

Chapter Review

- **Introduction:** Statistics deals with collecting, organising and interpreting data. Ungrouped data is raw data in its original form (for example 3, 3, 4, 3, 5). Grouped data organises observations into class intervals with frequencies (for example marks 0-20, 20-40 with the number of students). Frequency is the number of times an observation occurs. Class width = upper limit - lower limit, and class mark = (upper limit + lower limit)/2.
- **Mean of grouped data:** The mean $\bar{x} = \sum f_i x_i / \sum f_i$, where x_i is the class mark and f_i the frequency of the i th class. There are three methods: the direct method, the assumed mean method and the step-deviation method; all three give the same result. Mean is affected by every observation and is useful to compare distributions.
- **Direct method:** Step 1: make a table of classes, frequencies and class marks x_i . Step 2: find the products $f_i x_i$. Step 3: add to get $\sum f_i x_i$ and $\sum f_i$. Step 4: mean = $\sum f_i x_i / \sum f_i$. Example: classes 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 with $f = 5, 8, 15, 16, 6$ give $\sum f = 50$, $\sum fx = 1350$ and mean = 27.
- **Assumed mean method:** Choose an assumed mean a (usually a middle class mark). Find deviations $d_i = x_i - a$. Then mean = $a + \sum f_i d_i / \sum f_i$.
Step-deviation method: when all deviations have a common factor h (the class width), take $u_i = (x_i - a)/h$; then mean = $a + h \times (\sum f_i u_i / \sum f_i)$. For the example above ($a = 25$, $h = 10$): $\sum fu = 10$, so mean = $25 + 10 \times (10/50) = 27$.

- **Mode of grouped data:** The class with the highest frequency is the modal class. $\text{Mode} = l + [(f_1 - f_0)/(2f_1 - f_0 - f_2)] \times h$, where l = lower limit of the modal class, h = class size, f_1 = frequency of the modal class, f_0 = frequency of the preceding class, f_2 = frequency of the succeeding class. Example: modal class 30-40, $f_1 = 16$, $f_0 = 15$, $f_2 = 6$: mode = $30 + (1/11) \times 10 = 30.91$.
- **Median of grouped data:** Make the cumulative frequency (cf) column and find $n/2$, where $n = \sum f$. The median class is the class whose cf is just greater than $n/2$. $\text{Median} = l + [(n/2 - cf)/f] \times h$, where l = lower limit of the median class, cf = cumulative frequency of the class before it, f = frequency of the median class, h = class size. Example: $n = 50$, $n/2 = 25$, median class 20-30 ($cf = 13$, $f = 15$): median = $20 + (12/15) \times 10 = 28$.
- **Cumulative frequency curve (ogive):** The 'less than' type ogive plots upper class limits against cumulative frequencies; the 'more than' type plots lower class limits against 'more than' cumulative frequencies. The point of intersection of the two ogives gives the median. Plotting $n/2$ on the y-axis and dropping a perpendicular to the x-axis from the curve also gives the median.
- **Choosing the average and relationship:** The mean is the average of all observations; the median is the middle value and is best when extreme values are present; the mode is the most frequent value and is best for the most popular item. The empirical relationship is $3 \text{ Median} = \text{Mode} + 2 \text{ Mean}$ (so $\text{Mode} = 3 \text{ Median} - 2 \text{ Mean}$). Mode can also be found graphically from a histogram by joining the top corners of the modal bar to the opposite corners of the adjacent bars.

Key Terms

Frequency – Number of times an observation occurs.

Class Interval – A range such as 10–20 into which data is grouped.

Class Mark – Midpoint of a class, $(\text{upper} + \text{lower})/2$.

Class Width – Upper limit minus lower limit of a class.

Mean – $\Sigma fx / \Sigma f$, the average of the data.

Median – The middle value of the data.

Mode – The most frequently occurring value.

Modal Class – The class having the highest frequency.

Median Class – Class whose cumulative frequency is just above $n/2$.

Cumulative Frequency – Running total of the frequencies.

Ogive – Graph of a cumulative frequency distribution.

