10 × 3.6 =* **36°**.

Check: *180 + 90 + 54 + 36 = 360° ✓.*

Draw: *mark the angles in this order from a radius with the protractor; colour and label each slice.*

Figure it Out (p.62–63) Q3: Pie chart of favourite subjects of the students in your class (activity).

Ans. Method (use your own class data): *Step 1: ask each student to choose one subject; fill the table. Step 2: total students N. Step 3: for each subject, angle = (students in that subject ÷ N) × 360°. Step 4: check the angles add to 360°. Step 5: draw the slices with a protractor.*

Sample (made-up data, N = 40): *Language 8, Arts 4, Vocational 2, Social Science 6, Physical Education 4, Maths 8, Science 8 ⇒ 1 student = 9° ⇒ 72°, 36°, 18°, 54°, 36°, 72°, 72° (sum 360° ✓).*

Math Talk (p.63–64): (a) Can we write 30 : 60 :: 3 : x for the Lucknow–Kanpur problem? (b) Does time rise or fall as speed rises? (c) Check that speed and time change by the same factor for other modes. (d) Is y_2/y_1 equal to x_1/x_2 for walking and car?

Ans. (a) No. *That is the direct-proportion pattern. Speed doubles (30 → 60) but time does not double; it becomes half. Correct: 30 × 3 = 60 × x ⇒ x = 90 ÷ 60 =* **1.5 hours**.

(b) *Time* ***decreases*** *as speed increases.*

(c) *Bicycle → motorcycle: speed × 2 (15 → 30), time ÷ 2 (6 → 3) ✓. Motorcycle → car: speed × 2 (30 → 60), time ÷ 2 (3 → 1.5) ✓. Walk → car: speed × 12, time ÷ 12 (18 → 1.5) ✓.*

(d) *$x_1/x_2 = 5/60 = 0.0833...$; $y_2/y_1 = 1.5/18 = 0.0833...$ ✓ equal. So* **$x_1/x_2 = y_2/y_1$**.

Figure it Out (p.65) Q1: Which tables show inverse proportion? (i) x: 40, 80, 25, 16; y: 20, 10,

32, 50. (ii) x: 40, 80, 25, 16; y: 20, 10, 12.5, 8. (iii) x: 30, 90, 150, 10; y: 15, 5, 3, 45.

Ans. Rule: *for inverse proportion the product $x \times y$ must be the same for every column.*

(i) $40 \times 20 = 800$; $80 \times 10 = 800$; $25 \times 32 = 800$; $16 \times 50 = 800 \Rightarrow$ *all equal* $\Rightarrow$ ***inverse proportion*** ✓.

(ii) $40 \times 20 = 800$; $80 \times 10 = 800$; $25 \times 12.5 = 312.5$; $16 \times 8 = 128 \Rightarrow$ *not equal* $\Rightarrow$ ***not inverse*** ✗.

(iii) $30 \times 15 = 450$; $90 \times 5 = 450$; $150 \times 3 = 450$; $10 \times 45 = 450 \Rightarrow$ ***inverse proportion*** ✓.

Figure it Out (p.65) Q2: Fill the empty cells if x and y are inversely proportional: x = 16, 12, _ _, 36; y = 9, _ _, 48, _ _.

Ans. Step 1: *Constant* $k = x \times y = 16 \times 9 = 144$.

Step 2: $x = 12$: $y = 144 \div 12 =$ **12**.

Step 3: $y = 48$: $x = 144 \div 48 =$ **3**.

Step 4: $x = 36$: $y = 144 \div 36 =$ **4**.

Table: $x = 16, 12, 3, 36$; $y = 9, 12, 48, 4$ *(every product = 144* ✓*)*.

Math Talk (p.66): Is the quantity of work done and the time taken directly or inversely proportional? How long will Ram (1 h) and Shyam (1.5 h) take together?

Ans. Per hour: *Ram does 1 job; Shyam does* $1 \div 1.5 = 2/3$ *job. Together* $1 + 2/3 =$ ***5/3 jobs per hour***.

Relation: *for the* ***same job*** *(fixed work), if more work is done per hour the time falls – rate and time are* ***inversely*** *proportional. But for a fixed rate, the amount of work done and time taken are* ***directly*** *proportional (the book uses this:* $5/3 : 1 :: 1 : x$*).*

Calculation: $x = (1 \times 1) \div (5/3) = 3/5$ *hour =* ***36 minutes*** $(3/5 \times 60 = 36)$.

Figure it Out (p.67) Q1: Which pairs are in inverse proportion? (i) taps filling a tank – time; (ii) painters – days to paint a wall; (iii) distance a car can travel – petrol in tank; (iv) speed of cyclist – time for a fixed route; (v) length of cloth – price at fixed rate; (vi) pages in a book – reading time at fixed speed.

Ans. Test: *if the first quantity doubles, does the second halve (inverse) or double (direct)?*

(i) *More taps → tank fills faster (time halves)* $\Rightarrow$ ***inverse*** ✓ *(taps of the same flow).*

(ii) *More painters → fewer days* $\Rightarrow$ ***inverse*** ✓.

(iii) *More petrol → more distance* $\Rightarrow$ *direct* ✗.

(iv) *Higher speed → less time for the same route* $\Rightarrow$ ***inverse*** ✓.

(v) *More cloth → more price* $\Rightarrow$ *direct* ✗.

(vi) *More pages → more reading time* $\Rightarrow$ *direct* ✗.

***Inverse pairs:* (i), (ii), (iv).**

Figure it Out (p.67) Q2: If 24 pencils cost ₹120, how much will 20 such pencils cost?

Ans. Step 1: *More pencils → more cost, so it is* ***direct*** *proportion: 24 : 120 :: 20 : x.*

Step 2: *x = (120 × 20) ÷ 24 = 2400 ÷ 24 =* **₹100**.

Other way: *1 pencil = 120 ÷ 24 = ₹5; 20 pencils = 20 × 5 = ₹100 ✓.*

Figure it Out (p.67) Q3 (Math Talk): A tank supplies 20 families for 6 days. If 10 more families move in, how long will the water last? What assumptions?

Ans. Step 1: *Families become 20 + 10 = 30. More families → water lasts fewer days ⇒* ***inverse*** *proportion.*

Step 2: *20 × 6 = 30 × x ⇒ 120 = 30x ⇒ x =* **4 days**.

Assumptions: *(1) every family uses the* ***same amount*** *of water each day; (2) the tank is* ***not refilled*** *and there is no leakage; (3) usage does not change from day to day.*

Figure it Out (p.67) Q4: Fill in the average hours of sleep per day for each animal using the charts (list: 15, 2.5, 20, 8, 3.5, 13, 10.5, 18).

Ans. How to read: *each ring is a 24-hour day; the* ***dark-blue*** *part is sleep. Hours = (blue angle ÷ 360°) × 24, i.e. 1 hour = 15°. Measuring the blue part of each ring:*

Top row: *giraffe ≈ 2.9 h →* **2.5**; *elephant ≈ 3.9 h →* **3.5**; *human (child) ≈ 7.9 h →* **8**; *the 4th animal (a dog/cub) ≈ 10.4 h →* **10.5**.

Bottom row: *cat ≈ 13 h →* **13**; *squirrel ≈ 15 h →* **15**; *snake ≈ 18 h →* **18**; *bat ≈ 20 h →* **20**.

So the answers in picture order are 2.5, 3.5, 8, 10.5, 13, 15, 18, 20 (all 8 numbers of the list are used once).

Figure it Out (p.68) Q5: Pie chart of the modes of transport (Walk 90°, Bus 120°, Cycle 60°, Two-wheeler 60°, Car = ?). (i) Most common mode? (ii) Fraction by car? (iii) If 18 children travel by car, how many took part? How many use taxis? (iv) Which two modes have equal numbers?

