

Introduction: Why do we need coordinates?

Think about how you tell a friend where your seat is in a cinema hall. You do not say 'somewhere in the middle'. You say **Row F, Seat 12**. Two numbers, and the seat is found. This idea of fixing a position with two numbers is exactly what we study in this chapter. It is called a **coordinate system**.

A **system of coordinates** is a framework, like the grid lines on a map or a graph paper, that lets us describe the exact position of any point using numbers. Today it is used everywhere: Google Maps, the GPS in your phone, the screen of a video game, a chess board (e4, h7) and even in the way a ship finds its way in the sea.

Teacher's Note: This idea is very old in India. The streets of the Sindhu-Sarasvati cities were laid in exact North-South and East-West lines, about 10 metres apart, so one could find a shop by counting units in two directions. Baudhayana used East-West and North-South lines in geometry, Aryabhata mapped the sky with coordinates, and Brahmagupta gave us zero and negative numbers. Without negative numbers, the four-quadrant plane that we study today would be impossible. Later Fermat and Descartes (1637) joined algebra and geometry using the same idea. That is why it is also called the **Cartesian** plane.

1.2 Settling In: Reiaan's Room

The story: Reiaan has moved to a new city and cannot see, so his sister Shalini makes a floor map of his room on a rectangular grid. She fixes pins at the corners of the furniture and joins them with wool, so Reiaan can feel the room with his fingers. The scale is **1 cm : 1 foot**, which means every 1 cm on the sketch is 1 foot in the real room.

Notice that the map shows only the floor. This is why the position of windows cannot be marked: a window is on a wall, and a floor plan has only length and breadth, no height. Remember this, it tells us the plane has only **two** dimensions.

1.3 The 2-D Cartesian Coordinate System

Till now you used the **number line**. It is one-dimensional: one line, one number tells the place. But a point on a floor can move left-right and also forward-back. So we need **two number lines at right angles**.

- The horizontal line is the **x-axis**. The vertical line is the **y-axis**.
- The point where they cross is the **origin 0**. Its coordinates are **(0, 0)**.
- From 0, distances are marked in equal units on both axes.
- **Right** of 0 and **up** from 0 are **positive**. **Left** of 0 and **down** from 0 are **negative**.

Coordinates of a point are written as **(x, y)**. Here **x** is the perpendicular distance of the point from the **y-axis** (measured along the x-axis), and **y** is the perpendicular distance from the **x-axis** (measured along the y-axis). Many students get confused here, so read it twice: x tells how far **sideways**, y tells how far **up or down**.

Teacher's Note: Memory trick: **First walk along the corridor (x), then climb the stairs (y)**. Always sideways first, up/down second. That is why (3, 5) and (5, 3) are different places.

Points on the axes

- A point on the **x-axis** looks like **(x, 0)**. Its y-coordinate is 0, because it is zero distance from the x-axis. Example: B = (4.5, 0) is 4.5 units to the right of 0.

- A point on the **y-axis** looks like **$(0, y)$** . Its x-coordinate is 0. Example: $H = (0, 4)$ is 4 units above 0; $G = (0, -4.5)$ is 4.5 units below 0.
- $E = (-2.9, 0)$ is on the x-axis, 2.9 units to the **left** of 0.

Think! What is the x-coordinate of any point on the y-axis? And what is the y-coordinate of any point on the x-axis? Answer: both are 0.