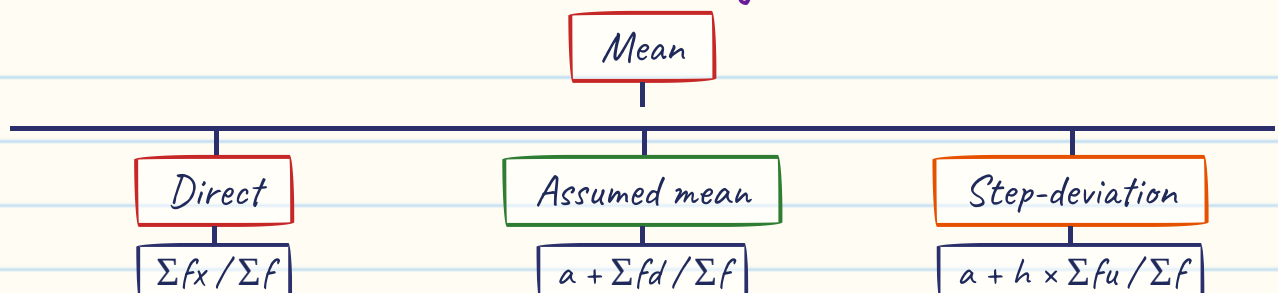
Assumed Mean – A chosen value 'a' used to simplify the mean calculation.

Diagrams / Flowcharts

Formulae of Grouped Data

Measure	Formula
Mean (direct)	$\Sigma fx / \Sigma f$
Mean (step-deviation)	$a + h \times \Sigma fu / \Sigma f$
Median	$l + [(n/2 - cf)/f] \times h$
Mode	$l + [(f_1 - f_0)/(2f_1 - f_0 - f_2)] \times h$
Relation	$3 \text{ Median} = \text{Mode} + 2 \text{ Mean}$

Methods of Finding Mean



Worked Table

Class	f	x	fx
0-10	5	5	25
10-20	8	15	120
20-30	15	25	375
30-40	16	35	560
40-50	6	45	270

Mean vs Median vs Mode

Mean

- Uses all values
- Affected by extremes
- Compare data sets

Median / Mode

- Median: middle, ignores extremes
- Mode: most frequent, popular item

Textbook Exercise Questions

Q.1 Find the mean of the data: classes 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 with frequencies 5, 8, 15, 16, 6.

Ans. Class marks 5, 15, 25, 35, 45. $\sum fx = 25 + 120 + 375 + 560 + 270 = 1350$. $\sum f = 50$. Mean = $1350/50 = 27$.

Q.2 Find the median of the same data.

Ans. cf: 5, 13, 28, 44, 50. $n/2 = 25$, so the median class is 20-30. $l = 20$, cf = 13, $f = 15$, $h = 10$. Median = $20 + (12/15) \times 10 = 28$.

Q.3 Find the mode of the same data.

Ans. Modal class is 30-40 ($f_1 = 16$), $f_0 = 15$, $f_2 = 6$, $l = 30$, $h = 10$. Mode = $30 + [(16 - 15)/(32 - 15 - 6)] \times 10 = 30 + 10/11 = 30.91$.

Q.4 Find the mean by the step-deviation method for the same data.

Ans. Take $a = 25$, $h = 10$: $u = -2, -1, 0, 1, 2$; $\sum fu = -10 - 8 + 0 + 16 + 12 = 10$. Mean $= 25 + 10 \times (10/50) = 27$.

Q.5 If the mode is 65 and the mean is 62.4, find the median.

Ans. $3 \text{ Median} = \text{Mode} + 2 \text{ Mean} = 65 + 124.8 = 189.8$, so Median $= 63.27$.

Q.6 Explain how to draw a 'less than' ogive and find the median from it.

Ans. Plot (upper class limit, cumulative frequency) points, join them with a smooth curve, locate $n/2$ on the y-axis, draw a horizontal line to the curve and drop a perpendicular on the x-axis; the foot gives the median.

Important Board-Pattern Questions (with Solutions)

Q.1 [1 mark] Write the empirical relation among mean, median and mode.

Ans. $3 \text{ Median} = \text{Mode} + 2 \text{ Mean}$.

Q.2 [1 mark] Find the class mark of the class 15–25.

Ans. $(15 + 25)/2 = 20$.

Q.3 [2 marks] If the mean of a distribution is 10.5 and the median is 10, find the mode.

Ans. Mode $= 3 \times 10 - 2 \times 10.5 = 9$.

Q.4 [2 marks] Write the formula for the median of grouped data and name each term.

