

ENGLISH SECTION (Hindi terms in brackets)

A Tale of Three Intersecting Lines (Triangles)

Class 7 Maths (Ganita Prakash) • Chapter 7 • Easy Notes + All Textbook Solutions + Board Questions (2026-27)

Chapter Review in Easy Language

1. Triangle basics and equilateral triangles

In these Class 7 Maths Chapter 7 notes on **A Tale of Three Intersecting Lines**, we study the most basic closed shape, the **triangle**. It has **3 vertices** (corner points), **3 sides** (line segments) and **3 angles**. We name it by its vertices in any order, for example $\triangle ABC$, and its angles are $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$. An **equilateral triangle** has all sides equal. **Construction with a compass** (side 4 cm): draw $AB = 4$ cm, make an arc of radius 4 cm from A, another arc of radius 4 cm from B; where the arcs cross is C. Join AC and BC. C is 4 cm from both A and B, so all three sides are 4 cm.

2. Constructing a triangle from three sides (SSS)

To draw a triangle with sides **4, 5, 6 cm**: **Step 1**: draw base $AB = 4$ cm. **Step 2**: from A draw an arc of radius 5 cm. **Step 3**: from B draw an arc of radius 6 cm cutting the first arc. **Step 4**: the meeting point is C; join AC and BC. A triangle with two equal sides is **isosceles**; with all three different sides it is **scalene**.

3. Triangle inequality (त्रिभुज असमिका)

A triangle is **not possible for every three lengths** (for example 3, 4, 8 or 10, 15, 30). Reason: the **direct path** between two vertices must be **shorter than the roundabout path** through the third vertex. So each length must be **smaller than the sum of the other two**. This is called the **triangle inequality**. For 10, 15, 30: $30 > 10 + 15$, so no triangle. For 4, 5, 8: $8 < 4 + 5$, so a triangle exists.

Quick test (only one check needed)

Arrange the lengths in increasing order. The two smaller ones are automatically less than the sum of the other two, so check only: **smaller + middle > largest**. If yes, a triangle exists.

Why it works (circles): take AB = longest side as base, and draw circles from A and B with the two smaller lengths as radii. If **sum of radii = AB** the circles only **touch**; if **sum < AB** they **do not meet**; if **sum > AB** they **cut at two points** and a triangle is formed.

4. Triangles from sides and angles (SAS, ASA)

Two sides and the included angle (SAS): to draw $AB = 5$ cm, $AC = 4$ cm, $\angle A = 45^\circ$: draw AB ; at A make a 45° angle; mark C on that arm with $AC = 4$ cm; join BC . Such a triangle exists for **any** lengths if the included angle is **less than 180°** (at 180° or more it is not possible). **Two angles and the included side (ASA):** to draw $AB = 5$ cm, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 80^\circ$: draw AB , make the two angles at A and B , and the arms meet at C . **A triangle exists only if the sum of the two angles is less than 180°** . The side length does not matter. Reason: if $\angle A = 40^\circ$, the smallest $\angle B$ for which the arms do not meet is when the arm from B is parallel to the arm from A , and then $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (interior angles on the same side), so $\angle B = 140^\circ$.

5. Angle sum property (कोण योग गुण)

The three angles of any triangle add up to 180° . Proof: through vertex A draw a line XY **parallel to BC** . Then $\angle XAB = \angle B$ and $\angle YAC = \angle C$ (alternate angles with the transversals AB and AC). The angles $\angle XAB$, $\angle A$ and $\angle YAC$ lie on the straight line XY , so $\angle B + \angle A + \angle C = 180^\circ$. (This idea is in Euclid's Elements, about 300 BCE.) **Finding the third angle:** if $\angle B = 50^\circ$ and $\angle C = 70^\circ$, then $\angle A = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$. A triangle cannot have all angles 70° (sum 210°); if two angles are 70° the third is 40° ; if all three are equal each is 60° .

Exterior angle

The angle between a side extended and the next side is an **exterior angle** ($\angle ACD$ in $\triangle ABC$ with BC extended to D). Since $\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$ and $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$, we get **exterior angle = sum of the two opposite interior angles**: $\angle ACD = \angle A + \angle B$. Example: $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$: $\angle ACB = 70^\circ$, $\angle ACD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ = 50^\circ + 60^\circ$.

6. Altitudes (शीर्षलंब)

An **altitude** is the **perpendicular** from a vertex to the opposite side (or to that side extended). Its length is the **height** of the triangle for that base. **Construction with ruler and set-square:** put the ruler along the base; place the set-square on the ruler with one edge of its right angle on the ruler; slide it until the other edge touches the vertex A ; draw the line through A along that edge. In an **obtuse** triangle the altitude falls **outside**, so first extend the base. In a **right-angled** triangle the two arms are themselves altitudes. By **paper folding**: fold the triangle so that the base lines up on itself and the crease passes through the vertex; the crease is perpendicular to the base because the two folded halves of the straight base angle are equal and add to 180° , so each is 90° .

7. Types of triangles (त्रिभुजों के प्रकार)

By sides: equilateral (3 equal sides), isosceles (2 equal sides), scalene (no equal sides). **By angles:** **acute-angled** (all three angles acute), **right-angled** (one angle 90°), **obtuse-angled** (one angle more than 90°). An acute-angled triangle is not “one acute angle”, because **every triangle has at least two acute angles**; only if all three are acute do we call it acute-angled.

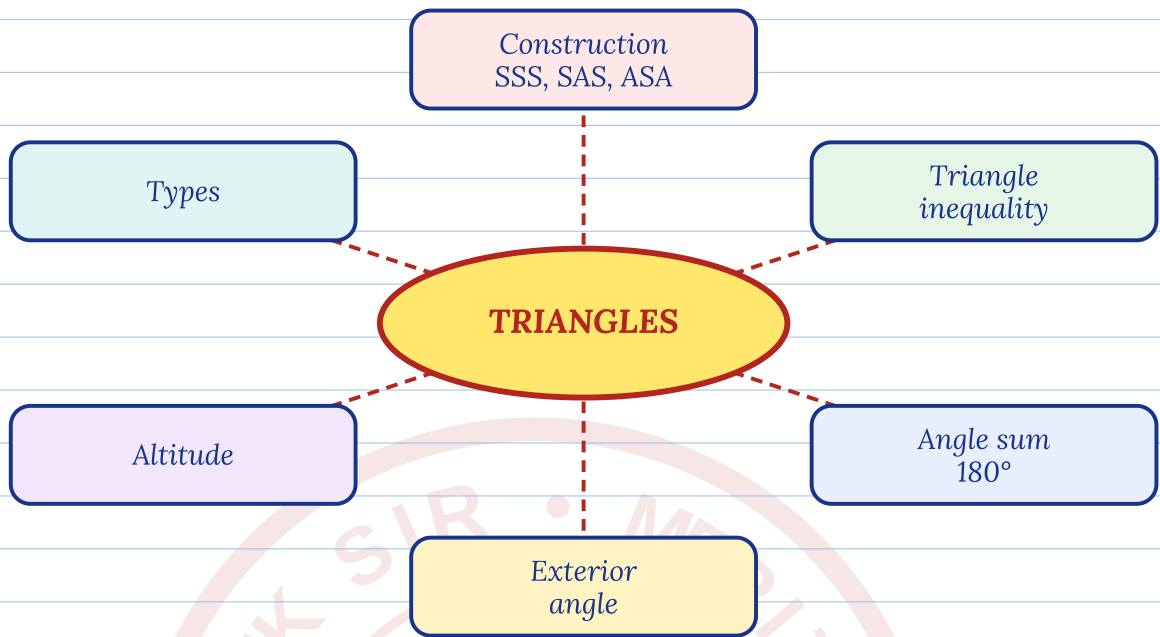
Important Terms (Glossary)

Term	Meaning
Triangle	Closed shape with 3 vertices, 3 sides, 3 angles.
Vertex	Corner point of the triangle.
Equilateral	All three sides equal.
Isosceles	Two sides equal.
Scalene	All sides different.
Triangle inequality	Each length is less than the sum of the other two.
Included angle	Angle between the two given sides.
Included side	Side common to the two given angles.
Angle sum property	Three angles of a triangle add up to 180° .
Exterior angle	Angle between a side extended and the adjacent side.
Altitude	Perpendicular from a vertex to the opposite side.
Acute / Right / Obtuse	Classes by angle: all $< 90^\circ$, one $= 90^\circ$, one $> 90^\circ$.