Ans. Missing angle: *Car = 360° − (90° + 120° + 60° + 60°) = 360° − 330° =* **30°**.

(i) *Biggest slice = Bus (120°) ⇒* ***bus*** *is the most common.*

(ii) *Car fraction = 30/360 =* **1/12**.

(iii) *30° ↔ 18 children ⇒ 1° = 18 ÷ 30 = 0.6 child. Total = 360 × 0.6 =* **216 children**. *The five slices already add up to 360°, so there is* ***no taxi slice – 0 children*** *use taxis. (Check: Bus 72 + Walk 54 + Cycle 36 + Two-wheeler 36 + Car 18 = 216 ✓.)*

(iv) ***Cycle and two-wheeler*** *(both 60°).*

Figure it Out (p.68) Q6: Three workers can paint a fence in 4 days. If one more worker joins, how many days? Assumptions?

Ans. Step 1: Workers 3 → 4. More workers → fewer days ⇒ **inverse** proportion.

Step 2: $3 \times 4 = 4 \times x \Rightarrow 12 = 4x \Rightarrow x =$ **3 days**.

Assumptions: all workers work at the **same speed**; the new worker starts from the beginning; the work is shared equally; nobody takes breaks and the fence is the same size.

Figure it Out (p.68) Q7: A pump fills 2 tanks of the same size in 6 hours. How long to fill 5 such tanks?

Ans. Step 1: More tanks → more time ⇒ **direct** proportion: $2 : 6 :: 5 : x$.

Step 2: $x = (6 \times 5) \div 2 = 30 \div 2 =$ **15 hours**.

Other way: 1 tank = $6 \div 2 = 3$ h; 5 tanks = $5 \times 3 = 15$ h ✓.

Figure it Out (p.68) Q8: Chairs are in 25 rows of 12. If rearranged with 20 chairs per row, how many rows?

Ans. Step 1: Total chairs = $25 \times 12 = 300$ (it stays the same).

Step 2: More chairs per row → fewer rows ⇒ **inverse** proportion: $25 \times 12 = x \times 20$.

Step 3: $x = 300 \div 20 =$ **15 rows**.

Figure it Out (p.68) Q9: A school has 8 periods a day of 45 minutes each. How long is each period if there are 9 periods and the school hours stay the same?

Ans. Step 1: Total school time = $8 \times 45 = 360$ minutes (fixed).

Step 2: More periods → shorter periods ⇒ **inverse** proportion: $8 \times 45 = 9 \times x$.

Step 3: $x = 360 \div 9 =$ **40 minutes**.

Figure it Out (p.68) Q10: A small pump fills a tank in 3 hours and a large pump in 2 hours. How long if both are used together?

Ans. Step 1: Take the tank as 1 unit of work.

Step 2: In 1 hour the small pump fills 1/3 and the large pump 1/2.

Step 3: Together in 1 hour: $1/3 + 1/2 = 2/6 + 3/6 =$ **5/6** of the tank.

Step 4: Time for the whole tank = $1 \div 5/6 = 6/5$ hours = **1.2 hours = 1 hour 12 minutes** ($0.2 \times 60 = 12$).

Figure it Out (p.68) Q11: A factory needs 42 machines to make a number of toys in 63 days. How many machines are needed to do it in 54 days?

Ans. Step 1: Fewer days → more machines ⇒ **inverse** proportion.

Step 2: $42 \times 63 = x \times 54$.

Step 3: $42 \times 63 = 2646$; $x = 2646 \div 54 =$ **49 machines**.

Figure it Out (p.68) Q12: A car takes 2 hours at 60 km/h. How long at 80 km/h?

Ans. Step 1: Higher speed → less time ⇒ **inverse** proportion (distance is fixed).

Step 2: Distance = 60 × 2 = 120 km. Using $x_1y_1 = x_2y_2$: 60 × 2 = 80 × y.

Step 3: y = 120 ÷ 80 = **1.5 hours** (1 hour 30 minutes).

Board-Pattern Questions – 1 Mark

1. When are two ratios a : b and c : d proportional? (1)

Ans. When $a \times d = b \times c$.

2. What does RF = 1 : 60,00,000 mean? (1)

Ans. 1 cm on the map = 60,00,000 cm (60 km) on the ground.

3. Divide 12 in the ratio 2 : 1. (1)

Ans. 8 and 4.

4. Sum of the angles of a pie chart? (1)

Ans. 360°.

5. Angle for 25% in a pie chart? (1)

Ans. 90°.

6. Write the condition for inverse proportion. (1)

Ans. $xy = k$ (constant), i.e. $x_1y_1 = x_2y_2$.

7. Are speed and time (fixed distance) directly or inversely proportional? (1)

Ans. Inversely proportional.

8. If 5 workers take 12 days, how many days will 10 workers take? (1)

Ans. 6 days.

9. Cloth length and price at a fixed rate – direct or inverse? (1)

Ans. Direct.

10. Can a triangle have sides in the ratio 1 : 3 : 5? (1)

Ans. No, because 1 + 3 < 5.

11. Angles of a triangle are in the ratio 1 : 3 : 5. Find the smallest angle. (1)

Ans. 180° × 1/9 = 20°.

12. 24 pencils cost ₹120. Cost of 1 pencil? (1)

Ans. ₹5.

Board-Pattern Questions – 3 Marks

1. Divide ₹2,400 among A, B, C in the ratio 2 : 3 : 7. (3)

Ans. Total parts = 2 + 3 + 7 = 12; one part = 2400 ÷ 12 = ₹200. A = 2 × 200 = ₹400; B = 3 × 200 = ₹600; C = 7 × 200 = ₹1400. (400 + 600 + 1400 = 2400 ✓)

2. A map has RF 1 : 50,00,000. Two cities are 6 cm apart on the map. Find the actual distance in km. (3)

Ans. Actual = 6 × 50,00,000 cm = 3,00,00,000 cm. 1 km = 1,00,000 cm, so distance = 3,00,00,000 ÷ 1,00,000 = 300 km.

3. 15 workers build a wall in 24 days. How many days will 20 workers take? (3)

Ans. More workers → fewer days (inverse). 15 × 24 = 20 × x ⇒ 360 = 20x ⇒ x = 18 days.

4. In a survey of 120 students, 48 like cricket, 36 football, 24 hockey, the rest badminton. Find the angle of each slice in a pie chart. (3)

Ans. Badminton = 120 − 48 − 36 − 24 = 12. One student = 360° ÷ 120 = 3°. Cricket = 48 × 3 = 144°; Football = 36 × 3 = 108°; Hockey = 24 × 3 = 72°; Badminton = 12 × 3 = 36°. Sum = 360° ✓.

5. Two pipes fill a tank in 4 hours and 12 hours. How long will they take together? (3)

Ans. In 1 hour: 1/4 + 1/12 = 3/12 + 1/12 = 4/12 = 1/3 of the tank. Time = 1 ÷ 1/3 = 3 hours.

Board-Pattern Questions – 5 Marks

1. Divide 180° in the ratio 2 : 3 : 4 to find the angles of a triangle and name the type of triangle. Also explain why sides in the ratio 2 : 3 : 7 cannot form a triangle. (5)

Ans. Step 1: Total parts = 2 + 3 + 4 = 9; one part = 180° ÷ 9 = 20°.

Step 2: Angles = 2 × 20 = 40°, 3 × 20 = 60°, 4 × 20 = 80°. (Sum 180° ✓)

Step 3: All angles are less than 90°, so it is an **acute-angled** triangle.

Step 4: For sides 2k, 3k, 7k: 2k + 3k = 5k, which is less than 7k – the triangle inequality fails, so no triangle can be formed.

2. A hostel has food for 60 students for 30 days. After 10 days, 30 more students join. For how many more days will the remaining food last? (5)

Ans. Step 1: Total food = 60 × 30 = 1800 student-days.