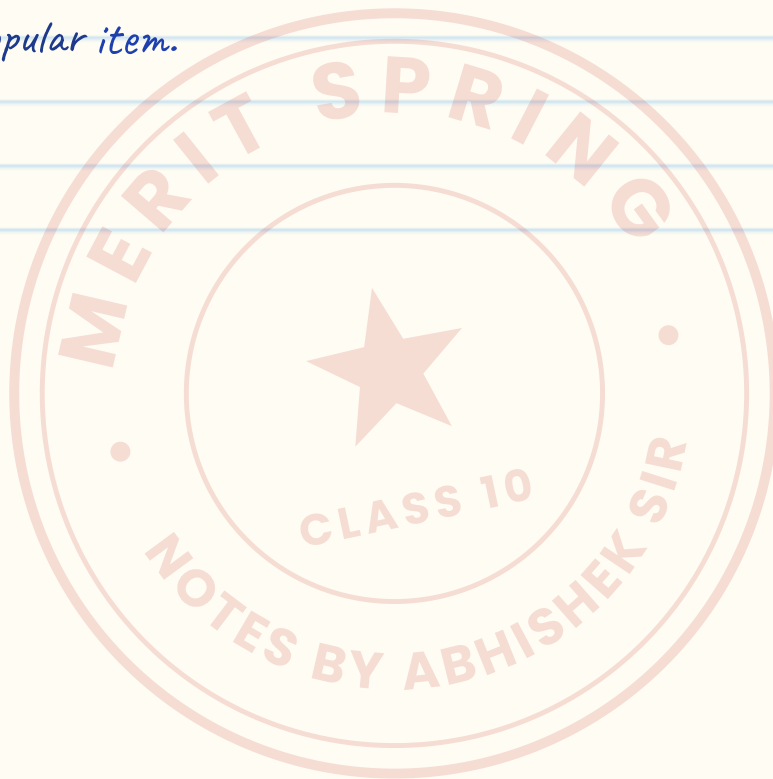
Ans. Median $= l + [(n/2 - cf)/f] \times h$; l = lower limit of the median class, cf = cumulative frequency of the preceding class, f = frequency of the median class, h = class size.

Q.5 [3 marks] Find the mean of: $x = 10, 20, 30, 40, 50$ with $f = 4, 6, 10, 8, 2$.

Ans. $\Sigma f = 30$. $\Sigma fx = 40 + 120 + 300 + 320 + 100 = 880$. $\text{Mean} = 880/30 = 29.33$.

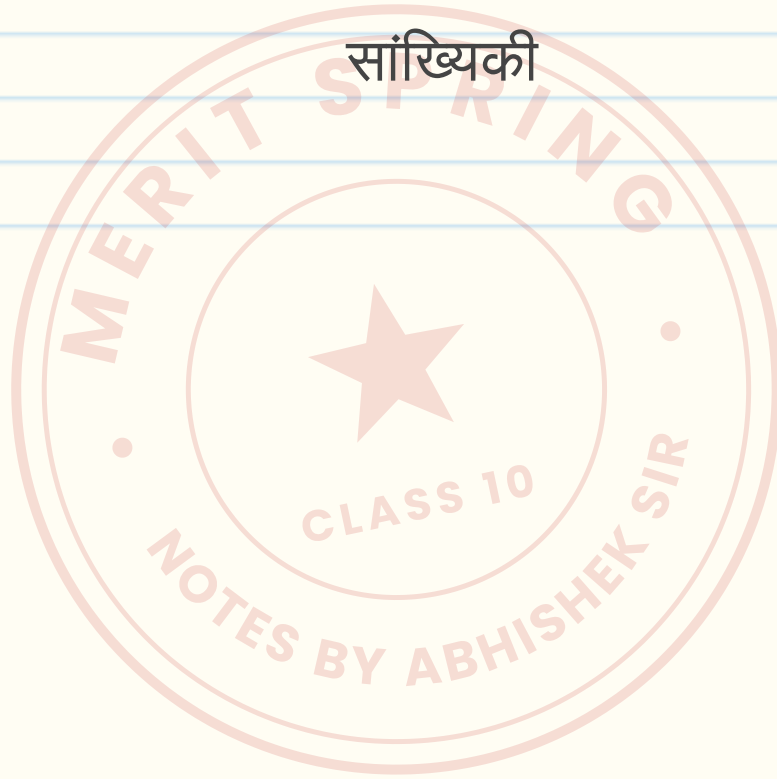
Q.6 [3 marks] If Mean = 16 and Median = 15, find the Mode and state which average suits the most popular item.