Quick Revision & Formulas

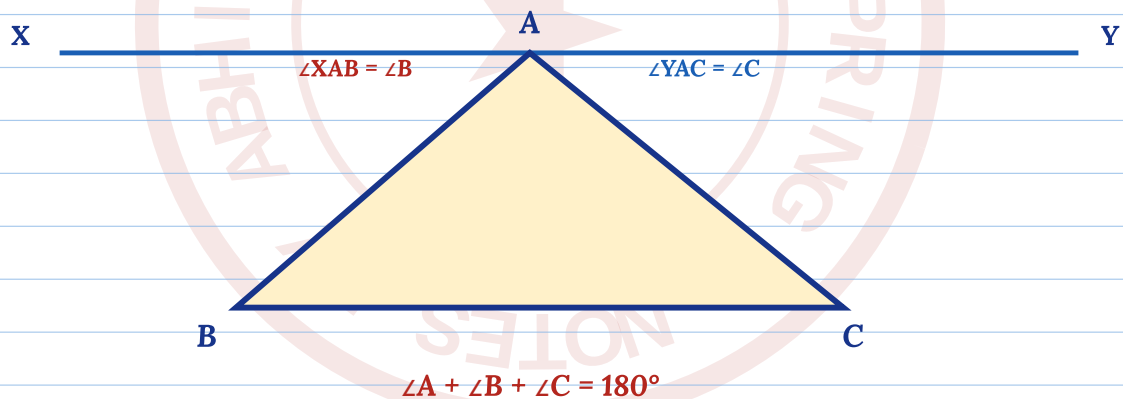
- ▶ Angle sum of a triangle $= 180^\circ$.
- ▶ Triangle exists $\Leftrightarrow$ smaller + middle $>$ largest.
- ▶ SAS: any two sides with included angle $< 180^\circ$ give a triangle.
- ▶ ASA: triangle exists only if the two angles add to less than 180° .
- ▶ Third angle $= 180^\circ - (\text{sum of the other two})$.
- ▶ Exterior angle $=$ sum of the two opposite interior angles.
- ▶ Equilateral triangle: each angle 60° .
- ▶ Altitude $\perp$ opposite side; in obtuse triangles it lies outside.
- ▶ Every triangle has at least two acute angles.
- ▶ Right triangle: two acute angles add to 90° .

Diagrams, Tables & Flowcharts



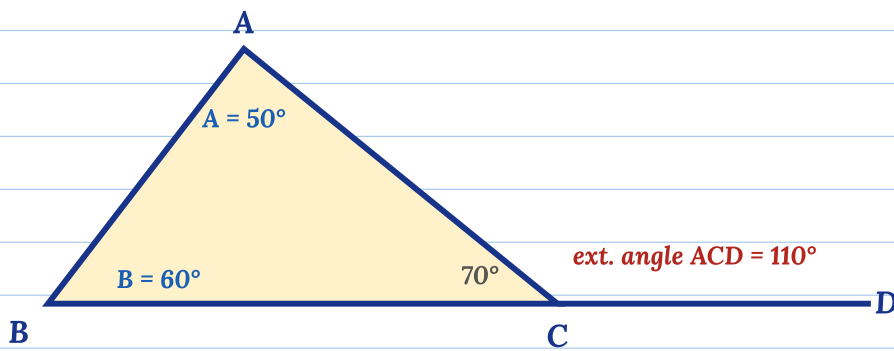
Concept map of Chapter 7

Angle sum property (proof picture)



XY || BC through A

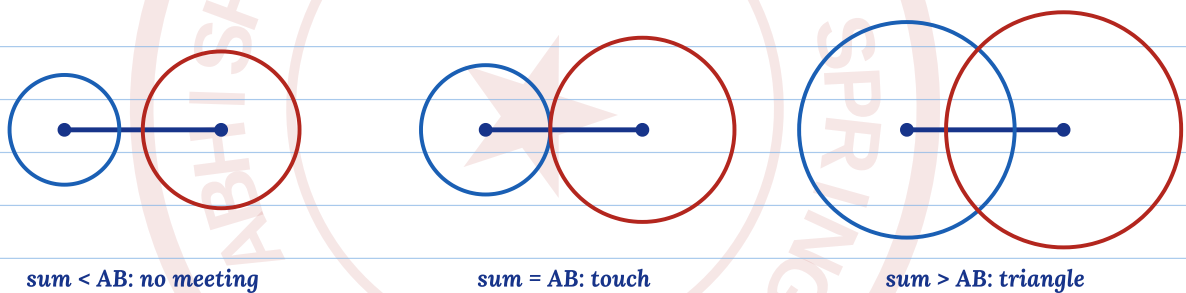
Exterior angle



$$110^\circ = 50^\circ + 60^\circ$$

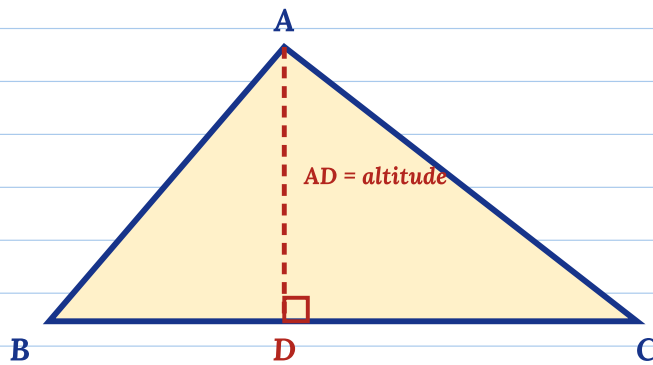
Exterior angle = sum of the two opposite interior angles

Why the triangle inequality works



Radii = the two smaller lengths, AB = the longest

Three cases of two circles

An altitude

AD is perpendicular to BC

Table 1: Does a triangle exist? (sides)

Lengths	Check	Triangle?
3, 4, 8	$3 + 4 = 7 < 8$	No
4, 5, 8	$4 + 5 = 9 > 8$	Yes
3, 4, 7	$3 + 4 = 7$ (equal)	No (circles touch)
24, 26, 28	$24 + 26 = 50 > 28$	Yes
1, 100, 100	$1 + 100 > 100$	Yes

Table 2: Types of triangles

By sides	By angles
Equilateral: 3 equal sides	Acute-angled: all angles $< 90^\circ$
Isosceles: 2 equal sides	Right-angled: one angle $= 90^\circ$
Scalene: no equal sides	Obtuse-angled: one angle $> 90^\circ$

Flowchart: can I make this triangle?

Textbook Solutions (All Questions)

Page 150 – Construct triangles with sides (a) 4, 4, 6 (b) 3, 4, 5 (c) 1, 5, 5 (d) 4, 6, 8 (e) 3.5, 3.5, 3.5 (cm).

Ans. All five exist: in each case the smaller two lengths add to more than the largest ($4+4 > 6$; $3+4 > 5$; $1+5 > 5$; $4+6 > 8$; $3.5+3.5 > 3.5$). Method for each: draw the base with one side, then arcs of the other two lengths from its end points, join to the crossing point. (a) and (c) are isosceles, (e) is equilateral, (b) is right-angled, (d) is scalene.

Pages 150–151 – Figure it Out Q1–Q2: form isosceles and equilateral triangles using points on circles and centres.

Ans. Q1 (one possible answer): take the centre O and any two points P, Q on the circle: $OP = OQ$ (radii), so $\triangle OPQ$ is isosceles. Q2: with centres A and B of equal circles, take a point C where the two circles meet: $AC = AB = BC$ (all equal to the radius), so $\triangle ABC$ is equilateral. Any point $C_1, C_2 \dots$ on a circle with centre B gives $\triangle ABC_1$ with $BA = BC_1$, which is isosceles. For the third circle centre use the same idea.

Pages 151–153 – Triangle with sides 3, 4, 8 and 2, 3, 6; is a triangle with 3, 3, 7 possible?

Direct vs roundabout path.

Ans. 3, 4, 8: the arcs do not meet, no triangle. 2, 3, 6: no triangle. 3, 3, 7: $3 + 3 = 6 < 7$, so no triangle (checked by construction too). Pattern: the sum of the two smaller sides is less than the largest. 10, 15, 30: the direct path $CA = 30$ is longer than the roundabout path $CB + BA = 10 + 15 = 25$, which is absurd, so no triangle exists.

Page 154 – Figure it Out Q1–Q3 (existence by comparing lengths).

Ans. Q1: $3 + 4 = 7 < 8$ and $2 + 3 = 5 < 6$, so the sum of the two shorter sides is less than the longest – no triangle, no construction needed. Q2: (a) $10 + 10 = 20 < 25$ – a triangle does not exist. (b) $5 + 10 = 15 < 20$ – does not exist. (c) $12 + 20 = 32 < 40$ – does not exist. Q3 (Try this): Yes, in every set at least two comparisons hold. Each of the two smaller lengths is less than (or equal to) the largest, so it is surely less than the sum of the other two. Only the largest length can fail. Examples: 7, 10, 15 and 12, 14, 18. So only the largest length needs checking.

Page 156 – Figure it Out Q1: which of (a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6 (c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8 (e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35 (g) 24, 26, 28 can be sides of a triangle?