Step 2: Used in 10 days = 60 × 10 = 600 student-days; left = 1800 − 600 = 1200.

Step 3: Students now = 60 + 30 = 90.

Step 4: More students → fewer days (inverse): 1200 = 90 × x ⇒ x = 1200 ÷ 90 = 13⅓ days.

Answer: the food lasts 13⅓ days (about 13 days 8 hours) more.

3. Ratio of cement : sand : gravel is 1 : 1.5 : 3. How much of each is needed for 66 units of concrete? Also tell why the ratio can be written as 2 : 3 : 6. (5)

Ans. *Step 1: Multiply by 2 to remove the decimal: 1 : 1.5 : 3 = 2 : 3 : 6 (both terms multiplied by the same number, so the ratio is the same).*

Step 2: Total parts = 2 + 3 + 6 = 11; one part = 66 ÷ 11 = 6 units.

Step 3: Cement = 2 × 6 = 12 units; sand = 3 × 6 = 18 units; gravel = 6 × 6 = 36 units.

Check: 12 + 18 + 36 = 66 ✓.

ABHISHEK SIR • MERIT SPRING • NOTES BY

हिन्दी भाग (Hindi Section)

समानुपातिक तर्क – 2

कक्षा 8 गणित (गणित प्रकाश भाग-II) • नोट्स + चरण-दर-चरण हल + बोर्ड प्रश्न (2026-27)

आसान भाषा में अध्याय की समीक्षा

1. समानुपात – संक्षिप्त पुनरावृत्ति

- जब संबंधित राशियाँ **एक ही गुणक** से बदलती हैं तो उनमें **समानुपात** होता है। अनुपात **a : b** और **c : d** समानुपाती हैं यदि **a × d = b × c** (तिर्यक गुणन), यानी a/c = b/d। इडली घोल 6 : 3 और 4 : 2 → 6 × 2 = 3 × 4 = 12 ✓ स्वाद समान।

2. मानचित्र में अनुपात

- **प्रतिनिधि भिन्न (RF)** = मानचित्र की दूरी : वास्तविक (भौगोलिक) दूरी, जैसे RF = **1 : 60,00,000** का अर्थ मानचित्र पर 1 सेमी = ज़मीन पर 60,00,000 सेमी। 60,00,000 सेमी ÷ 1,00,000 = **60 किमी**। यह सीधी (भौगोलिक) दूरी देता है, **सड़क की दूरी नहीं**।
- **विधि:** स्केल से मानचित्र की दूरी d सेमी मापो ⇒ वास्तविक दूरी = d × 60 किमी। अलग मानचित्रों के स्केल अलग होते हैं, पर वास्तविक दूरी लगभग समान आती है। कक्षा का नक्शा: स्केल 1 : 50 यानी कागज़ पर 1 सेमी = कमरे में 50 सेमी।

3. दो से अधिक पदों वाले अनुपात

- **8 : 4 : 2 : 1** (धनिया : मिर्च : तूर दाल : मेथी) जैसे अनुपात में कई पद हो सकते हैं। यदि हर मात्रा एक ही गुणक से बदले तो नया अनुपात समानुपाती है: **8 : 4 : 2 : 1 :: 4 : 2 : 1 : 0.5** और a/p = b/q = c/r = d/s (गुणक ½)।
- **पूर्ण को अनुपात a : b : c में बाँटना:** पदों को जोड़ो (a + b + c) = कुल भाग; **एक भाग = पूर्ण ÷ कुल भाग**; हर हिस्सा = पद × एक भाग। सूत्र: पहला हिस्सा = **x × a/(a + b + c)**, दूसरा = x × b/(a + b + c), तीसरा = x × c/(a + b + c)। उदाहरण: 12 को 2 : 1 में → 3 भाग, 12 ÷ 3 = 4 ⇒ 8 और 4।
- **अनुपात में त्रिभुज के कोण:** कोणों का योग = 180°, इसलिए 180° को उसी अनुपात में बाँटो (1 : 3 : 5 → 20°, 60°, 100°)। त्रिभुज के लिए किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी से **अधिक** होना चाहिए (त्रिभुज असमिका)।

4. पाई चार्ट

- **पाई चार्ट** पूर्ण के भागों को वृत्त के टुकड़ों (स्लाइस) से दिखाता है। स्लाइस का कोण आँकड़े के समानुपाती होता है: **कोण = (मान ÷ कुल) × 360°**। अत: 360° को आँकड़ों के अनुपात में बाँटो (पहले अनुपात को HCF से घटाओ)। ग्रेड A–E = 12 : 10 : 8 : 6 : 4 = 6 : 5 : 4 : 3 : 2 → एक भाग = 360 ÷ 20 = 18° ⇒ 108°, 90°, 72°, 54°, 36°।
- **बनाने की विधि:** (1) केंद्र A और त्रिज्या AB का वृत्त बनाओ; (2) AB से चाँदे द्वारा पहला कोण मापकर अगली त्रिज्या खींचो; (3) उस त्रिज्या से अगला कोण मापो, इसी तरह आगे; (4) हर

स्लाइस में रंग भरो व नाम लिखो। कोणों का योग 360° होना चाहिए।

5. सीधा और प्रतिलोम समानुपात

- **सीधा समानुपात (त्रैराशिक नियम):** यदि a : b :: c : d तो **d = bc/a**; दोनों राशियाँ एक ही गुणक से बढ़ती (या घटती) हैं और x/y अचर रहता है। 5 मज़दूर 4500 ईंटें ⇒ 18000 ईंटों के लिए 20 मज़दूर।
- **प्रतिलोम समानुपात:** जब एक राशि n गुना बदले तो दूसरी **1/n** गुना बदलती है (विपरीत दिशा में)। **xy = k** (अचर), अतः $x_1y_1 = x_2y_2$ और $x_1/x_2 = y_2/y_1$। चाल × समय = दूरी : 5 × 18 = 15 × 6 = 30 × 3 = 60 × 1.5 = **90 किमी** (लखनऊ–कानपुर)।
- **कैसे पहचानें:** पूछो – एक राशि दुगुनी हो तो दूसरी **दुगुनी** (सीधा) होगी या **आधी** (प्रतिलोम)? अधिक मज़दूर → कम दिन (प्रतिलोम)। अधिक कपड़ा → अधिक कीमत (सीधा)। पंप : अधिक पंप → कम समय (प्रतिलोम)।
- **मिलकर काम:** पूरे काम को 1 इकाई लो। राम 1 काम/घंटा करता है; श्याम 1/1.5 = 2/3 काम/घंटा; दोनों मिलकर 1 + 2/3 = 5/3 काम/घंटा ⇒ 1 काम का समय = 1 ÷ 5/3 = **3/5 घंटा** (प्रति घंटा अधिक काम → कम समय)।
- **पुस्तक के हल किए उदाहरण (यहाँ दोहराए नहीं):** पेंट 2 : 3 : 5, सफेद 10 ली ⇒ 4 ली लाल, 6 ली नीला; कंक्रीट 1 : 1.5 : 3, 110 इकाई ⇒ 20, 30, 60; त्रिभुज 1 : 3 : 5 के कोण ⇒ 20°, 60°, 100°; 20 मज़दूर 4 दिन ⇒ 10 मज़दूर 8 दिन; 2 पंप 18 घंटे ⇒ 4 पंप 9 घंटे; 80 छात्रों के लिए 15 दिन का राशन ⇒ 100 छात्रों के लिए 12 दिन।

महत्वपूर्ण शब्द (शब्दावली)