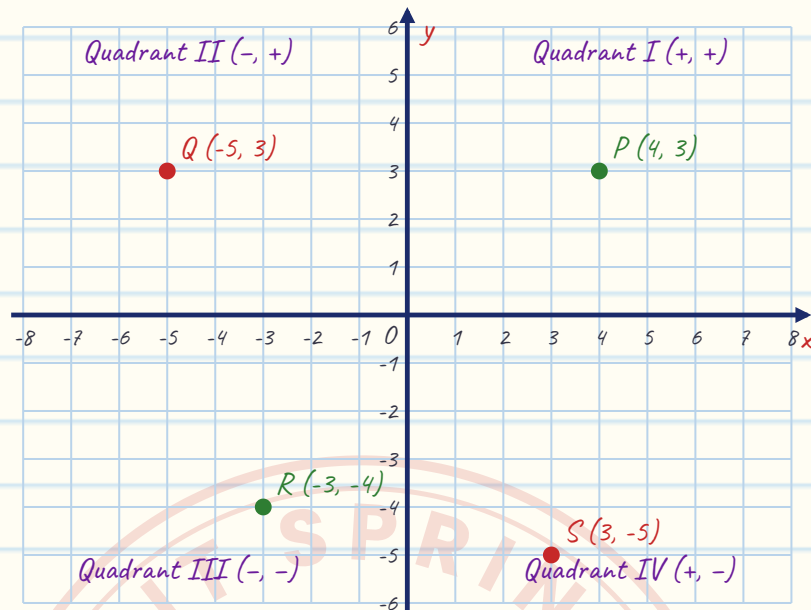
(x-coordinate on y-axis = 0; y-coordinate on x-axis = 0.)

While writing, we can drop the '=' sign: $P = (x, y)$ is written simply as **$P(x, y)$** . This is especially handy while marking points on a graph.

Quadrants: the four parts of the plane

The two axes divide the plane (called the **Cartesian plane**, **coordinate plane** or **xy-plane**) into four parts called **quadrants**. They are numbered **anticlockwise** (opposite to the clock hands), starting from the top right.

Quadrant	Position	Sign of x	Sign of y	Form
I	Top right	+	+	$(+, +)$
II	Top left	-	+	$(-, +)$
III	Bottom left	-	-	$(-, -)$
IV	Bottom right	+	-	$(+, -)$



Quadrants of the coordinate plane

Look at the picture. Point $S(3, -5)$ is in Quadrant IV: go 3 units right, then 5 units down. Point $Q(-5, 3)$ is in Quadrant II: go 5 units left, then 3 units up. Points $P(4, 3)$ and $R(-3, -4)$ are examples for Quadrant I and Quadrant III.

Careful! A point on an axis does not belong to any quadrant. For example $(3, 0)$ and $(0, -2)$ lie on the axes, not inside a quadrant.

How to plot a point, step by step

Example: Plot the point $M(-4, 2)$

Step 1: Start at the origin $O(0, 0)$.

Step 2: Look at $x = -4$. It is negative, so move **4 units to the left** along the x-axis.

Step 3: Now look at $y = 2$. It is positive, so from there move **2 units up**, parallel to the y-axis.

Step 4: Mark the point and write $M(-4, 2)$. It lies in **Quadrant II** because $(-, +)$.

Think and Reflect (with answers)

- Does $Q(y, x)$ ever coincide with $P(x, y)$? **Only when $x = y$.** For example $(3, 3)$ is the same as $(3, 3)$. If $x \neq y$ then $(x, y) \neq (y, x)$. Example: $(2, 5)$ is a different point from $(5, 2)$.
- So the claim ' $(x, y) = (y, x)$ if and only if $x = y$ ' is **true**.

Exercise Set 1.1: Reiaan's room (Fig. 1.3)

From the figure: the room has corners $O(0, 0)$, $A(12, 0)$, $B(12, 10)$, $C(0, 10)$. The door D_1R_1 is on the bottom wall, D_1 is at $x = 8$ and $R_1 = (11.5, 0)$.

(i) How far is the door from the left wall (y -axis) and from the x -axis?

Ans. D_1 is at $x = 8$, so the door starts **8 feet** from the left wall (y -axis). D_1 lies on the x -axis, so its distance from the x -axis is **0** (the door is in the wall along the x -axis).

(ii) Coordinates of D_1 ?

Ans. $D_1 = (8, 0)$.

(iii) $R_1 = (11.5, 0)$. How wide is the door? Comfortable? Wheelchair?