Ans. (a) $2 + 2 = 4 < 5$ – No. (b) $3 + 4 = 7 > 6$ – Yes. (c) $2 + 4 = 6 < 8$ – No. (d) $5 + 5 = 10 > 8$ – Yes. (e) $10 + 20 = 30 > 25$ – Yes. (f) $10 + 20 = 30 < 35$ – No. (g) $24 + 26 = 50 > 28$ – Yes.

Pages 158–159 – Three examples where circles (a) touch, (b) do not intersect. Procedure to check existence. Figure it Out Q1–Q3.

Ans. (a) Circles touch when smaller + middle = largest: 3, 4, 7; 2, 5, 7; 1, 1, 2. (b) Do not meet when smaller + middle < largest: 2, 3, 8; 1, 2, 9; 3, 3, 7. Procedure: sort the lengths, add the two smaller, compare with the largest: sum > largest → triangle exists. Q1: (a) 1, 100, 100: $1 + 100 > 100$ – exists. (b) 3, 6, 9: $3 + 6 = 9$, not greater – does not exist. (c) 1, 1, 5: $1 + 1 < 5$ – does not exist. (d) 5, 10, 12: $5 + 10 = 15 > 12$ – exists. Q2: $50 + 50 > 50$, so yes. For any length s : $s + s = 2s > s$, so an equilateral triangle exists for every side length. Q3 (examples; the allowed range is in brackets): (a) 1, 100: 99.5, 100, 100.5, 100.7, 99.4 (any number between 99 and 101). (b) 5, 5: 5, 4, 3, 4.9, 1 (any number between 0 and 10). (c) 3, 7: 5, 6, 6.4, 7, 8 (any number between 4 and 10).

Pages 160–161 – Construct $\triangle ABC$ with $AB = 5$, $AC = 4$, $\angle A = 45^\circ$. Figure it Out Q1: sides and included angle (a) 3 cm, 75° , 7 cm (b) 6 cm, 25° , 3 cm (c) 3 cm, 120° , 8 cm. Math Talk: can a triangle fail to exist?

Ans. Steps for every part: draw one side as the base; at one end of it draw the given angle with a protractor; mark the second side's length on the new arm; join the two free points. (a) base 3 cm, angle 75° , other arm 7 cm. (b) base 6 cm, angle 25° , arm 3 cm. (c) base 3 cm, angle 120° (obtuse), arm 8 cm. All three are possible. Math Talk: a triangle is not possible if the included angle is 180° or more (key examples: 4 cm, 210° , 6 cm and 3 cm, 180° , 7 cm); the two arms then lie on one line or never form a closed shape.

Pages 161–162 – Construct $AB = 5$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 80^\circ$. Figure it Out Q1: (a) 75° , 5 cm, 75° (b) 25° , 3 cm, 60° (c) 120° , 6 cm, 30° . Do triangles always exist?

Ans. Steps: draw the side as the base, make the first angle at one end and the second at the other end; the arms meet at the third vertex. (a) $75^\circ + 75^\circ = 150^\circ < 180^\circ$ possible. (b) $25^\circ + 60^\circ = 85^\circ$ possible. (c) $120^\circ + 30^\circ = 150^\circ$ possible, the triangle is obtuse. Triangles do not always exist: they exist only when the two angles add to less than 180° .

Pages 162–164 – $\angle A = 40^\circ$: possible $\angle B$? smallest $\angle B$ for no triangle? Figure it Out Q1–Q2 and the rule for two angles.

Ans. (a) For $\angle A = 40^\circ$, any $\angle B$ less than 140° gives a triangle, e.g. 60° or 100° ; $\angle B = 150^\circ$ does not. (b) The smallest $\angle B$ for which the arms do not meet is 140° (the arm from B parallel to the arm from A: $40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$). A triangle does not exist when $\angle B \geq 140^\circ$; the length AB plays no part. Q1: (a) 30° : another angle less than 150° (e.g. 50° , 90°) works; 150° or 170° does not. (b) 70° : less than 110° (60° , 80°) works; 110° or more (120° , 140°) does not. (c) 54° : less than 126° (64° , 90°) works; 126° or more (134° , 154°) does not. (d) 144° : less than 36° (20° ,

35°) works; 36° or more (36°, 90°) does not. Q2: (a) $35^\circ + 150^\circ = 185^\circ$ – cannot. (b) $70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$ – can. (c) $90^\circ + 85^\circ = 175^\circ$ – can. (d) $50^\circ + 150^\circ = 200^\circ$ – cannot. Rule: $0^\circ < A + B < 180^\circ$.

Pages 164–166 – $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$: find $\angle A$. Figure it Out Q1–Q3 (third angle) and the angle sum property.

Ans. $\angle A = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ (shown with line $XY \parallel BC$ through A). Q1: (a) 36° , 72° : third = $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$. (b) 150° , 15° : $180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$. (c) 90° , 30° : 60° . (d) 75° , 45° : 60° . Q2: a triangle with all angles 70° is not possible ($3 \times 70^\circ = 210^\circ \neq 180^\circ$). With two angles 70° the third is $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$. With all angles equal, each is $180^\circ \div 3 = 60^\circ$. Q3: $\angle B = \angle C$ and $\angle A = 50^\circ$; $\angle B + \angle C = 130^\circ$, so $\angle B = \angle C = 65^\circ$.

Page 167 – Find $\angle ACD$ if $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. What relation do you see between the exterior angle and the two angles?

Ans. $\angle ACB = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$, so $\angle ACD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. Relation: $\angle ACD = \angle A + \angle B$ ($110^\circ = 50^\circ + 60^\circ$): an exterior angle equals the sum of the two interior angles opposite to it, because $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ and $\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$.

Pages 168–171 – Altitudes by paper folding; does a triangle exist in which a side is also an altitude? Acute-angled definition. Figure it Out Q1–Q4.

Ans. Folding: the crease is perpendicular to the base because the two angles it makes with the base are equal and form a straight angle (180°), so each is 90° . A side is also an altitude in a right-angled triangle (the two sides that meet at the right angle). Acute-angled triangle cannot be defined as having one acute angle because every triangle has at least two acute angles; it needs all three acute. Q1: Draw $BC = 5$ cm; from B draw an arc of 6 cm and from C an arc of 5 cm; their crossing is A. Join AB, AC. Then, with ruler and set-square, draw $AD \perp BC$ through A. ($\triangle ABC$ is isosceles with $CA = BC = 5$.) Q2: Draw $RY = 4$ cm; at R make $\angle R = 140^\circ$; mark T with $RT = 7$ cm; join TY. Since $\angle R$ is obtuse, extend YR beyond R and draw the perpendicular from T to this extended line – the altitude falls outside the triangle. Q3: $\angle B = 90^\circ$, $AC = 5$ cm: $\angle A + \angle C = 90^\circ$, and $\angle A$ can be any value between 0° and 90° (e.g. 30° and 60° , 45° and 45°), so infinitely many triangles exist. Q4: Equilateral right-angled: not possible (each angle is 60°). Equilateral obtuse: not possible. Isosceles right-angled: possible (90° , 45° , 45°). Isosceles obtuse: possible (e.g. 120° , 30° , 30°).

Board-Pattern Questions – 1 Mark

1. How many sides, vertices and angles does a triangle have? (1)

Ans. 3 sides, 3 vertices, 3 angles.

2. What is the sum of the angles of a triangle? (1)

Ans. 180° .

3. Can a triangle have sides 3 cm, 4 cm and 8 cm? (1)

Ans. No, since $3 + 4 < 8$.

4. What is a triangle with two equal sides called? (1)

Ans. Isosceles triangle.

5. State the triangle inequality. (1)

Ans. Each side is less than the sum of the other two sides.

6. Each angle of an equilateral triangle measures? (1)

Ans. 60° .

7. Two angles of a triangle are 50° and 60° . Find the third. (1)

Ans. $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

8. What is an altitude of a triangle? (1)

Ans. The perpendicular from a vertex to the opposite side.

9. How many acute angles does every triangle have at least? (1)

Ans. Two.

10. Exterior angle of a triangle equals the sum of which angles? (1)

Ans. The two opposite interior angles.

11. Two angles are 35° and 150° . Can they be angles of a triangle? (1)

Ans. No, their sum 185° is more than 180° .

12. In a right-angled triangle, the two acute angles add up to? (1)

Ans. 90° .

Board-Pattern Questions – 3 Marks

1. Check if triangles exist with sides (a) 5, 10, 12 (b) 3, 6, 9 (c) 1, 1, 5. (3)

Ans. (a) $5 + 10 = 15 > 12$, exists. (b) $3 + 6 = 9$, not greater than 9, does not exist. (c) $1 + 1 = 2 < 5$, does not exist.

2. Give 5 possible values for the third side of a triangle whose other two sides are 3 and 7. (3)

Ans. The third side must be more than $7 - 3 = 4$ and less than $3 + 7 = 10$. So 5, 6, 7, 8, 9 (or 6.4) are possible.