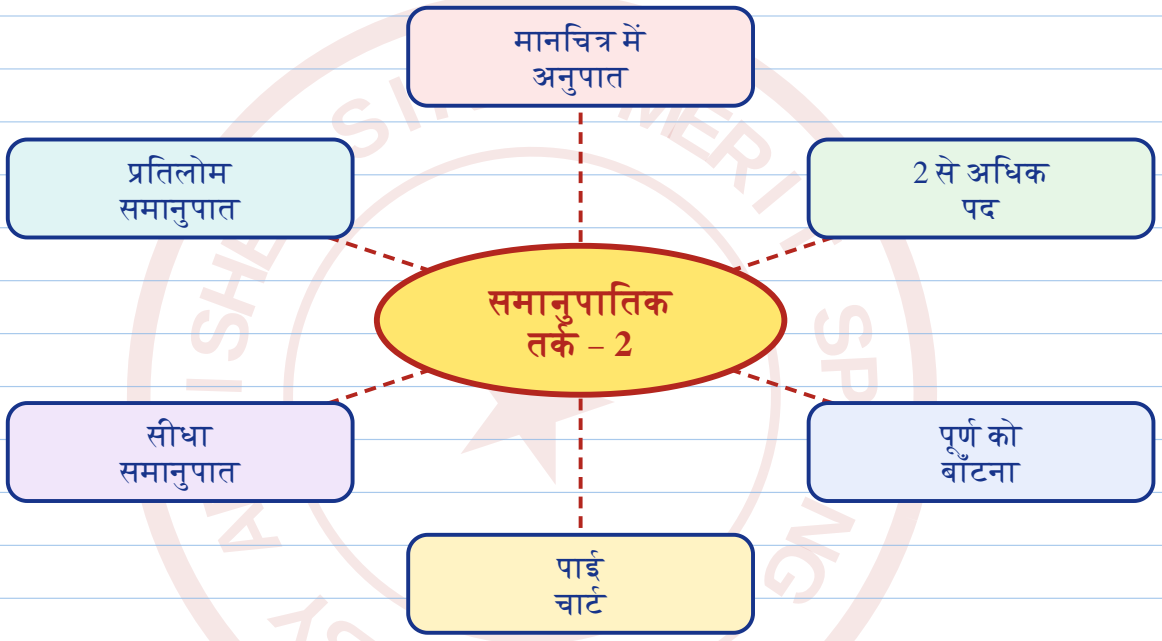
शब्द	अर्थ / परिभाषा
अनुपात	भाग द्वारा राशियों की तुलना, a : b।
समानुपात	दो अनुपातों की समानता, a : b :: c : d।
तिर्यक गुणन	a : b और c : d समानुपाती यदि a × d = b × c।
प्रतिनिधि भिन्न	मानचित्र दूरी : वास्तविक दूरी, जैसे 1 : 60,00,000।
पाई चार्ट	वृत्त जिसके स्लाइसों के कोण आँकड़ों के समानुपाती हों।
सीधा समानुपात	दोनों राशियाँ एक ही गुणक से बदलें; x/y अचर।
प्रतिलोम समानुपात	एक n गुना, दूसरी 1/n गुना बदले; xy अचर।
त्रैराशिक नियम	a : b :: c : d से d ज्ञात करना, d = bc/a।
समानुपात अचर	xy = k (या x/y = k) में स्थिर मान k।

त्वरित पुनरावृत्ति व सूत्र

- समानुपाती : a : b :: c : d ⇔ **a × d = b × c** ⇔ a/c = b/d। बहु-पद : a/p = b/q = c/r = d/s।

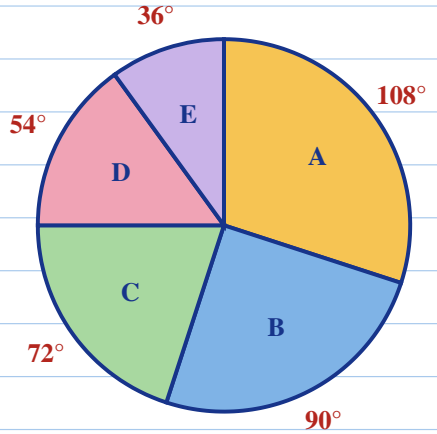
- x का अनुपात a : b : c में हिस्सा = **x × a/(a + b + c)**, x × b/(a + b + c), x × c/(a + b + c)।
- मानचित्र : वास्तविक दूरी = मानचित्र दूरी × (RF का दूसरा पद) ; 1 किमी = 1,00,000 सेमी।
- पाई चार्ट : **कोण = (मान ÷ कुल) × 360°** ; कोणों का योग = 360° ; % → कोण : 1% = 3.6°।
- सीधा : $x_1/y_1 = x_2/y_2$ (x/y = k)। प्रतिलोम : $x_1y_1 = x_2y_2$ (xy = k)।
- दो व्यक्ति/पंप साथ : **समय = 1 ÷ (1/t_1 + 1/t_2)** ; $t_1 = 3$, $t_2 = 2 \Rightarrow 1 \div 5/6 = 6/5$ घंटा।
- अनुपात में भुजाओं वाला त्रिभुज तभी बनेगा जब दो छोटे पदों का योग सबसे बड़े पद से अधिक हो।

चित्र, तालिकाएँ और फ्लोचार्ट



अवधारणा-मानचित्र

पाई चार्ट



ग्रेड (40 छात्र) : A 12, B 10, C 8, D 6, E 4

अनुपात 12 : 10 : 8 : 6 : 4 = 6 : 5 : 4 : 3 : 2

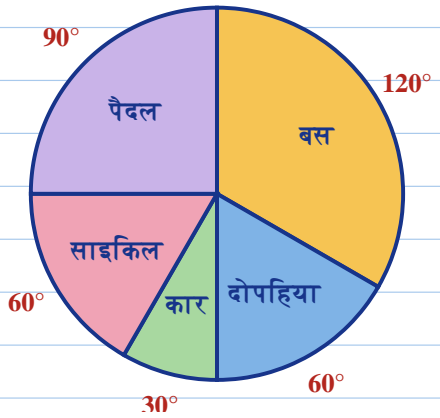
एक भाग = 360° ÷ 20 = 18°

A 6×18 = 108°, B 5×18 = 90°

C 4×18 = 72°, D 3×18 = 54°, E 2×18 = 36°

कुल = 360° ✓

ग्रेड वितरण : हर स्लाइस का कोण = (छात्र ÷ 40) × 360°



परिवहन पाई चार्ट (पृ.68) – कार का लुप्त 30° स्लाइस

प्र.5 (पृ.68) : विद्यालय जाने के साधन

बस 120° पैदल 90°

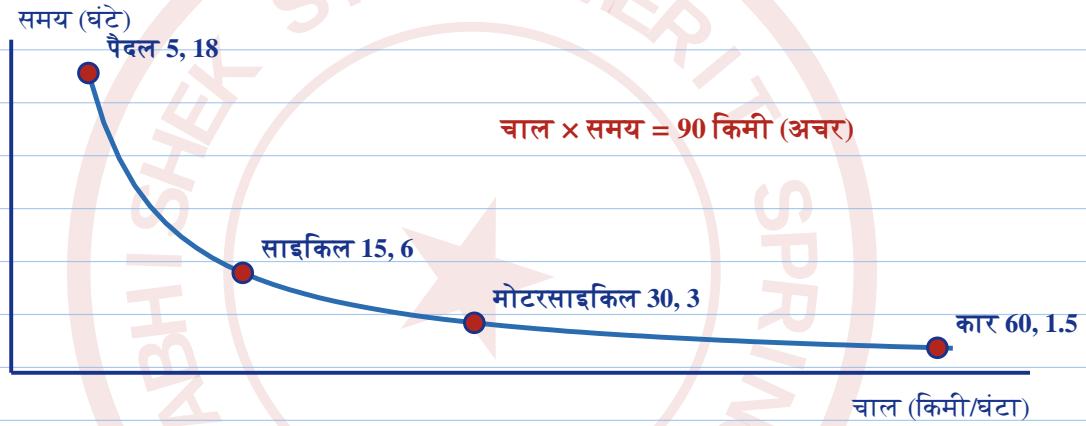
साइकिल 60° दोपहिया 60°

कार = 360 – (120+90+60+60) = 30°

30° = 18 बच्चे ⇒ 1° = 0.6

कुल = 360 × 0.6 = 216 बच्चे

प्रतिलोम समानुपात : चाल और समय (लखनऊ → कानपुर)