Ans. Width = $11.5 - 8 = 3.5$ feet. A normal room door is about 3 feet wide, so this is comfortable, and it is wide enough for a person in a wheelchair (which usually needs about 2.5 to 3 feet).

(iv) $B_1(0, 1.5)$ and $B_2(0, 4)$: is the bathroom door narrower or wider?

Ans. Width = $4 - 1.5 = 2.5$ feet. It is **narrower** than the room door (3.5 feet).

Exercise Set 1.2: Using Fig. 1.5

On graph paper (1 cm = 1 unit) mark the axes from $(-7, 0)$ to $(13, 0)$ and from $(0, -15)$ to $(0, 12)$. The bathroom is at the left of the y -axis; the dining room is below the x -axis.

Q.1 A table has three feet at $(8, 9)$, $(11, 9)$ and $(11, 7)$. Find the fourth foot, size, and is it a good spot?

Ans. The four feet form a rectangle, so the fourth foot has $x = 8$ and $y = 7$: $(8, 7)$.

Sides: $11 - 8 = 3$ feet along x , and $9 - 7 = 2$ feet along y . So the table is **3 ft long and 2 ft wide**. Height cannot be known from a flat 2-D map.

It is a good spot: the bed ends at $x = 7$ and the table starts at $x = 8$, so they do not touch; there is a 1 foot gap and it is inside the room (x up to 12, y up to 10).

Q.2 The bathroom door has hinge at $B_1(0, 1.5)$ and opens into the bedroom. Will it hit the wardrobe? What if the door is made wider?

Ans. The door is 2.5 ft wide, so its free end sweeps a circle of radius 2.5 ft around B_1 . The wardrobe's nearest point is $(3, 1.5)$, at distance $3 - 0 = 3$ ft. Since $2.5 < 3$, the door **does not hit** the wardrobe.

If the door is made wider than **3 ft**, it will touch the wardrobe. So keep it 3 ft or less, or shift the wardrobe.

Q.3 (i) Corners of the bathroom O, F, R, P ?

Ans. $O(0, 0)$, $F(0, 9)$, $R(-6, 9)$, $P(-6, 0)$. It is a **rectangle** 6 ft by 9 ft.

Q.3 (ii) Shape and corners of the showering area $SHWR$?

Ans. $S(-6, 6)$, $H(-3, 6)$, $W(-2, 9)$, $R(-6, 9)$. The sides SH (length 3) and RW (length 4) are both horizontal, so they are parallel: the shape is a **trapezium**.

Q.3 (iii) Spaces for a 3 ft $\times$ 2 ft washbasin and a 2 ft $\times$ 3 ft toilet?

Ans. Answers can differ. One choice: washbasin $(-6, 0)$, $(-3, 0)$, $(-3, 2)$, $(-6, 2)$ and toilet $(-6, 3)$, $(-4, 3)$, $(-4, 6)$, $(-6, 6)$. They do not overlap

(washbasin has $y \leq 2$, toilet has $y \geq 3$).

Q.4 (i) Dining room: length 18 ft from P to A, width 15 ft. Sketch and mark corners.

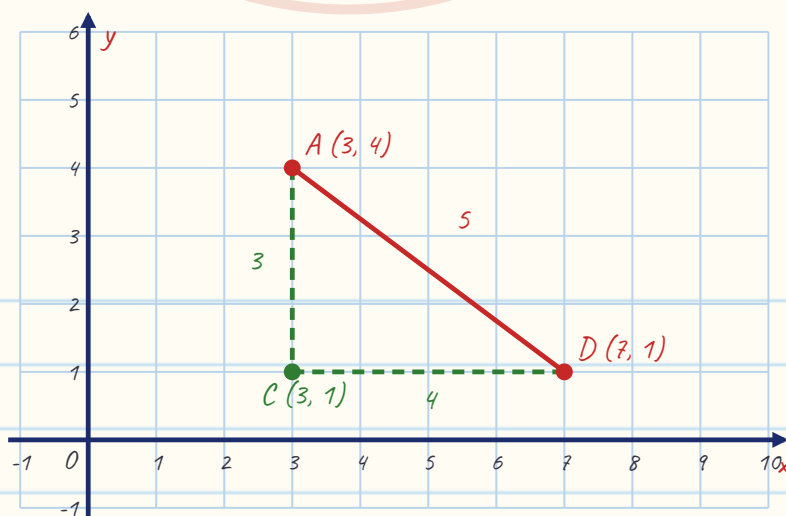
Ans. P is $(-6, 0)$ and A is $(12, 0)$: $PA = 12 - (-6) = 18$ ft. The room extends 15 ft downward, so the corners are $P(-6, 0)$, $A(12, 0)$, $(12, -15)$, $(-6, -15)$.