3. Find the third angle of a triangle if two angles are (a) 75° , 45° (b) 90° , 30° . (3)

Ans. (a) $180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$. (b) $180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$.

4. In $\triangle ABC$, $\angle A = 50^\circ$ and $\angle B = \angle C$. Find $\angle B$ and $\angle C$. (3)

Ans. $\angle B + \angle C = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. Since $\angle B = \angle C$, each = $130^\circ \div 2 = 65^\circ$.

5. In $\triangle ABC$, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. Side BC is extended to D. Find the exterior angle ACD. (3)

Ans. $\angle ACB = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$. $\angle ACD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. (Check: $50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$.)

6. Why is a triangle with sides 4, 5, 8 possible? Which case of circles happens? (3)

Ans. $4 + 5 = 9 > 8$, so the triangle inequality holds. With base $AB = 8$, circles of radius 4 and 5 have radii sum $9 > 8$, so the circles cut at two points and a triangle is formed.

Board-Pattern Questions – 5 Marks

1. Prove that the sum of the three angles of a triangle is 180° . (5)

Ans. Take $\triangle ABC$. Through A draw line XY parallel to BC. AB is a transversal, so $\angle XAB = \angle B$ (alternate angles); AC is a transversal, so $\angle YAC = \angle C$ (alternate angles). The angles $\angle XAB$, $\angle BAC$ and $\angle YAC$ together form the straight angle on line XY, so $\angle XAB + \angle BAC + \angle YAC = 180^\circ$. Replacing: $\angle B + \angle A + \angle C = 180^\circ$.

2. Explain the triangle inequality with the help of circles. Decide whether triangles exist for (a) 4, 5, 8 (b) 3, 4, 7 (c) 2, 3, 8. (5)

Ans. Take the longest side as base AB and draw circles from A and B with the two smaller lengths as radii. If the sum of radii is less than AB the circles do not meet; if equal they touch at a point; if greater they cut at two points and give a triangle. So a triangle exists only if the sum of the two smaller sides is greater than the largest. (a) $4 + 5 = 9 > 8$ – exists. (b) $3 + 4 = 7$ – only touch, no triangle. (c) $2 + 3 = 5 < 8$ – no triangle.

3. Construct a triangle ABC with $AB = 5$ cm, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ and also with $AB = 5$ cm, $AC = 4$ cm, $\angle A = 45^\circ$. Write the steps. State when a triangle is not possible in each case. (5)

Ans. (i) ASA: Step 1 draw $AB = 5$ cm. Step 2 at A make 45° and at B make 80° . Step 3 the arms meet at C. Not possible if the two angles add up to 180° or more. (ii) SAS: Step 1 draw $AB = 5$ cm. Step 2 at A make $\angle A = 45^\circ$. Step 3 on that arm mark C with $AC = 4$ cm. Step 4 join BC. Not possible if the included angle is 180° or more.

4. What is an altitude? Describe the construction of an altitude with a ruler and a set-square, and explain what happens in an obtuse-angled triangle. Classify triangles by sides and by angles. (5)

Ans. An altitude is the perpendicular from a vertex to the opposite side. Steps: place the ruler along the base; put the set-square on it with one edge of its right angle on the ruler; slide the set-square till its other edge touches the vertex; draw the line through the vertex. In an obtuse triangle the altitude from an acute vertex meets the base only when the base is extended, so it falls outside. By sides: equilateral, isosceles, scalene. By angles: acute-angled (all acute), right-angled (one 90°), obtuse-angled (one more than 90°).

हिन्दी भाग (Hindi Section)

तीन प्रतिच्छेदी रेखाओं की कहानी (त्रिभुज)

कक्षा 7 गणित (गणित प्रकाश) • अध्याय 7 • आसान नोट्स + सभी पाठ्यपुस्तक हल + बोर्ड प्रश्न (2026-27)

आसान भाषा में अध्याय की समीक्षा

1. त्रिभुज की मूल बातें और समबाहु त्रिभुज

कक्षा 7 गणित के अध्याय 7 तीन प्रतिच्छेदी रेखाओं की कहानी के इन नोट्स में हम सबसे सरल बंद आकृति त्रिभुज पढ़ते हैं। इसमें 3 शीर्ष (कोने), 3 भुजाएँ (रेखाखंड) और 3 कोण होते हैं। इसे शीर्षों के किसी भी क्रम से नाम देते हैं, जैसे $\triangle ABC$, और कोण $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ हैं। समबाहु त्रिभुज की तीनों भुजाएँ बराबर होती हैं। परकार से रचना (भुजा 4 cm): AB = 4 cm खींचो, A से 4 cm त्रिज्या की चाप, B से भी 4 cm त्रिज्या की चाप लगाओ; जहाँ चापें मिलें वह C है। AC और BC जोड़ो। C, A और B दोनों से 4 cm दूर है, इसलिए तीनों भुजाएँ 4 cm हैं।

2. तीन भुजाओं से त्रिभुज की रचना (SSS)

भुजाएँ 4, 5, 6 cm वाला त्रिभुज बनाने के लिए: चरण 1: आधार AB = 4 cm खींचो। चरण 2: A से 5 cm त्रिज्या की चाप लगाओ। चरण 3: B से 6 cm त्रिज्या की चाप लगाओ जो पहली को काटे। चरण 4: कटान बिंदु C है; AC और BC जोड़ो। दो बराबर भुजाओं वाला त्रिभुज समद्विबाहु और तीनों भुजाएँ अलग हों तो विषमबाहु कहलाता है।

3. त्रिभुज असमिका

हर तीन लंबाइयों से त्रिभुज नहीं बनता (जैसे 3, 4, 8 या 10, 15, 30)। कारण: दो शीर्षों के बीच का सीधा रास्ता तीसरे शीर्ष से होकर जाने वाले घुमावदार रास्ते से छोटा होना चाहिए। इसलिए हर लंबाई बाकी दोनों के योग से छोटी होनी चाहिए। इसे त्रिभुज असमिका कहते हैं। 10, 15, 30 के लिए: $30 > 10 + 15$, इसलिए त्रिभुज नहीं। 4, 5, 8 के लिए: $8 < 4 + 5$, इसलिए त्रिभुज बनता है।

त्वरित जाँच (एक ही जाँच काफ़ी)

लंबाइयों को बढ़ते क्रम में लिखो। दो छोटी लंबाइयाँ अपने आप बाकी दोनों के योग से छोटी होती हैं, इसलिए केवल जाँचो: छोटी + मध्य > सबसे बड़ी। हाँ हो तो त्रिभुज बनेगा। यह क्यों चलता है (वृत्त): सबसे लंबी भुजा AB को आधार लो और A, B से दो छोटी लंबाइयों की त्रिज्या के वृत्त बनाओ। त्रिज्याओं का योग = AB हो तो वृत्त केवल स्पर्श करते हैं; योग < AB हो तो मिलते ही नहीं; योग > AB हो तो दो बिंदुओं पर कटते हैं और त्रिभुज बनता है।

4. भुजा और कोण से त्रिभुज (SAS, ASA)

दो भुजाएँ और बीच का कोण (SAS): AB = 5 cm, AC = 4 cm, $\angle A = 45^\circ$ बनाने के लिए: AB खींचो; A पर 45° का कोण बनाओ; उस भुजा पर AC = 4 cm वाला बिंदु C लगाओ; BC जोड़ो।

बीच का कोण 180° से कम हो तो किन्हीं भी लंबाइयों से ऐसा त्रिभुज बनता है (180° या अधिक पर नहीं बनता)। दो कोण और बीच की भुजा (ASA): $AB = 5 \text{ cm}$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ बनाने के लिए: AB खींचो, A और B पर दोनों कोण बनाओ, भुजाएँ C पर मिलती हैं। त्रिभुज तभी बनता है जब दोनों कोणों का योग 180° से कम हो। भुजा की लंबाई से फ़र्क नहीं पड़ता। कारण: $\angle A = 40^\circ$ हो तो $\angle B$ का सबसे छोटा मान जिस पर भुजाएँ नहीं मिलतीं तब आता है जब B वाली भुजा A वाली भुजा के समांतर हो; तब $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (एक ही ओर के अंतः कोण), यानी $\angle B = 140^\circ$ ।

5. कोण योग गुण

किसी भी त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है। उपपत्ति: शीर्ष A से BC के समांतर रेखा XY खींचो। तब $\angle XAB = \angle B$ और $\angle YAC = \angle C$ (तिर्यक रेखाओं AB और AC के साथ एकांतर कोण)। $\angle XAB$, $\angle A$ और $\angle YAC$ सीधी रेखा XY पर हैं, इसलिए $\angle B + \angle A + \angle C = 180^\circ$ । (यह विचार यूक्लिड की एलिमेंट्स में लगभग 300 ई.पू. का है।) तीसरा कोण निकालना: $\angle B = 50^\circ$ और $\angle C = 70^\circ$ हो तो $\angle A = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ । सभी कोण 70° वाला त्रिभुज नहीं बन सकता (योग 210°); दो कोण 70° हों तो तीसरा 40° ; तीनों बराबर हों तो प्रत्येक 60° ।