Ans. $\text{Mode} = 3 \times 15 - 2 \times 16 = 13$. The mode is the best measure for the most popular item.



HINDI VERSION

सांख्यिकी



अध्याय समीक्षा

- परिचय: सांख्यिकी आँकड़ों को एकत्र करने, व्यवस्थित करने और उनकी व्याख्या करने से संबंधित है। अवर्गीकृत आँकड़े मूल रूप में कच्चे आँकड़े होते हैं (जैसे 3, 3, 4, 3, 5)। वर्गीकृत आँकड़ों में प्रेक्षण वर्ग अंतरालों और बारंबारताओं में व्यवस्थित होते हैं (जैसे अंक 0-20, 20-40 और विद्यार्थियों की संख्या)। बारंबारता किसी प्रेक्षण के आने की संख्या है। वर्ग माप = ऊपरी सीमा - निचली सीमा और वर्ग चिह्न = (ऊपरी सीमा + निचली सीमा)/2।
- वर्गीकृत आँकड़ों का माध्य: माध्य $\bar{x} = \sum f_i x_i / \sum f_i$, जहाँ x_i वर्ग चिह्न और f_i i th वर्ग की बारंबारता है। तीन विधियाँ हैं: प्रत्यक्ष विधि, कल्पित माध्य विधि और पद-विचलन विधि; तीनों का परिणाम समान आता है। माध्य सभी प्रेक्षणों से प्रभावित होता है और बंटनों की तुलना में उपयोगी है।
- प्रत्यक्ष विधि: चरण 1: वर्गों, बारंबारताओं और वर्ग चिह्न x_i की सारणी बनाएँ। चरण 2: गुणनफल $f_i x_i$ निकालें। चरण 3: $\sum f_i x_i$ और $\sum f_i$ का योग करें। चरण 4: माध्य = $\sum f_i x_i / \sum f_i$ । उदाहरण: वर्ग 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 और $f = 5, 8, 15, 16, 6$ से $\sum f = 50$, $\sum f x = 1350$ और माध्य = 27।
- कल्पित माध्य विधि: कल्पित माध्य a लें (प्रायः मध्य वर्ग का वर्ग चिह्न)। विचलन $d_i = x_i - a$ निकालें। तब माध्य = $a + \sum f_i d_i / \sum f_i$ । पद-विचलन विधि: जब सभी विचलनों में उभयनिष्ठ गुणनखंड h (वर्ग माप) हो तो $u_i = (x_i - a)/h$ लें; तब माध्य = $a + h \times (\sum f_i u_i / \sum f_i)$ । उपरोक्त उदाहरण ($a = 25$, $h = 10$) में $\sum f u = 10$, अतः माध्य = $25 + 10 \times (10/50) = 27$ ।
- वर्गीकृत आँकड़ों का बहुलक: सर्वाधिक बारंबारता वाला वर्ग बहुलक वर्ग कहलाता है। बहुलक = $l + [(f_1 - f_0)/(2f_1 - f_0 - f_2)] \times h$, जहाँ l = बहुलक वर्ग की निचली सीमा, h = वर्ग माप, f_1 = बहुलक वर्ग की बारंबारता, f_0 = उससे पहले वर्ग की बारंबारता, f_2 = उसके बाद वाले वर्ग की बारंबारता। उदाहरण: बहुलक वर्ग 30-40, $f_1 = 16$, $f_0 = 15$, $f_2 = 6$: बहुलक = $30 + (1/11) \times 10 = 30.91$ ।