Q.4 (ii) A 5 ft $\times$ 3 ft table exactly in the centre. Feet coordinates?

Ans. Centre of the room = $((-6 + 12)/2, (0 - 15)/2) = (3, -7.5)$. Half of 5 is 2.5 and half of 3 is 1.5. So the feet are at $x = 3 \pm 2.5$ and $y = -7.5 \pm 1.5$: $(0.5, -9)$, $(5.5, -9)$, $(5.5, -6)$, $(0.5, -6)$.

1.4 Distance between two points

If two points are on the same horizontal line, the distance is just the difference of the x-coordinates (ignore the sign). If they are on the same vertical line, it is the difference of the y-coordinates. For example, the distance between $(2, 5)$ and $(9, 5)$ is $|9 - 2| = 7$. But what if the segment is **slanted**? Then we use the **Baudhayana-Pythagoras theorem** of Grade 8: in a right triangle, $(\text{hypotenuse})^2 = (\text{side 1})^2 + (\text{side 2})^2$.



Finding the distance AD

Example: Find the distance between A(3, 4) and D(7, 1)

Step 1: Draw a horizontal line from A and a vertical line from D. They meet at C(3, 1). Triangle ACD has a right angle at C.

Step 2: Horizontal side CD = $7 - 3 = 4$ (difference of x-coordinates).

Step 3: Vertical side AC = $4 - 1 = 3$ (difference of y-coordinates).

Step 4: $AD^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$, so $AD = 5$ units.

In the same way, for M(9, 6): $DM = \sqrt{(2^2 + 5^2)} = \sqrt{29}$ units and $MA = \sqrt{(6^2 + 2^2)} = \sqrt{40}$ units.

The distance formula

$$d = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$$

The distance between (x_1, y_1) and (x_2, y_2) is the formula above. It is nothing new: it is Pythagoras applied to the sideways shift $(x_2 - x_1)$ and the up/down shift $(y_2 - y_1)$. It does not matter whether these shifts are positive or negative, because they are squared and a square is never negative.

- Step 1: Write the two points clearly, (x_1, y_1) and (x_2, y_2) .
- Step 2: Find $x_2 - x_1$ and $y_2 - y_1$. Take care with negative numbers.
- Step 3: Square both and add.
- Step 4: Take the square root.

Example: Distance between P(-3, -2) and Q(2, 10)

Step 1: $x_2 - x_1 = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$.

Step 2: $y_2 - y_1 = 10 - (-2) = 12$.

Step 3: $d^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$.

Step 4: $d = \sqrt{169} = 13$ units.

Careful! Common mistakes: (1) writing $x_2 - x_1$ as $2 - 3$ when x_1 is negative; remember minus of a negative is plus. (2) forgetting the square root at the end. (3) adding the differences instead of squaring them first.

Reflection keeps distances the same

If we reflect triangle ADM in the y -axis, each point (x, y) goes to $(-x, y)$. So $A(3, 4) \rightarrow A'(-3, 4)$, $D(7, 1) \rightarrow D'(-7, 1)$, $M(9, 6) \rightarrow M'(-9, 6)$. Now $A'C' = 4 - 1 = 3$ and $C'D' = -3 - (-7) = 4$, so $A'D' = 5$, the same as AD . Also $D'M' = \sqrt{29}$ and $M'A' = \sqrt{40}$. **What changes:** the sign of the x -coordinates (position, left and right swap). **What stays the same:** all the lengths, so the shape and size of the triangle. If we reflect in the **x -axis**, each (x, y) goes to $(x, -y)$ and again all lengths stay the same.