बहिष्कोण

किसी भुजा को बढ़ाने पर बढ़ी भुजा और अगली भुजा के बीच का कोण बहिष्कोण है ($\triangle ABC$ में BC को D तक बढ़ाने पर $\angle ACD$)। चूँकि $\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$ और $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$, इसलिए बहिष्कोण = दो सम्मुख अंतः कोणों का योग: $\angle ACD = \angle A + \angle B$ । उदाहरण: $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$: $\angle ACB = 70^\circ$, $\angle ACD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ = 50^\circ + 60^\circ$ ।

6. शीर्षलंब

शीर्षलंब किसी शीर्ष से सम्मुख भुजा (या बढ़ाई हुई भुजा) पर डाला गया लंब है। उसकी लंबाई उस आधार के लिए त्रिभुज की ऊँचाई है। पैमाने और सेट-स्क्वेयर से रचना: पैमाना आधार के साथ रखो; सेट-स्क्वेयर को पैमाने पर ऐसे रखो कि समकोण की एक भुजा पैमाने पर हो; उसे खिसकाकर दूसरी भुजा शीर्ष A तक लाओ; उसी भुजा के साथ A से रेखा खींचो। अधिक कोण वाले त्रिभुज में शीर्षलंब बाहर गिरता है, इसलिए पहले आधार को बढ़ाओ। समकोण त्रिभुज में दोनों भुजाएँ स्वयं शीर्षलंब हैं। कागज़ मोड़कर: त्रिभुज को ऐसे मोड़ो कि आधार स्वयं पर बैठे और सलवट शीर्ष से गुज़रे; सलवट आधार पर लंब है क्योंकि सीधे कोण के दोनों मुड़े भाग बराबर हैं और मिलकर 180° होते हैं, इसलिए प्रत्येक 90° है।

7. त्रिभुजों के प्रकार

भुजाओं के अनुसार: समबाहु (3 भुजाएँ बराबर), समद्विबाहु (2 भुजाएँ बराबर), विषमबाहु (कोई बराबर नहीं)। कोणों के अनुसार: न्यूनकोण (तीनों कोण न्यून), समकोण (एक कोण 90°), अधिक कोण (एक कोण 90° से बड़ा)। न्यूनकोण त्रिभुज का अर्थ “एक न्यून कोण” नहीं, क्योंकि हर त्रिभुज में कम से कम दो कोण न्यून होते हैं; तीनों न्यून हों तभी उसे न्यूनकोण कहते हैं।

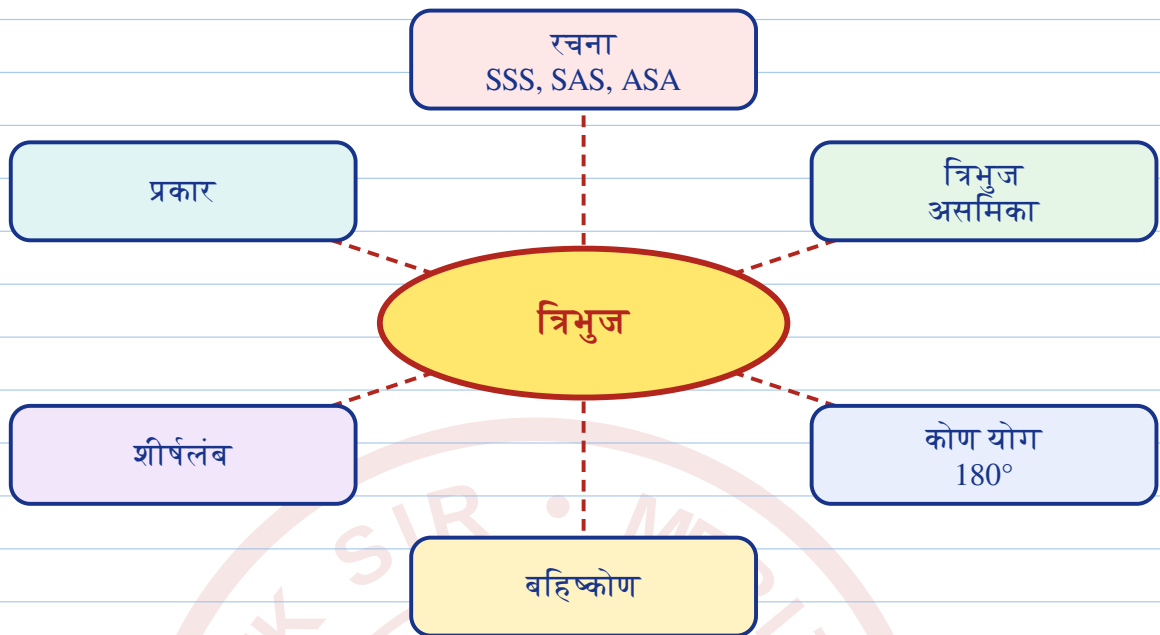
महत्वपूर्ण शब्द (शब्दावली)

शब्द	अर्थ / परिभाषा
त्रिभुज	3 शीर्ष, 3 भुजाओं, 3 कोणों वाली बंद आकृति।
शीर्ष	त्रिभुज का कोना।
समबाहु	तीनों भुजाएँ बराबर।
समद्विबाहु	दो भुजाएँ बराबर।
विषमबाहु	सभी भुजाएँ अलग।
त्रिभुज असमिका	हर लंबाई बाकी दो के योग से छोटी।
बीच का कोण	दी गई दोनों भुजाओं के बीच का कोण।
बीच की भुजा	दिए दोनों कोणों की उभयनिष्ठ भुजा।
कोण योग गुण	त्रिभुज के तीन कोणों का योग 180° ।
बहिष्कोण	बढ़ाई भुजा और आसन्न भुजा के बीच का कोण।
शीर्षलंब	शीर्ष से सम्मुख भुजा पर लंब।
न्यून / समकोण / अधिक कोण	कोण के आधार पर: सब $< 90^\circ$, एक $= 90^\circ$, एक $> 90^\circ$ ।

त्वरित पुनरावृत्ति व सूत्र

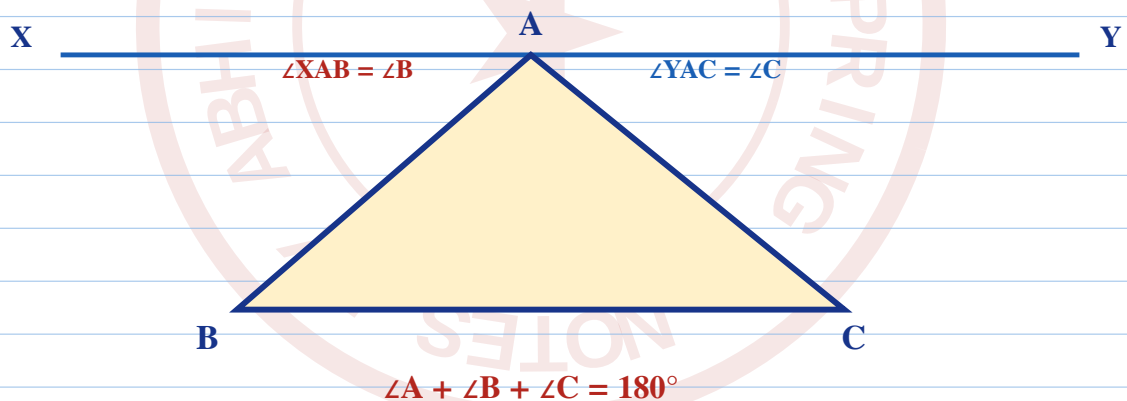
- ▶ त्रिभुज के कोणों का योग $= 180^\circ$ ।
- ▶ त्रिभुज बनता है $\Leftrightarrow$ छोटी + मध्य $>$ सबसे बड़ी।
- ▶ SAS: बीच का कोण 180° से कम हो तो दो भुजाओं से त्रिभुज बनता है।
- ▶ ASA: दोनों कोणों का योग 180° से कम हो तभी त्रिभुज बनता है।
- ▶ तीसरा कोण $= 180^\circ - (\text{अन्य दो का योग})$ ।
- ▶ बहिष्कोण $=$ दो सम्मुख अंतः कोणों का योग।
- ▶ समबाहु त्रिभुज: हर कोण 60° ।
- ▶ शीर्षलंब सम्मुख भुजा पर लंब; अधिक कोण त्रिभुज में बाहर।
- ▶ हर त्रिभुज में कम से कम दो न्यून कोण।
- ▶ समकोण त्रिभुज: दो न्यून कोणों का योग 90° ।