चाल बढ़ने पर समय घटता है ; चाल × समय = 90 अचर

साधन	चाल (किमी/घंटा)	समय (घंटे)	चाल × समय
पैदल	5	18	90
साइकिल	15	6	90
मोटरसाइकिल	30	3	90
कार	60	1.5	90

तालिका : सीधा बनाम प्रतिलोम समानुपात

	सीधा	प्रतिलोम
परिवर्तन	दोनों बढ़ें / दोनों घटें	एक बढ़े, दूसरी घटे
अचर	$x/y = k$	$x \times y = k$
समीकरण	$x_1/y_1 = x_2/y_2$	$x_1y_1 = x_2y_2$

उदाहरण	कपड़े की लंबाई व कीमत ; पृष्ठ व पढ़ने का समय	मज़दूर व दिन ; चाल व समय ; पंप व समय

फ्लोचार्ट : सीधा या प्रतिलोम ?

दोनों राशियाँ पहचानो ➤ पूछो : एक दुगुनी हो तो दूसरी का क्या होगा ? ➤ दुगुनी ⇒ सीधा : $x_1/y_1 = x_2/y_2$ ➤ आधी ⇒ प्रतिलोम : $x_1y_1 = x_2y_2$ ➤ संख्याएँ रखकर अज्ञात ज्ञात करो

पाठ्यपुस्तक के चरण-दर-चरण हल

पाठ के प्रश्न (पृ.55–56) : क्या इडली के अनुपात 6 : 3 और 4 : 2 समानुपाती हैं ? 60,00,000 सेमी को किमी में बदलो। मानचित्र (RF 1 : 60,00,000) पर बेंगलुरु–चेन्नई और मंगलुरु–चेन्नई की भौगोलिक दूरी ज्ञात करो।

उत्तर : इडली : चरण 1 : तिर्यक गुणन $6 \times 2 = 12$ और $3 \times 4 = 12$। चरण 2 : दोनों 12 हैं, अत: अनुपात **समानुपाती** हैं।

परिवर्तन : 60,00,000 सेमी ÷ 100 = 60,000 मी ÷ 1000 = **60 किमी** ✓।

मानचित्र की दूरी : चरण 1 : स्केल से दोनों शहरों के बिंदुओं के बीच मानचित्र की दूरी d (सेमी) मापो। चरण 2 : वास्तविक दूरी = d × 60 किमी।

बेंगलुरु–चेन्नई : मानचित्र की डिग्री-रेखाओं से दोनों शहर लगभग 2.7° देशांतर दूर हैं (≈ 290 किमी), अत: स्केल लगभग **4.8 सेमी ⇒ लगभग 290 किमी** देगा।

मंगलुरु–चेन्नई : लगभग 5.4° दूर (≈ 590 किमी), स्केल ≈ **9.8 सेमी ⇒ लगभग 590 किमी**।

(छपे मानचित्र पर 'Map not to scale' लिखा है, इसलिए अपनी प्रति पर 'स्केल × 60' विधि ही अपनाओ ; उत्तर लगभग हैं। सड़क की दूरी अधिक होती है।)

Figure it Out (पृ.60) प्र.1 : क्रिकेट कोच का 150 मिनट का सत्र : वार्म-अप/कूल-डाउन : बल्लेबाज़ी : गेंदबाज़ी : क्षेत्ररक्षण = 3 : 4 : 3 : 5। हर गतिविधि को कितना समय ?

उत्तर : चरण 1 : पदों का योग : 3 + 4 + 3 + 5 = 15 भाग।

चरण 2 : एक भाग = 150 ÷ 15 = 10 मिनट।

चरण 3 : वार्म-अप/कूल-डाउन = 3 × 10 = **30 मिनट** ; बल्लेबाज़ी = 4 × 10 = **40 मिनट** ; गेंदबाज़ी = 3 × 10 = **30 मिनट** ; क्षेत्ररक्षण = 5 × 10 = **50 मिनट**।

जाँच : 30 + 40 + 30 + 50 = 150 ✓।

Figure it Out (पृ.60) प्र.2 : पुस्तकालय में उड़िया : हिंदी : अंग्रेज़ी पुस्तकें = 3 : 2 : 1। उड़िया की 288 पुस्तकें हैं। हिंदी और अंग्रेज़ी की कितनी ?

उत्तर : चरण 1 : उड़िया = 3 भाग = 288 पुस्तकें।

चरण 2 : एक भाग = 288 ÷ 3 = 96 पुस्तकें।

चरण 3: हिंदी = 2 भाग = 2 × 96 = **192 पुस्तकें**।

चरण 4: अंग्रेज़ी = 1 भाग = **96 पुस्तकें**।

जाँच: 288 : 192 : 96 = 3 : 2 : 1 ✓ (96 से भाग देने पर)।

Figure it Out (पृ.60) प्र.3: 100 सिक्के हैं, ₹10 : ₹5 : ₹2 : ₹1 के सिक्के = 4 : 3 : 2 : 1। कुल कितना धन?

उत्तर: चरण 1: कुल भाग = 4 + 3 + 2 + 1 = 10; एक भाग = 100 ÷ 10 = 10 सिक्के।

चरण 2: ₹10 के 40, ₹5 के 30, ₹2 के 20, ₹1 के 10 सिक्के।

चरण 3: धन: 40 × 10 = ₹400; 30 × 5 = ₹150; 20 × 2 = ₹40; 10 × 1 = ₹10।

चरण 4: कुल = 400 + 150 + 40 + 10 = **₹600**।

Figure it Out (पृ.60) प्र.4 (गणित चर्चा): भुजाओं के अनुपात 3 : 4 : 5 वाला त्रिभुज बनाओ। क्या ऐसे सभी त्रिभुज सर्वांगसम होंगे?

उत्तर: रचना (जैसे 3 सेमी, 4 सेमी, 5 सेमी): चरण 1: AB = 4 सेमी खींचो। चरण 2: केंद्र A, त्रिज्या 3 सेमी से चाप खींचो। चरण 3: केंद्र B, त्रिज्या 5 सेमी से दूसरा चाप खींचो जो पहले को C पर काटे। चरण 4: AC और BC जोड़ो। त्रिभुज ABC की भुजाएँ 3 : 4 : 5 हैं (यह समकोण त्रिभुज भी है: 9 + 16 = 25)।

सर्वांगसम? नहीं। 3-4-5 सेमी और 6-8-10 सेमी दोनों का अनुपात 3 : 4 : 5 है पर आकार भिन्न है। इनका **आकार समान** (सब कोण बराबर) है पर ये **सर्वांगसम नहीं** हैं। सर्वांगसम तब होंगे जब वास्तविक भुजाएँ भी बराबर हों (SSS)।

Figure it Out (पृ.60) प्र.5: क्या भुजाओं के अनुपात 1 : 3 : 5 वाला त्रिभुज बन सकता है?