End-of-Chapter Exercises (with answers)

Q.1 x - and y -coordinates of the point where the two axes meet?

Ans. It is the origin: $x = 0$ and $y = 0$, that is $(0, 0)$.

Q.2 W has x -coordinate -5 . H lies on the line through W parallel to the y -axis. Coordinates of H ? Which quadrants?

Ans. A line parallel to the y -axis is vertical, so every point on it has the same x . Hence $H = (-5, y)$. If $y > 0$, H is in Quadrant II; if $y < 0$, in Quadrant III. So H lies in **Quadrant II or III** (and if $y = 0$ it is on the x -axis).

Q.3 $R(3, 0)$, $A(0, -2)$, $M(-5, -2)$, $P(-5, 2)$, joined in order. (i) two perpendicular sides (ii) a side parallel to an axis (iii) two mirror image points

Ans. (i) AM is horizontal ($y = -2$ for both) and MP is vertical ($x = -5$ for both), so **$AM \perp MP$** .

(ii) **AM is parallel to the x -axis** (also MP is parallel to the y -axis).

(iii) $M(-5, -2)$ and $P(-5, 2)$ have the same x and opposite y , so they are mirror images in the **x -axis**.

Q.4 Plot $Z(5, -6)$. Make a right triangle IZN and find its sides.

Ans. Answers may differ. Take $N(0, 0)$, $I(5, 0)$, $Z(5, -6)$. Right angle is at I .
 $NI = 5$, $IZ = 6$, and $NZ = \sqrt{(25 + 36)} = \sqrt{61}$.

Q.5 What if we had no negative numbers?

Ans. We could only mark Quadrant I (right and above O). Points to the left of or below the origin could not be located, so we could **not** describe the whole plane.

Q.6 Are $M(-3, -4)$, $A(0, 0)$, $G(6, 8)$ on one straight line? (without plotting)

Ans. Find the three distances. $MA = \sqrt{(9 + 16)} = 5$. $AG = \sqrt{(36 + 64)} = 10$.
 $MG = \sqrt{(81 + 144)} = 15$. Since **$5 + 10 = 15$** , A lies on the segment MG , so the points are **on the same line (collinear)**.

Method: if the sum of the two smaller distances equals the largest distance, the three points are collinear.

Q.7 Check $R(-5, -1)$, $B(-2, -5)$, $C(4, -12)$ with this method.

Ans. $RB = \sqrt{(9 + 16)} = 5$. $BC = \sqrt{(36 + 49)} = \sqrt{85} \approx 9.22$. $RC = \sqrt{(81 + 121)} = \sqrt{202} \approx 14.21$. But $5 + 9.22 = 14.22$, which is not equal to 14.21 (check exactly: $(5 + \sqrt{85})^2 = 110 + 10\sqrt{85} \approx 202.2$, not 202). So they are **not collinear**.

Q.8 With O as one vertex: (i) a right-angled isosceles triangle (ii) an isosceles triangle with one vertex in QIII and one in QIV.

Ans. (i) $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(0, 4)$: right angle at O and $OA = OB = 4$.

(ii) $O(0, 0)$, $P(-2, -3)$ in QIII, $Q(2, -3)$ in QIV: $OP = OQ = \sqrt{13}$, so the triangle is isosceles.

Q.9 Is M the midpoint of ST ?

Ans. $(-3, 0), (0, 0), (3, 0)$: **Yes**. Average of x : $(-3 + 3)/2 = 0$; of y : 0 .

$(2, 3), (3, 4), (4, 5)$: **Yes**. $((2 + 4)/2, (3 + 5)/2) = (3, 4)$.