चित्र, तालिकाएँ और फ्लोचार्ट



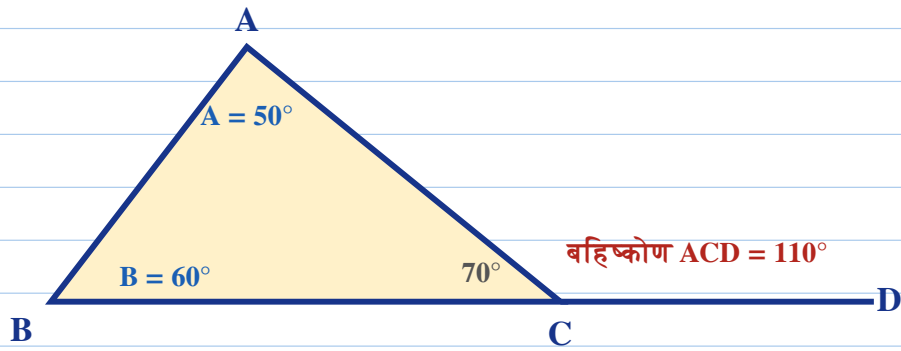
अध्याय 7 का अवधारणा-मानचित्र

कोण योग गुण (उपपत्ति का चित्र)



A से BC के समांतर XY

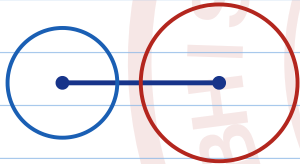
बहिष्कोण



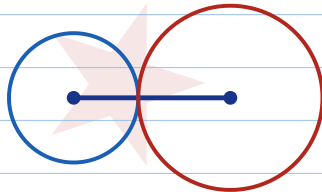
$$110^\circ = 50^\circ + 60^\circ$$

बहिष्कोण = दो सम्मुख अंतः कोणों का योग

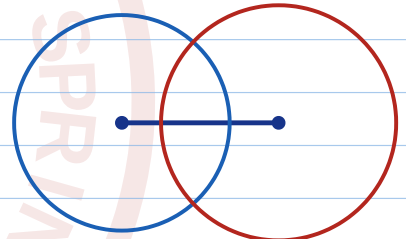
त्रिभुज असमिका क्यों काम करती है



योग < AB: नहीं मिलते



योग = AB: स्पर्श

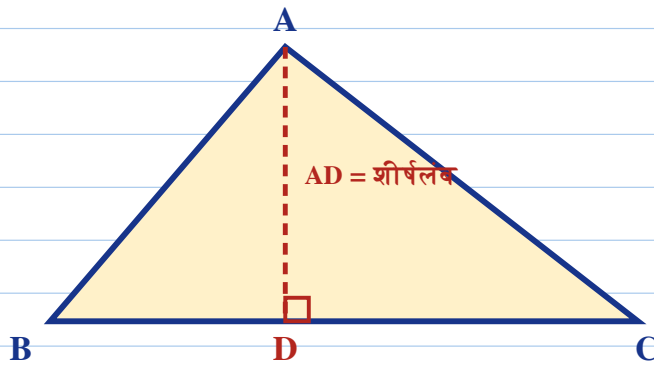


योग > AB: त्रिभुज

त्रिज्याएँ = दो छोटी लंबाइयाँ, AB = सबसे लंबी

दो वृत्तों के तीन मामले

शीर्षलंब



AD, BC पर लंब है

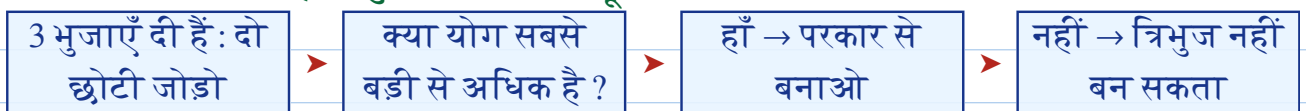
तालिका 1: क्या त्रिभुज बनता है? (भुजाएँ)

लंबाइयाँ	जाँच	त्रिभुज ?
3, 4, 8	$3 + 4 = 7 < 8$	नहीं
4, 5, 8	$4 + 5 = 9 > 8$	हाँ
3, 4, 7	$3 + 4 = 7$ (बराबर)	नहीं (वृत्त स्पर्श)
24, 26, 28	$24 + 26 = 50 > 28$	हाँ
1, 100, 100	$1 + 100 > 100$	हाँ

तालिका 2: त्रिभुजों के प्रकार

भुजाओं से	कोणों से
समबाहु: 3 भुजाएँ बराबर	न्यूनकोण: सब कोण $< 90^\circ$
समद्विबाहु: 2 भुजाएँ बराबर	समकोण: एक कोण $= 90^\circ$
विषमबाहु: कोई भुजा बराबर नहीं	अधिक कोण: एक कोण $> 90^\circ$

फ्लोचार्ट: क्या मैं यह त्रिभुज बना सकता हूँ?



पाठ्यपुस्तक के हल (सभी प्रश्न)

पृष्ठ 150 – भुजाओं (क) 4, 4, 6 (ख) 3, 4, 5 (ग) 1, 5, 5 (घ) 4, 6, 8 (ङ) 3.5, 3.5, 3.5 (cm) वाले

त्रिभुज बनाओ।

उत्तर: पाँचों बनते हैं: हर में दो छोटी लंबाइयों का योग सबसे बड़ी से अधिक है ($4+4 > 6$; $3+4 > 5$; $1+5 > 5$; $4+6 > 8$; $3.5+3.5 > 3.5$)। विधि: एक भुजा का आधार खींचो, फिर उसके सिरों से बाकी दो लंबाइयों की चापें लगाओ और कटान बिंदु से जोड़ो। (क) और (ग) समद्विबाहु, (ङ) समबाहु, (ख) समकोण, (घ) विषमबाहु है।

पृष्ठ 150-151 – Figure it Out प्र1-प्र2: वृत्त के बिंदुओं और केंद्रों से समद्विबाहु व समबाहु त्रिभुज बनाओ।

उत्तर: प्र1 (एक संभव उत्तर): केंद्र O और वृत्त पर कोई दो बिंदु P, Q लो: $OP = OQ$ (त्रिज्याएँ), इसलिए $\triangle OPQ$ समद्विबाहु है। प्र2: बराबर वृत्तों के केंद्र A और B लो, जहाँ दोनों वृत्त मिलें वह बिंदु C लो: $AC = AB = BC$ (सब त्रिज्या के बराबर), इसलिए $\triangle ABC$ समबाहु है। केंद्र B वाले वृत्त पर कोई बिंदु $C_1, C_2 \dots$ लेने पर $\triangle ABC_1$ में $BA = BC_1$, इसलिए समद्विबाहु। तीसरे वृत्त के केंद्र के लिए भी यही विचार लगाओ।

पृष्ठ 151-153 – भुजाएँ 3, 4, 8 और 2, 3, 6; क्या 3, 3, 7 से त्रिभुज बन सकता है? सीधा बनाम घुमावदार रास्ता।

उत्तर: 3, 4, 8: चापें नहीं मिलतीं, त्रिभुज नहीं। 2, 3, 6: त्रिभुज नहीं। 3, 3, 7: $3 + 3 = 6 < 7$, इसलिए त्रिभुज नहीं (रचना से भी जाँचो)। पैटर्न: दो छोटी भुजाओं का योग सबसे बड़ी से कम। 10, 15, 30: सीधा रास्ता $CA = 30$, घुमावदार रास्ते $CB + BA = 10 + 15 = 25$ से लंबा है, जो असंभव है, इसलिए त्रिभुज नहीं बनता।

पृष्ठ 154 – Figure it Out प्र1-प्र3 (लंबाइयाँ तुलना कर अस्तित्व)।

उत्तर: प्र1: $3 + 4 = 7 < 8$ और $2 + 3 = 5 < 6$, यानी दो छोटी भुजाओं का योग सबसे बड़ी से कम – रचना किए बिना ही त्रिभुज नहीं। प्र2: (क) $10 + 10 = 20 < 25$ – त्रिभुज नहीं बनता। (ख) $5 + 10 = 15 < 20$ – नहीं बनता। (ग) $12 + 20 = 32 < 40$ – नहीं बनता। प्र3 (Try this): हाँ, हर समूह में कम से कम दो तुलनाएँ सदा सत्य होती हैं। दो छोटी लंबाइयों में से हर एक सबसे बड़ी से छोटी (या बराबर) है, इसलिए वह बाकी दोनों के योग से अवश्य छोटी है। केवल सबसे बड़ी लंबाई असफल हो सकती है। उदाहरण: 7, 10, 15 और 12, 14, 18। इसलिए केवल सबसे बड़ी लंबाई की जाँच करनी होती है।

पृष्ठ 156 – Figure it Out प्र1: (क) 2, 2, 5 (ख) 3, 4, 6 (ग) 2, 4, 8 (घ) 5, 5, 8 (ङ) 10, 20, 25 (च) 10, 20, 35 (छ) 24, 26, 28 में से कौन-से त्रिभुज की भुजाएँ हो सकती हैं?