उत्तर: चरण 1: किसी भी त्रिभुज में दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से **अधिक** होना चाहिए।

चरण 2: भुजाएँ k, 3k, 5k लो। दोनों छोटी भुजाओं का योग k + 3k = 4k।

चरण 3: 4k, 5k से **कम** है, इसलिए दोनों छोटी भुजाएँ मिल नहीं सकतीं।

उत्तर: नहीं, ऐसा त्रिभुज नहीं बन सकता (चाप कभी नहीं मिलते)।

Figure it Out (पृ.62) प्र.1: 360 लोगों से पसंदीदा मौसम पूछा: 90 ने गर्मी, 120 ने वर्षा, शेष ने सर्दी। पाई चार्ट बनाओ।

उत्तर: चरण 1: सर्दी = 360 − 90 − 120 = 150 लोग।

चरण 2: 360 लोग और वृत्त में 360°, अत: **1 व्यक्ति = 1°**।

चरण 3: कोण: गर्मी = 90°, वर्षा = 120°, सर्दी = 150°। जाँच: 90 + 120 + 150 = 360° ✓।

चरण 4 (बनाओ): वृत्त व एक त्रिज्या खींचो; उससे 90° (गर्मी) मापो, फिर नई त्रिज्या से 120° (वर्षा); शेष 150° सर्दी है। रंग भरो व नाम लिखो।

Figure it Out (पृ.62) प्र.2: पसंदीदा टीवी चैनल का पाई चार्ट: मनोरंजन 50%, खेल 25%, समाचार 15%, जानकारी 10%।

उत्तर: चरण 1: 100% = 360°, अत: 1% = 3.6°।

चरण 2: मनोरंजन = 50 × 3.6 = **180°** (आधा वृत्त)।

चरण 3 : खेल = 25 × 3.6 = **90°** ; समाचार = 15 × 3.6 = **54°** ; जानकारी = 10 × 3.6 = **36°** ।

जाँच : 180 + 90 + 54 + 36 = 360° ✓ ।

बनाओ : चाँदे से इसी क्रम में एक त्रिज्या से कोण मापो ; हर स्लाइस में रंग भरो व नाम लिखो ।

Figure it Out (पृ.62–63) प्र.3 : अपनी कक्षा के विद्यार्थियों के पसंदीदा विषयों का पाई चार्ट बनाओ (गतिविधि) ।

उत्तर : विधि (अपनी कक्षा के आँकड़े लो) : चरण 1 : हर विद्यार्थी से एक विषय चुनवाकर तालिका भरो । चरण 2 : कुल विद्यार्थी N । चरण 3 : हर विषय का कोण = (उस विषय के विद्यार्थी ÷ N) × 360° । चरण 4 : जाँचो कि कोणों का योग 360° है । चरण 5 : चाँदे से स्लाइस बनाओ ।

नमूना (काल्पनिक आँकड़े, N = 40) : भाषा 8, कला 4, व्यावसायिक 2, सामाजिक विज्ञान 6, शारीरिक शिक्षा 4, गणित 8, विज्ञान 8 ⇒ 1 विद्यार्थी = 9° ⇒ 72°, 36°, 18°, 54°, 36°, 72°, 72° (योग 360° ✓) ।

गणित चर्चा (पृ.63–64) : (a) क्या लखनऊ–कानपुर के लिए 30 : 60 :: 3 : x लिख सकते हैं ? (b) चाल बढ़ने पर समय बढ़ेगा या घटेगा ? (c) जाँचो कि अन्य साधनों में चाल और समय एक ही गुणक से बदलते हैं । (d) क्या पैदल और कार के लिए $y_2/y_1 = x_1/x_2$?

उत्तर : (a) नहीं । यह सीधे समानुपात का ढाँचा है । चाल दुगुनी (30 → 60) होती है पर समय दुगुना नहीं, आधा होता है । सही : 30 × 3 = 60 × x ⇒ x = 90 ÷ 60 = **1.5 घंटे** ।

(b) चाल बढ़ने पर समय **घटता** है ।

(c) साइकिल → मोटरसाइकिल : चाल × 2 (15 → 30), समय ÷ 2 (6 → 3) ✓ । मोटरसाइकिल → कार : चाल × 2 (30 → 60), समय ÷ 2 (3 → 1.5) ✓ । पैदल → कार : चाल × 12, समय ÷ 12 (18 → 1.5) ✓ ।

(d) $x_1/x_2 = 5/60 = 0.0833\ldots$; $y_2/y_1 = 1.5/18 = 0.0833\ldots$ ✓ बराबर । अतः $\mathbf{x_1/x_2 = y_2/y_1}$ ।

Figure it Out (पृ.65) प्र.1 : कौन-सी तालिकाएँ प्रतिलोम समानुपात दर्शाती हैं ? (i) x: 40, 80, 25, 16; y: 20, 10, 32, 50 । (ii) x: 40, 80, 25, 16; y: 20, 10, 12.5, 8 । (iii) x: 30, 90, 150, 10; y: 15, 5, 3, 45 ।

उत्तर : नियम : प्रतिलोम समानुपात में हर स्तंभ का गुणनफल x × y समान होना चाहिए ।

(i) 40 × 20 = 800 ; 80 × 10 = 800 ; 25 × 32 = 800 ; 16 × 50 = 800 ⇒ सब बराबर ⇒ **प्रतिलोम समानुपात** ✓ ।

(ii) 40 × 20 = 800 ; 80 × 10 = 800 ; 25 × 12.5 = 312.5 ; 16 × 8 = 128 ⇒ बराबर नहीं ⇒ **प्रतिलोम नहीं** ✗ ।

(iii) 30 × 15 = 450 ; 90 × 5 = 450 ; 150 × 3 = 450 ; 10 × 45 = 450 ⇒ **प्रतिलोम समानुपात** ✓ ।

Figure it Out (पृ.65) प्र.2 : यदि x और y प्रतिलोम समानुपाती हैं तो रिक्त खाने भरो : x = 16, 12, __, 36; y = 9, __, 48, __ ।

उत्तर : चरण 1 : अचर k = x × y = 16 × 9 = 144 ।

चरण 2 : x = 12 पर y = 144 ÷ 12 = **12** ।

चरण 3 : y = 48 पर x = 144 ÷ 48 = **3** ।

चरण 4 : x = 36 पर y = 144 ÷ 36 = **4** ।

तालिका : x = 16, 12, 3, 36; y = 9, 12, 48, 4 (हर गुणनफल = 144 ✓)।

गणित चर्चा (पृ.66) : किए गए काम की मात्रा और लगे समय में सीधा संबंध है या प्रतिलोम ? राम (1 घंटा) और श्याम (1.5 घंटे) मिलकर कितना समय लेंगे ?

उत्तर : प्रति घंटा : राम 1 काम करता है ; श्याम 1 ÷ 1.5 = 2/3 काम करता है । दोनों मिलकर 1 + 2/3 = **5/3 काम प्रति घंटा** ।

संबंध : एक ही काम के लिए, प्रति घंटे अधिक काम हो तो समय घटता है – दर और समय **प्रतिलोम** हैं । पर निश्चित दर पर, किया गया काम और लगा समय **सीधे** समानुपाती हैं (पुस्तक यही प्रयोग करती है : 5/3 : 1 :: 1 : x)।

गणना : x = (1 × 1) ÷ (5/3) = 3/5 घंटा = **36 मिनट** (3/5 × 60 = 36) ।

Figure it Out (पृ.67) प्र.1 : कौन-से युग्म प्रतिलोम समानुपात में हैं ? (i) टंकी भरने वाले नल – समय ; (ii) पेंटर – दीवार पोतने के दिन ; (iii) कार की यात्रा-दूरी – टंकी में पेट्रोल ; (iv) साइकिल सवार की चाल – निश्चित मार्ग का समय ; (v) कपड़े की लंबाई – निश्चित दर पर कीमत ; (vi) पुस्तक के पृष्ठ – निश्चित गति से पढ़ने का समय ।

उत्तर : परीक्षण : पहली राशि दुगुनी हो तो दूसरी आधी (प्रतिलोम) होगी या दुगुनी (सीधा) ?