$(0, 0), (0, 5), (0, -10)$: **No**. The midpoint is $(0, -5)$, not $(0, 5)$.

$(-8, 7), (0, -2), (6, -3)$: **No**. The midpoint is $(-1, 2)$, not $(0, -2)$.

Connection: $M = ((x \text{ of } S + x \text{ of } T)/2, (y \text{ of } S + y \text{ of } T)/2)$. Each coordinate of the midpoint is the average of the coordinates of the end points.

Q.10 $M(-7, 1)$ is the midpoint of $A(3, -4)$ and $B(x, y)$. Find B .

Ans. $(3 + x)/2 = -7$, so $3 + x = -14$ and $x = -17$. $(-4 + y)/2 = 1$, so $-4 + y = 2$ and $y = 6$. $B = (-17, 6)$.

Q.11 P and Q trisect AB , $A(4, 7)$, $B(16, -2)$. Find P and Q .

Ans. The shift from A to B is 12 along x and -9 along y . One third of it is 4 and -3 . So $P = (4 + 4, 7 - 3) = (8, 4)$. Q is two-thirds of the way: $(4 + 8, 7 - 6) = (12, 1)$. (Check: midpoint of PB is $(12, 1)$ as well, since $P(8, 4)$, $B(16, -2)$.)

Q.12 (i) Show $A(1, -8)$, $B(-4, 7)$, $C(-7, -4)$ lie on a circle with centre O .

Radius? (ii) $D(-5, 6)$, $E(0, 9)$: inside, on or outside?

Ans. (i) $OA^2 = 1 + 64 = 65$, $OB^2 = 16 + 49 = 65$, $OC^2 = 49 + 16 = 65$. All are equal, so all three points are at distance $\sqrt{65}$ from O . They lie on the circle; **radius** $= \sqrt{65} \approx 8.06$.

(ii) $OD^2 = 25 + 36 = 61 < 65$, so **D is inside**. $OE^2 = 0 + 81 = 81 > 65$, so **E is outside**.

Q.13 $D(5, 1)$, $E(6, 5)$, $F(0, 3)$ are midpoints of the sides BC , CA , AB of triangle ABC . Find A , B , C .

Ans. If D , E , F are the midpoints of BC , CA , AB , then each vertex is the sum of the two midpoints on its sides minus the third one. $A = E + F - D = (6 + 0 - 5, 5 + 3 - 1) = (1, 7)$. $B = D + F - E = (5 + 0 - 6, 1 + 3 - 5) = (-1, -1)$. $C = D + E - F = (5 + 6 - 0, 1 + 5 - 3) = (11, 3)$.
Check: midpoint of $BC = (5, 1) = D \checkmark$, of $CA = (6, 5) = E \checkmark$, of $AB = (0, 3) = F \checkmark$.

Q.14 City with 10 streets each way, 200 m apart. How many intersections can be called $(4, 3)$? and $(3, 4)$?

Ans. Each intersection is made by one N-S street and one E-W street, so a name like $(4, 3)$ means **4th N-S street and 3rd E-W street**. There is exactly **1** intersection called $(4, 3)$ and exactly **1** called $(3, 4)$. They are **different** places, because the order matters. In all there are $10 \times 10 = 100$ intersections. (Scale: 1 cm = 200 m, so streets are 1 cm apart on your drawing.)

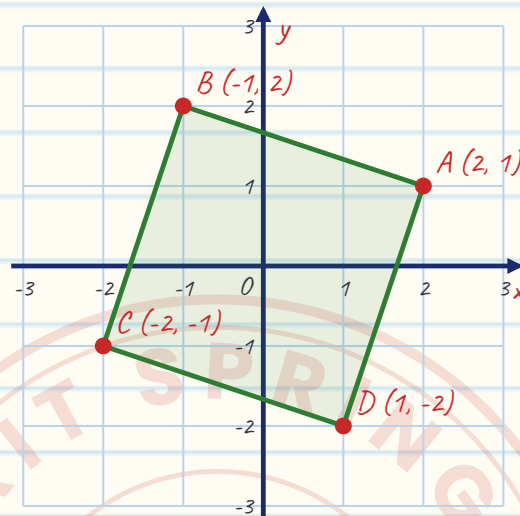
Q.15 Screen 800×600 pixels. Circle 1: centre $A(100, 150)$, $r = 80$. Circle 2: centre $B(250, 230)$, $r = 100$.