उत्तर: (क) $2 + 2 = 4 < 5$ – नहीं। (ख) $3 + 4 = 7 > 6$ – हाँ। (ग) $2 + 4 = 6 < 8$ – नहीं। (घ) $5 + 5 = 10 > 8$ – हाँ। (ङ) $10 + 20 = 30 > 25$ – हाँ। (च) $10 + 20 = 30 < 35$ – नहीं। (छ) $24 + 26 = 50 > 28$ – हाँ।

पृष्ठ 158-159 – तीन उदाहरण जहाँ वृत्त (क) स्पर्श करें, (ख) न मिलें। अस्तित्व जाँचने की विधि।

Figure it Out प्र1-प्र3।

उत्तर: (क) वृत्त स्पर्श करते हैं जब छोटी + मध्य = सबसे बड़ी: 3, 4, 7; 2, 5, 7; 1, 1, 2। (ख) नहीं मिलते जब छोटी + मध्य < सबसे बड़ी: 2, 3, 8; 1, 2, 9; 3, 3, 7। विधि: लंबाईयाँ क्रम में लिखो, दो छोटी जोड़ो, सबसे बड़ी से तुलना करो: योग > सबसे बड़ी → त्रिभुज बनता है। प्र1: (क) 1, 100, 100: $1 + 100 > 100$ – बनता है। (ख) 3, 6, 9: $3 + 6 = 9$, अधिक नहीं – नहीं बनता। (ग) 1, 1, 5: $1 + 1 < 5$ – नहीं बनता। (घ) 5, 10, 12: $5 + 10 = 15 > 12$ – बनता है। प्र2: $50 + 50 > 50$, इसलिए हाँ। किसी भी लंबाई s के लिए $s + s = 2s > s$, इसलिए हर भुजा-लंबाई का समबाहु त्रिभुज बनता है। प्र3 (उदाहरण; कोष्ठक में पूरा परास): (क) 1, 100: 99.5, 100, 100.5, 100.7, 99.4 (99 और 101 के बीच कोई भी संख्या)। (ख) 5, 5: 5, 4, 3, 4.9, 1 (0 और 10 के बीच कोई भी संख्या)। (ग) 3, 7: 5, 6, 6.4, 7, 8 (4 और 10 के बीच कोई भी संख्या)।

पृष्ठ 160-161 – $\triangle ABC$ बनाओ: $AB = 5$, $AC = 4$, $\angle A = 45^\circ$ । Figure it Out प्र1: भुजाएँ व बीच का कोण (क) 3 cm, 75° , 7 cm (ख) 6 cm, 25° , 3 cm (ग) 3 cm, 120° , 8 cm। Math Talk: क्या त्रिभुज न बनने की स्थिति हो सकती है?

उत्तर: हर भाग के चरण: एक भुजा को आधार खींचो; उसके एक सिरे पर दिया कोण चाँदे से बनाओ; नई भुजा पर दूसरी भुजा की लंबाई अंकित करो; दोनों खुले सिरे जोड़ो। (क) आधार 3 cm, कोण 75° , दूसरी भुजा 7 cm। (ख) आधार 6 cm, कोण 25° , भुजा 3 cm। (ग) आधार 3 cm, कोण 120° (अधिक कोण), भुजा 8 cm। तीनों संभव हैं। Math Talk: बीच का कोण 180° या अधिक हो तो त्रिभुज नहीं बनता (उत्तर-पुस्तिका के उदाहरण: 4 cm, 210° , 6 cm और 3 cm, 180° , 7 cm); तब दोनों भुजाएँ एक रेखा में आ जाती हैं या बंद आकृति नहीं बनती।

पृष्ठ 161-162 – $AB = 5$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ बनाओ। Figure it Out प्र1: (क) 75° , 5 cm, 75° (ख) 25° , 3 cm, 60° (ग) 120° , 6 cm, 30° । क्या त्रिभुज सदा बनते हैं?

उत्तर: चरण: भुजा को आधार खींचो, एक सिरे पर पहला कोण और दूसरे सिरे पर दूसरा कोण बनाओ; भुजाएँ तीसरे शीर्ष पर मिलती हैं। (क) $75^\circ + 75^\circ = 150^\circ < 180^\circ$, संभव। (ख) $25^\circ + 60^\circ = 85^\circ$, संभव। (ग) $120^\circ + 30^\circ = 150^\circ$, संभव, त्रिभुज अधिक कोण वाला है। त्रिभुज सदा नहीं बनते: केवल तब बनते हैं जब दोनों कोणों का योग 180° से कम हो।

पृष्ठ 162-164 – $\angle A = 40^\circ$: $\angle B$ के संभव मान? कम से कम $\angle B$ जिस पर त्रिभुज न बने? Figure it Out प्र1-प्र2 और दो कोणों का नियम।

उत्तर: (क) $\angle A = 40^\circ$ के लिए 140° से कम कोई भी $\angle B$ त्रिभुज देता है, जैसे 60° या 100° ; $\angle B = 150^\circ$ नहीं देता। (ख) $\angle B$ का सबसे छोटा मान जिस पर भुजाएँ नहीं मिलतीं 140° है (B वाली भुजा A वाली के समांतर: $40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$)। $\angle B \geq 140^\circ$ पर त्रिभुज नहीं बनता; AB की लंबाई कोई भूमिका नहीं निभाती। प्र1: (क) 30° : 150° से कम दूसरा कोण (50° , 90°) चलता है; 150° या 170° नहीं। (ख) 70° : 110° से कम (60° , 80°) चलता है; 110° या अधिक (120° , 140°) नहीं। (ग) 54° : 126° से कम (64° , 90°) चलता है; 126° या अधिक (134° , 154°) नहीं।

(घ) $144^\circ : 36^\circ$ से कम ($20^\circ, 35^\circ$) चलता है; 36° या अधिक ($36^\circ, 90^\circ$) नहीं। प्र2: (क) $35^\circ + 150^\circ = 185^\circ$ - नहीं बन सकता। (ख) $70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$ - बन सकता है। (ग) $90^\circ + 85^\circ = 175^\circ$ - बन सकता है। (घ) $50^\circ + 150^\circ = 200^\circ$ - नहीं बन सकता। नियम: $0^\circ < A + B < 180^\circ$ ।

पृष्ठ 164-166 - $\angle B = 50^\circ, \angle C = 70^\circ$: $\angle A$ निकालो। Figure it Out प्र1-प्र3 (तीसरा कोण) और कोण योग गुण।

उत्तर: $\angle A = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ (A से BC के समांतर रेखा XY से दिखाया)। प्र1: (क) $36^\circ, 72^\circ$: तीसरा $= 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ । (ख) $150^\circ, 15^\circ$: $180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$ । (ग) $90^\circ, 30^\circ$: 60° । (घ) $75^\circ, 45^\circ$: 60° । प्र2: सभी कोण 70° वाला त्रिभुज संभव नहीं ($3 \times 70^\circ = 210^\circ \neq 180^\circ$)। दो कोण 70° हों तो तीसरा $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ । सभी कोण बराबर हों तो प्रत्येक $180^\circ \div 3 = 60^\circ$ । प्र3: $\angle B = \angle C$ और $\angle A = 50^\circ$: $\angle B + \angle C = 130^\circ$, इसलिए $\angle B = \angle C = 65^\circ$ ।

पृष्ठ 167 - $\angle A = 50^\circ, \angle B = 60^\circ$ हो तो $\angle ACD$ निकालो। बहिष्कोण और दोनों कोणों में क्या संबंध है?