(i) अधिक नल → टंकी जल्दी भरती है (समय आधा) ⇒ **प्रतिलोम** ✓ (एक जैसे नल)।

(ii) अधिक पेंटर → कम दिन ⇒ **प्रतिलोम** ✓ ।

(iii) अधिक पेट्रोल → अधिक दूरी ⇒ सीधा ✗ ।

(iv) अधिक चाल → उसी मार्ग के लिए कम समय ⇒ **प्रतिलोम** ✓ ।

(v) अधिक कपड़ा → अधिक कीमत ⇒ सीधा ✗ ।

(vi) अधिक पृष्ठ → अधिक पढ़ने का समय ⇒ सीधा ✗ ।

प्रतिलोम युग्म : (i), (ii), (iv) ।

Figure it Out (पृ.67) प्र.2 : यदि 24 पेंसिलों की कीमत ₹120 है तो 20 ऐसी पेंसिलों की कीमत कितनी होगी ?

उत्तर : चरण 1 : अधिक पेंसिल → अधिक कीमत, अत: यह **सीधा** समानुपात है : 24 : 120 :: 20 : x ।

चरण 2 : x = (120 × 20) ÷ 24 = 2400 ÷ 24 = **₹100** ।

दूसरा तरीका : 1 पेंसिल = 120 ÷ 24 = ₹5 ; 20 पेंसिल = 20 × 5 = ₹100 ✓ ।

Figure it Out (पृ.67) प्र.3 (गणित चर्चा) : एक टंकी 20 परिवारों को 6 दिन पानी देती है। 10 और परिवार आ जाएँ तो पानी कितने दिन चलेगा? क्या मान्यताएँ लेनी होंगी?

उत्तर : चरण 1 : परिवार 20 + 10 = 30। अधिक परिवार → पानी कम दिन चलेगा ⇒ **प्रतिलोम** समानुपात।

चरण 2 : 20 × 6 = 30 × x ⇒ 120 = 30x ⇒ x = **4 दिन**।

मान्यताएँ : (1) हर परिवार रोज़ **समान मात्रा** में पानी लेता है; (2) टंकी **दोबारा नहीं भरी** जाती और रिसाव नहीं; (3) रोज़ की खपत बदलती नहीं।

Figure it Out (पृ.67) प्र.4 : चार्ट देखकर हर जीव के रोज़ औसत नींद के घंटे भरो (सूची : 15, 2.5, 20, 8, 3.5, 13, 10.5, 18)।

उत्तर : पढ़ने की विधि : हर वलय एक 24 घंटे का दिन है; **गहरा नीला** भाग नींद है। घंटे = (नीला कोण ÷ 360°) × 24, यानी 1 घंटा = 15°। हर वलय का नीला भाग मापने पर:

ऊपरी पंक्ति : जिराफ़ ≈ 2.9 घं → **2.5**; हाथी ≈ 3.9 घं → **3.5**; मनुष्य (बच्चा) ≈ 7.9 घं → **8**; चौथा जीव (कुत्ता/शावक) ≈ 10.4 घं → **10.5**।

निचली पंक्ति : बिल्ली ≈ 13 घं → **13**; गिलहरी ≈ 15 घं → **15**; साँप ≈ 18 घं → **18**; चमगादड़ ≈ 20 घं → **20**।

चित्र-क्रम में उत्तर: 2.5, 3.5, 8, 10.5, 13, 15, 18, 20 (सूची की सभी 8 संख्याएँ एक-एक बार)।

Figure it Out (पृ.68) प्र.5 : परिवहन के साधनों का पाई चार्ट (पैदल 90°, बस 120°, साइकिल 60°, दोपहिया 60°, कार = ?)। (i) सबसे आम साधन? (ii) कार से जाने वालों का भिन्न? (iii) 18 बच्चे कार से जाएँ तो सर्वेक्षण में कितने बच्चे थे? टैक्सी से कितने? (iv) किन दो साधनों के बच्चे बराबर हैं?

उत्तर : लुप्त कोण : कार = 360° − (90° + 120° + 60° + 60°) = 360° − 330° = **30°**।

(i) सबसे बड़ा स्लाइस बस (120°) ⇒ **बस** सबसे आम साधन।

(ii) कार का भिन्न = 30/360 = **1/12**।

(iii) 30° ↔ 18 बच्चे ⇒ 1° = 18 ÷ 30 = 0.6 बच्चा। कुल = 360 × 0.6 = **216 बच्चे**। पाँचों स्लाइस का योग 360° पूरा हो चुका है, अत: **टैक्सी का स्लाइस नहीं** – **0 बच्चे** टैक्सी से जाते हैं। (जाँच : बस 72 + पैदल 54 + साइकिल 36 + दोपहिया 36 + कार 18 = 216 ✓।)

(iv) साइकिल और दोपहिया (दोनों 60°)।

Figure it Out (पृ.68) प्र.6 : तीन मज़दूर एक बाड़ को 4 दिन में रंगते हैं। एक और मज़दूर जुड़ जाए तो कितने दिन लगेंगे? क्या मान्यताएँ?

उत्तर : चरण 1 : मज़दूर 3 → 4। अधिक मज़दूर → कम दिन ⇒ **प्रतिलोम** समानुपात।

चरण 2 : 3 × 4 = 4 × x ⇒ 12 = 4x ⇒ x = **3 दिन**।

मान्यताएँ : सब मज़दूर **समान गति** से काम करते हैं; नया मज़दूर शुरू से जुड़ता है; काम बराबर बँटता है; कोई विश्राम नहीं और बाड़ का आकार वही है।

Figure it Out (पृ.68) प्र.7 : एक पंप 2 समान टंकियाँ 6 घंटे में भरता है। 5 ऐसी टंकियाँ भरने में कितना समय लगेगा?

उत्तर : चरण 1 : अधिक टंकियाँ → अधिक समय ⇒ **सीधा** समानुपात : 2 : 6 :: 5 : x।

चरण 2 : x = (6 × 5) ÷ 2 = 30 ÷ 2 = **15 घंटे**।

दूसरा तरीका : 1 टंकी = 6 ÷ 2 = 3 घंटे ; 5 टंकियाँ = 5 × 3 = 15 घंटे ✓।

Figure it Out (पृ.68) प्र.8 : कुर्सियाँ 25 पंक्तियों में, प्रत्येक में 12 हैं। प्रत्येक पंक्ति में 20 कुर्सियाँ हों तो कितनी पंक्तियाँ होंगी?

उत्तर : चरण 1 : कुल कुर्सियाँ = 25 × 12 = 300 (यह वही रहेगी)।

चरण 2 : प्रति पंक्ति अधिक कुर्सियाँ → कम पंक्तियाँ ⇒ **प्रतिलोम** समानुपात : 25 × 12 = x × 20।

चरण 3 : x = 300 ÷ 20 = **15 पंक्तियाँ**।

Figure it Out (पृ.68) प्र.9 : एक विद्यालय में दिन में 8 पीरियड हैं, प्रत्येक 45 मिनट का। यदि स्कूल का कुल समय वही रहे और 9 पीरियड हों तो हर पीरियड कितना लंबा होगा?

उत्तर : चरण 1 : विद्यालय का कुल समय = 8 × 45 = 360 मिनट (निश्चित)।

चरण 2 : अधिक पीरियड → छोटे पीरियड ⇒ **प्रतिलोम** समानुपात : 8 × 45 = 9 × x।

चरण 3 : x = 360 ÷ 9 = **40 मिनट**।

Figure it Out (पृ.68) प्र.10 : छोटा पंप टंकी 3 घंटे में और बड़ा पंप 2 घंटे में भरता है। दोनों साथ चलें तो कितना समय लगेगा?

उत्तर : चरण 1 : टंकी को 1 इकाई काम मानो।

चरण 2 : 1 घंटे में छोटा पंप 1/3 और बड़ा पंप 1/2 भरता है।

चरण 3 : साथ में 1 घंटे में : 1/3 + 1/2 = 2/6 + 3/6 = टंकी का **5/6**।

चरण 4 : पूरी टंकी का समय = 1 ÷ 5/6 = 6/5 घंटे = **1.2 घंटे = 1 घंटा 12 मिनट** (0.2 × 60 = 12)।

Figure it Out (पृ.68) प्र.11 : एक कारखाने को खिलौनों की निश्चित संख्या 63 दिन में बनाने के लिए 42 मशीनें चाहिए। 54 दिन में बनाने के लिए कितनी मशीनें चाहिए?