- वर्गीकृत आँकड़ों की माधिका: संचयी बारंबारता (cf) स्तंभ बनाएँ और $n/2$ ज्ञात करें, जहाँ $n = \sum f$ । माधिका वर्ग वह है जिसकी cf , $n/2$ से ठीक अधिक हो। माधिका = $l + [(n/2 - cf)/f] \times h$, जहाँ l = माधिका वर्ग की निचली सीमा, cf = उससे ठीक पहले वर्ग की संचयी बारंबारता, f = माधिका वर्ग की बारंबारता, h = वर्ग माप। उदाहरण: $n = 50$, $n/2 = 25$, माधिका वर्ग 20-30 ($cf = 13$, $f = 15$): माधिका = $20 + (12/15) \times 10 = 28$ ।
- संचयी बारंबारता वक्र (तोरण): 'से कम' प्रकार का तोरण ऊपरी वर्ग सीमाओं को संचयी बारंबारताओं के विरुद्ध आलेखित करता है; 'से अधिक' प्रकार निचली वर्ग सीमाओं को 'से अधिक' संचयी बारंबारताओं के विरुद्ध आलेखित करता है। दोनों तोरणों का कटान बिंदु माधिका देता है। y -अक्ष पर $n/2$ लेकर वक्र तक रेखा खींचने और x -अक्ष पर लंब डालने से भी माधिका मिलती है।
- औसत का चयन और संबंध: माध्य सभी प्रेक्षणों का औसत है; माधिका मध्य मान है और चरम मान होने पर सबसे उपयुक्त है; बहुलक सर्वाधिक आने वाला मान है और सबसे लोकप्रिय वस्तु जानने के लिए उपयुक्त है। अनुभवजन्य संबंध: 3 माधिका = बहुलक + 2 माध्य (अतः बहुलक = 3 माधिका - 2 माध्य)। बहुलक आयतचित्र से भी निकाला जा सकता है; बहुलक आयत के ऊपरी कोनों को पास के आयतों के विपरीत कोनों से मिलाएँ।

मुख्य शब्दावली

बारंबारता - किसी प्रेक्षण के आने की संख्या।

वर्ग अंतराल - आँकड़ों को बाँटने की सीमा, जैसे 10-20।

वर्ग चिह्न - वर्ग का मध्य बिंदु, $(\text{ऊपरी} + \text{निचली})/2$ ।

वर्ग माप - वर्ग की ऊपरी सीमा - निचली सीमा।

माध्य - $\sum fx / \sum f$, आँकड़ों का औसत।

माधिका - आँकड़ों का मध्य मान।

बहुलक - सर्वाधिक बार आने वाला मान।

बहुलक वर्ग - सर्वाधिक बारंबारता वाला वर्ग।

माधिका वर्ग - वह वर्ग जिसकी संचयी बारंबारता $n/2$ से ठीक अधिक हो।

संचयी बारंबारता - बारंबारताओं का क्रमिक योग।

तोरण - संचयी बारंबारता बंटन का आलेख।

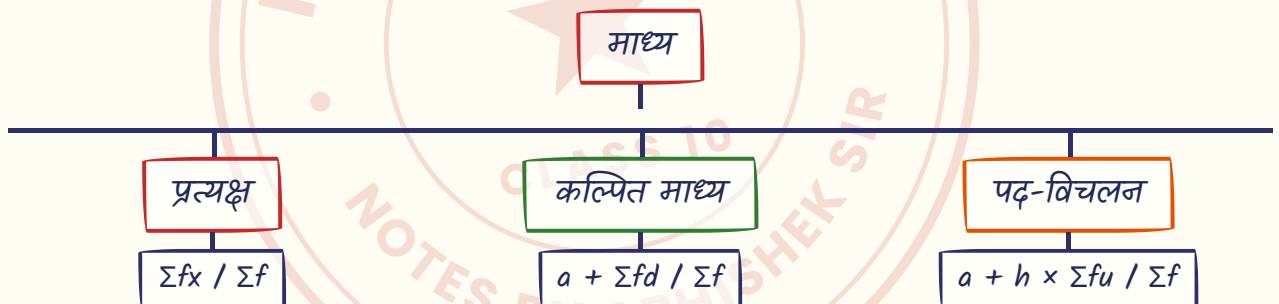
कल्पित माध्य - माध्य की गणना सरल करने के लिए चुना गया मान 'a'।

आरेख / फ्लोचार्ट

वर्गीकृत आँकड़ों के सूत्र

माप	सूत्र
माध्य (प्रत्यक्ष)	$\Sigma fx / \Sigma f$
माध्य (पद-विचलन)	$a + h \times \Sigma fu / \Sigma f$
माधिका	$l + [(n/2 - cf)/f] \times h$
बहुलक	$l + [(f_1 - f_0)/(2f_1 - f_0 - f_2)] \times h$
संबंध	3 माधिका = बहुलक + 2 माध्य

माध्य ज्ञात करने की विधियाँ



हल की गई सारणी

वर्ग	f	x	fx
0-10	5	5	25
10-20	8	15	120
20-30	15	25	375
30-40	16	35	560
40-50	6	45	270