उत्तर: $\angle ACB = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$, इसलिए $\angle ACD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ । संबंध: $\angle ACD = \angle A + \angle B$ ($110^\circ = 50^\circ + 60^\circ$): बहिष्कोण अपने सम्मुख दोनों अंतः कोणों के योग के बराबर होता है, क्योंकि $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ और $\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$ ।

पृष्ठ 168-171 - कागज़ मोड़कर शीर्षलंब; क्या ऐसा त्रिभुज है जिसकी कोई भुजा ही शीर्षलंब हो? न्यूनकोण की परिभाषा। Figure it Out प्र1-प्र4।

उत्तर: मोड़ना: सलवट आधार पर लंब है क्योंकि उसके आधार के साथ बने दोनों कोण बराबर हैं और मिलकर सीधा कोण (180°) बनाते हैं, इसलिए प्रत्येक 90° । समकोण त्रिभुज में एक भुजा ही शीर्षलंब होती है (समकोण बनाने वाली दोनों भुजाएँ)। न्यूनकोण त्रिभुज को “एक न्यून कोण वाला” परिभाषित नहीं कर सकते क्योंकि हर त्रिभुज में कम से कम दो कोण न्यून होते हैं; इसके लिए तीनों न्यून होने चाहिए। प्र1: BC = 5 cm खींचो; B से 6 cm और C से 5 cm की चापें लगाओ; कटान A है। AB, AC जोड़ो। फिर पैमाने और सेट-स्क्वेयर से A से BC पर लंब AD खींचो। ($\triangle ABC$ समद्विबाहु है, CA = BC = 5)। प्र2: RY = 4 cm खींचो; R पर $\angle R = 140^\circ$ बनाओ; RT = 7 cm अंकित करो; TY जोड़ो। $\angle R$ अधिक कोण है, इसलिए YR को R से आगे बढ़ाओ और T से इस बढ़ी रेखा पर लंब खींचो - शीर्षलंब त्रिभुज के बाहर गिरता है। प्र3: $\angle B = 90^\circ$, AC = 5 cm: $\angle A + \angle C = 90^\circ$, और $\angle A$ 0° से 90° के बीच कुछ भी हो सकता है (जैसे 30° और $60^\circ, 45^\circ$ और 45°), इसलिए अनंत त्रिभुज बनते हैं। प्र4: समबाहु समकोण: संभव नहीं (हर कोण 60°)। समबाहु अधिक कोण: संभव नहीं। समद्विबाहु समकोण: संभव ($90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$)। समद्विबाहु अधिक कोण: संभव (जैसे $120^\circ, 30^\circ, 30^\circ$)।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न - 1 अंक

1. त्रिभुज में कितनी भुजाएँ, शीर्ष और कोण होते हैं? (1)

उत्तर: 3 भुजाएँ, 3 शीर्ष, 3 कोण।

2. त्रिभुज के कोणों का योग ? (1)

उत्तर: 180° ।

3. क्या 3 cm, 4 cm, 8 cm भुजाओं का त्रिभुज बन सकता है ? (1)

उत्तर: नहीं, क्योंकि $3 + 4 < 8$ ।

4. दो बराबर भुजाओं वाला त्रिभुज क्या कहलाता है ? (1)

उत्तर: समद्विबाहु त्रिभुज।

5. त्रिभुज असमिका लिखो। (1)

उत्तर: हर भुजा बाकी दो भुजाओं के योग से छोटी होती है।

6. समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण ? (1)

उत्तर: 60° ।

7. त्रिभुज के दो कोण 50° और 60° हैं। तीसरा निकालो। (1)

उत्तर: $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ ।

8. त्रिभुज का शीर्षलंब क्या है ? (1)

उत्तर: शीर्ष से सम्मुख भुजा पर डाला गया लंब।

9. हर त्रिभुज में कम से कम कितने न्यून कोण होते हैं ? (1)

उत्तर: दो।

10. त्रिभुज का बहिष्कोण किन कोणों के योग के बराबर होता है ? (1)

उत्तर: दो सम्मुख अंतः कोणों के।

11. दो कोण 35° और 150° हैं। क्या वे त्रिभुज के कोण हो सकते हैं ? (1)

उत्तर: नहीं, इनका योग 185° है जो 180° से अधिक है।

12. समकोण त्रिभुज के दो न्यून कोणों का योग ? (1)

उत्तर: 90° ।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 3 अंक

1. जाँचो कि भुजाओं (क) 5, 10, 12 (ख) 3, 6, 9 (ग) 1, 1, 5 से त्रिभुज बनते हैं या नहीं। (3)

उत्तर: (क) $5 + 10 = 15 > 12$, बनता है। (ख) $3 + 6 = 9$, 9 से अधिक नहीं, नहीं बनता। (ग) $1 + 1 = 2 < 5$, नहीं बनता।

2. जिस त्रिभुज की दो भुजाएँ 3 और 7 हैं, उसकी तीसरी भुजा के 5 संभव मान दो। (3)

उत्तर: तीसरी भुजा $7 - 3 = 4$ से अधिक और $3 + 7 = 10$ से कम होनी चाहिए। इसलिए 5, 6, 7, 8, 9 (या 6.4) संभव हैं।

3. त्रिभुज के दो कोण (क) 75° , 45° (ख) 90° , 30° हों तो तीसरा कोण निकालो। (3)

उत्तर: (क) $180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$ । (ख) $180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ ।

4. $\triangle ABC$ में $\angle A = 50^\circ$ और $\angle B = \angle C$ है। $\angle B$ और $\angle C$ निकालो। (3)

उत्तर: $\angle B + \angle C = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ । $\angle B = \angle C$, इसलिए प्रत्येक $= 130^\circ \div 2 = 65^\circ$ ।

5. $\triangle ABC$ में $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ है। BC को D तक बढ़ाया गया। बहिष्कोण ACD निकालो।

(3)

उत्तर: $\angle ACB = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$ । $\angle ACD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ । (जाँच: $50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$)

6. भुजाओं 4, 5, 8 का त्रिभुज क्यों बनता है? वृत्तों का कौन-सा मामला होता है? (3)

उत्तर: $4 + 5 = 9 > 8$, इसलिए त्रिभुज असमिका सत्य है। आधार $AB = 8$ लेने पर 4 और 5 त्रिज्या के वृत्तों की त्रिज्याओं का योग $9 > 8$ है, इसलिए वृत्त दो बिंदुओं पर कटते हैं और त्रिभुज बनता है।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 5 अंक

1. सिद्ध करो कि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है। (5)

उत्तर: $\triangle ABC$ लो। A से BC के समांतर रेखा XY खींचो। AB तिर्यक रेखा है, इसलिए $\angle XAB = \angle B$ (एकांतर कोण); AC तिर्यक रेखा है, इसलिए $\angle YAC = \angle C$ (एकांतर कोण)। $\angle XAB$, $\angle BAC$ और $\angle YAC$ मिलकर रेखा XY पर सीधा कोण बनाते हैं, इसलिए $\angle XAB + \angle BAC + \angle YAC = 180^\circ$ । बदलने पर: $\angle B + \angle A + \angle C = 180^\circ$ ।

2. वृत्तों की सहायता से त्रिभुज असमिका समझाओ। निर्णय करो कि (क) 4, 5, 8 (ख) 3, 4, 7 (ग)

2, 3, 8 से त्रिभुज बनता है या नहीं। (5)

उत्तर: सबसे लंबी भुजा को आधार AB लो और A, B से दो छोटी लंबाइयों की त्रिज्या के वृत्त बनाओ। त्रिज्याओं का योग AB से कम हो तो वृत्त नहीं मिलते; बराबर हो तो एक बिंदु पर स्पर्श करते हैं; अधिक हो तो दो बिंदुओं पर कटते हैं और त्रिभुज बनता है। इसलिए त्रिभुज तभी बनता है जब दो छोटी भुजाओं का योग सबसे बड़ी से अधिक हो। (क) $4 + 5 = 9 > 8$ – बनता है। (ख) $3 + 4 = 7$ – केवल स्पर्श, त्रिभुज नहीं। (ग) $2 + 3 = 5 < 8$ – त्रिभुज नहीं।

3. $AB = 5\text{ cm}$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ वाला और $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$, $\angle A = 45^\circ$ वाला $\triangle ABC$ बनाओ। चरण लिखो। बताओ हर स्थिति में त्रिभुज कब नहीं बनता। (5)

उत्तर: (i) ASA: चरण 1 $AB = 5\text{ cm}$ खींचो। चरण 2 A पर 45° और B पर 80° बनाओ। चरण 3 भुजाएँ C पर मिलती हैं। दोनों कोणों का योग 180° या अधिक हो तो नहीं बनता। (ii) SAS: चरण 1 $AB = 5\text{ cm}$ खींचो। चरण 2 A पर $\angle A = 45^\circ$ बनाओ। चरण 3 उस भुजा पर $AC = 4\text{ cm}$ वाला बिंदु C अंकित करो। चरण 4 BC जोड़ो। बीच का कोण 180° या अधिक हो तो नहीं बनता।

4. शीर्षलंब क्या है? पैमाने और सेट-स्क्वेयर से शीर्षलंब की रचना बताओ और अधिक कोण त्रिभुज में क्या होता है, समझाओ। त्रिभुजों का भुजाओं और कोणों से वर्गीकरण करो। (5)

उत्तर: शीर्षलंब शीर्ष से सम्मुख भुजा पर डाला गया लंब है। चरण: पैमाना आधार के साथ रखो; सेट-स्क्वेयर को उस पर इस तरह रखो कि समकोण की एक भुजा पैमाने पर हो; उसे खिसकाकर दूसरी भुजा शीर्ष तक लाओ; शीर्ष से रेखा खींचो। अधिक कोण त्रिभुज में न्यून शीर्ष से लंब

आधार को बढ़ाने पर ही मिलता है, इसलिए वह बाहर गिरता है। भुजाओं से: समबाहु, समद्विबाहु, विषमबाहु। कोणों से: न्यूनकोण (सब न्यून), समकोण (एक 90°), अधिक कोण (एक 90° से बड़ा)।