उत्तर : चरण 1 : कम दिन → अधिक मशीनें ⇒ **प्रतिलोम** समानुपात।

चरण 2 : 42 × 63 = x × 54।

चरण 3 : 42 × 63 = 2646 ; x = 2646 ÷ 54 = **49 मशीनें**।

Figure it Out (पृ.68) प्र.12 : एक कार 60 किमी/घंटा की चाल से गंतव्य तक 2 घंटे में पहुँचती है। 80 किमी/घंटा की चाल से कितना समय लेगी?

उत्तर : चरण 1 : अधिक चाल → कम समय ⇒ **प्रतिलोम** समानुपात (दूरी निश्चित है)।

चरण 2 : दूरी = 60 × 2 = 120 किमी। $x_1y_1 = x_2y_2$ से : 60 × 2 = 80 × y।

चरण 3 : y = 120 ÷ 80 = **1.5 घंटे** (1 घंटा 30 मिनट)।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 1 अंक

1. अनुपात a : b और c : d कब समानुपाती होते हैं? (1)

उत्तर: जब $a \times d = b \times c$।

2. RF = 1 : 60,00,000 का क्या अर्थ है? (1)

उत्तर: मानचित्र पर 1 सेमी = ज़मीन पर 60,00,000 सेमी (60 किमी)।

3. 12 को 2 : 1 के अनुपात में बाँटो। (1)

उत्तर: 8 और 4।

4. पाई चार्ट के कोणों का योग? (1)

उत्तर: 360°।

5. पाई चार्ट में 25% का कोण? (1)

उत्तर: 90°।

6. प्रतिलोम समानुपात की शर्त लिखो। (1)

उत्तर: $xy = k$ (अचर), यानी $x_1y_1 = x_2y_2$।

7. चाल और समय (निश्चित दूरी) सीधे हैं या प्रतिलोम? (1)

उत्तर: प्रतिलोम।

8. 5 मज़दूर 12 दिन लेते हैं तो 10 मज़दूर कितने दिन लेंगे? (1)

उत्तर: 6 दिन।

9. कपड़े की लंबाई और निश्चित दर पर कीमत – सीधा या प्रतिलोम? (1)

उत्तर: सीधा।

10. क्या भुजाओं का अनुपात 1 : 3 : 5 हो सकता है? (1)

उत्तर: नहीं, क्योंकि $1 + 3 < 5$।

11. त्रिभुज के कोण 1 : 3 : 5 के अनुपात में हैं। सबसे छोटा कोण? (1)

उत्तर: $180° \times 1/9 = 20°$।

12. 24 पेंसिलों की कीमत ₹120 है। 1 पेंसिल की कीमत? (1)

उत्तर: ₹5।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 3 अंक

1. ₹2,400 को A, B, C में 2 : 3 : 7 के अनुपात में बाँटो। (3)

उत्तर: कुल भाग = 2 + 3 + 7 = 12; एक भाग = 2400 ÷ 12 = ₹200। A = 2 × 200 = ₹400; B = 3 × 200 = ₹600; C = 7 × 200 = ₹1400। (400 + 600 + 1400 = 2400 ✓)

2. एक मानचित्र का RF 1 : 50,00,000 है। दो शहर मानचित्र पर 6 सेमी दूर हैं। वास्तविक दूरी किमी में ज्ञात करो। (3)

उत्तर: वास्तविक = 6 × 50,00,000 सेमी = 3,00,00,000 सेमी। 1 किमी = 1,00,000 सेमी, अत: दूरी = 3,00,00,000 ÷ 1,00,000 = 300 किमी।

3. 15 मज़दूर एक दीवार 24 दिन में बनाते हैं। 20 मज़दूर कितने दिन लेंगे? (3)

उत्तर: अधिक मज़दूर → कम दिन (प्रतिलोम)। 15 × 24 = 20 × x ⇒ 360 = 20x ⇒ x = 18 दिन।

4. 120 विद्यार्थियों के सर्वे में 48 को क्रिकेट, 36 को फुटबॉल, 24 को हॉकी और शेष को बैडमिंटन पसंद है। पाई चार्ट के हर स्लाइस का कोण ज्ञात करो। (3)

उत्तर: बैडमिंटन = 120 − 48 − 36 − 24 = 12। एक विद्यार्थी = 360° ÷ 120 = 3°। क्रिकेट = 48 × 3 = 144°; फुटबॉल = 36 × 3 = 108°; हॉकी = 24 × 3 = 72°; बैडमिंटन = 12 × 3 = 36°। योग = 360° ✓।

5. दो नल एक टंकी को 4 घंटे और 12 घंटे में भरते हैं। साथ में कितना समय लगेगा? (3)

उत्तर: 1 घंटे में: 1/4 + 1/12 = 3/12 + 1/12 = 4/12 = टंकी का 1/3। समय = 1 ÷ 1/3 = 3 घंटे।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 5 अंक

1. 180° को 2 : 3 : 4 में बाँटकर त्रिभुज के कोण ज्ञात करो और त्रिभुज का प्रकार बताओ। यह भी समझाओ कि भुजाएँ 2 : 3 : 7 के अनुपात में त्रिभुज क्यों नहीं बना सकतीं। (5)

उत्तर: चरण 1: कुल भाग = 2 + 3 + 4 = 9; एक भाग = 180° ÷ 9 = 20°।

चरण 2: कोण = 2 × 20 = 40°, 3 × 20 = 60°, 4 × 20 = 80°। (योग 180° ✓)

चरण 3: सब कोण 90° से कम हैं, अतः यह **न्यूनकोण** त्रिभुज है।

चरण 4: भुजाएँ 2k, 3k, 7k: 2k + 3k = 5k, जो 7k से कम है – त्रिभुज असमिका नहीं बनती, अतः त्रिभुज नहीं बन सकता।

2. एक छात्रावास में 60 विद्यार्थियों के लिए 30 दिन का भोजन है। 10 दिन बाद 30 विद्यार्थी और आ गए। शेष भोजन कितने और दिन चलेगा? (5)

उत्तर: चरण 1: कुल भोजन = 60 × 30 = 1800 विद्यार्थी-दिन।

चरण 2: 10 दिन में खर्च = 60 × 10 = 600; शेष = 1800 − 600 = 1200।

चरण 3: अब विद्यार्थी = 60 + 30 = 90।

चरण 4: अधिक विद्यार्थी → कम दिन (प्रतिलोम): 1200 = 90 × x ⇒ x = 1200 ÷ 90 = $13\frac{1}{3}$ दिन।

उत्तर: भोजन $13\frac{1}{3}$ दिन (लगभग 13 दिन 8 घंटे) और चलेगा।

3. सीमेंट : रेत : बजरी का अनुपात 1 : 1.5 : 3 है। 66 इकाई कंक्रीट के लिए प्रत्येक कितनी चाहिए? यह भी बताओ कि अनुपात 2 : 3 : 6 क्यों लिख सकते हैं। (5)

उत्तर: चरण 1: दशमलव हटाने के लिए 2 से गुणा: 1 : 1.5 : 3 = 2 : 3 : 6 (सभी पदों को एक ही संख्या से गुणा करने पर अनुपात वही रहता है)।

चरण 2: कुल भाग = 2 + 3 + 6 = 11; एक भाग = 66 ÷ 11 = 6 इकाई।

चरण 3: सीमेंट = 2 × 6 = 12 इकाई; रेत = 3 × 6 = 18 इकाई; बजरी = 6 × 6 = 36 इकाई।

जाँच: 12 + 18 + 36 = 66 ✓।