माध्य, माधिका और बहुलक

माध्य

- सभी मानों का उपयोग
- चरम मानों से प्रभावित
- आँकड़ों की तुलना

माधिका / बहुलक

- माधिका: मध्य, चरम की उपेक्षा
- बहुलक: सर्वाधिक, लोकप्रिय वस्तु

पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 आँकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए: वर्ग 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 और बारंबारताएँ 5, 8, 15, 16, 61

उत्तर- वर्ग चिह्न 5, 15, 25, 35, 45। $\Sigma fx = 25 + 120 + 375 + 560 + 270 = 1350$ । $\Sigma f = 50$ । माध्य = $1350/50 = 27$ ।

प्र.2 इन्हीं आँकड़ों की माधिका ज्ञात कीजिए।

उत्तर- cf: 5, 13, 28, 44, 50। $n/2 = 25$, अतः माधिका वर्ग 20-30। $l = 20$, cf = 13, $f = 15$, $h = 10$ । माधिका = $20 + (12/15) \times 10 = 28$ ।

प्र.3 इन्हीं आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

उत्तर- बहुलक वर्ग 30-40 ($f_1 = 16$), $f_0 = 15$, $f_2 = 6$, $l = 30$, $h = 10$ । बहुलक = $30 + [(16 - 15)/(32 - 15 - 6)] \times 10 = 30 + 10/11 = 30.91$ ।

प्र.4 इन्हीं आँकड़ों का माध्य पद-विचलन विधि से ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $a = 25$, $h = 10$ लें: $u = -2, -1, 0, 1, 2$; $\Sigma fu = -10 - 8 + 0 + 16 + 12 = 10$ । माध्य = $25 + 10 \times (10/50) = 27$ ।

प्र.5 यदि बहुलक 65 और माध्य 62.4 हैं तो माधिका ज्ञात कीजिए।

उत्तर- 3 माधिका = बहुलक + 2 माध्य = $65 + 124.8 = 189.8$, अतः माधिका = 63.27।

प्र.6 'से कम' प्रकार का तोरण बनाने और उससे माधिका निकालने की विधि समझाइए।

उत्तर- (ऊपरी वर्ग सीमा, संचयी बारंबारता) बिंदु आलेखित करें, उन्हें चिकने वक्र से मिलाएँ, y-अक्ष पर $n/2$ लें, वहाँ से वक्र तक क्षैतिज रेखा खींचें और x-अक्ष पर लंब डालें; लंब का पाद माधिका देता है।

बोर्ड पैटर्न के महत्वपूर्ण प्रश्न (हल सहित)

प्र.1 [1 अंक] माध्य, माधिका और बहुलक का अनुभवजन्य संबंध लिखिए।

उत्तर- $3 \text{ माधिका} = \text{बहुलक} + 2 \text{ माध्य}$ ।

प्र.2 [1 अंक] वर्ग 15-25 का वर्ग चिह्न ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $(15 + 25)/2 = 20$ ।

प्र.3 [2 अंक] यदि किसी बंटन का माध्य 10.5 और माधिका 10 है तो बहुलक ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $\text{बहुलक} = 3 \times 10 - 2 \times 10.5 = 9$ ।

प्र.4 [2 अंक] वर्गीकृत आँकड़ों की माधिका का सूत्र लिखिए और प्रत्येक पद का नाम बताइए।

उत्तर- $\text{माधिका} = l + [(n/2 - cf)/f] \times h$; l = माधिका वर्ग की निचली सीमा, cf = ठीक पहले वर्ग की संचयी बारंबारता, f = माधिका वर्ग की बारंबारता, h = वर्ग माप।

प्र.5 [3 अंक] माध्य ज्ञात कीजिए: $x = 10, 20, 30, 40, 50$ और $f = 4, 6, 10, 8, 21$

उत्तर- $\Sigma f = 30$ । $\Sigma fx = 40 + 120 + 300 + 320 + 100 = 880$ । $\text{माध्य} = 880/30 = 29.33$ ।

प्र.6 [3 अंक] यदि बहुलक = 3 माधिका - 2 माध्य और माध्य 16 तथा माधिका 15 है तो बहुलक ज्ञात कीजिए और बताइए कि कौन-सा औसत सर्वाधिक लोकप्रिय वस्तु के लिए उपयुक्त है।

उत्तर- $\text{बहुलक} = 3 \times 15 - 2 \times 16 = 13$ । सर्वाधिक लोकप्रिय वस्तु जानने के लिए बहुलक सबसे उपयुक्त है।