Ans. (i) Circle 1 covers x from 20 to 180 and y from 70 to 230. Circle 2 covers x from 150 to 350 and y from 130 to 330. All values lie between 0 and 800 (x) and 0 and 600 (y), so **no part is outside the screen**.
(ii) $AB = \sqrt{(150^2 + 80^2)} = \sqrt{(22500 + 6400)} = \sqrt{28900} = 170$. Sum of radii $= 80 + 100 = 180 > 170$, so the circles **overlap (intersect)**.

Q.16 $A(2, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(-2, -1)$, $D(1, -2)$. Is $ABCD$ a square? Area?

Ans. $AB = \sqrt{(9 + 1)} = \sqrt{10}$, $BC = \sqrt{(1 + 9)} = \sqrt{10}$, $CD = \sqrt{(9 + 1)} = \sqrt{10}$, $DA = \sqrt{(1 + 9)} = \sqrt{10}$. All four sides are equal. Diagonals $AC = \sqrt{(16 + 4)} =$

$\sqrt{20}$ and $BD = \sqrt{(4 + 16)} = \sqrt{20}$ are equal. Equal sides and equal diagonals mean it is a **square**. Area = $\text{side}^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$ square units.



Q16: the square ABCD

Quick Revision

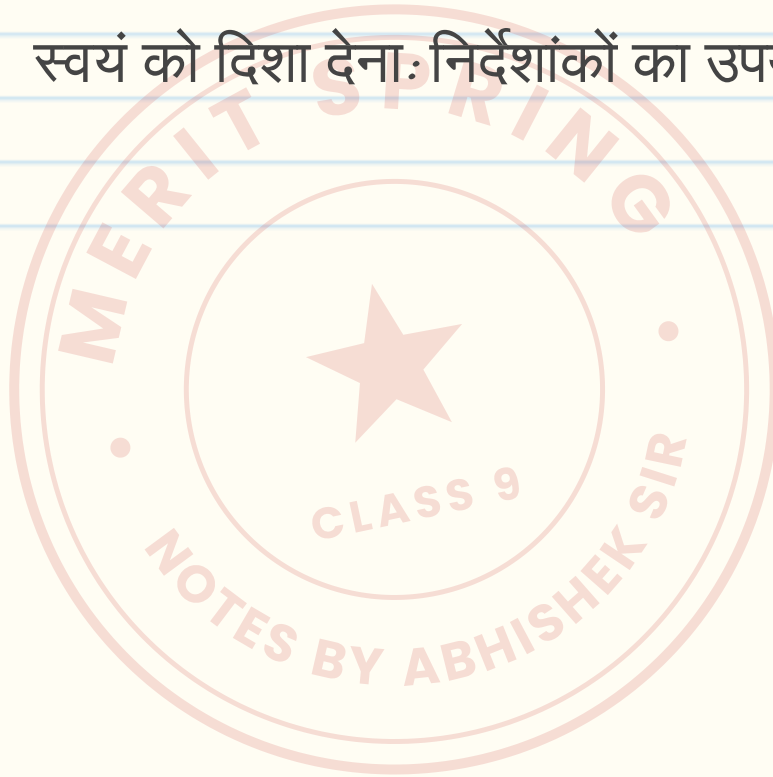
- Two perpendicular number lines make the **coordinate plane**. The horizontal one is the x-axis, the vertical one the y-axis, and they meet at the origin (0, 0).
- (x, y)**: x = distance from the y-axis, y = distance from the x-axis. Always sideways first.
- On the x-axis: (x, 0). On the y-axis: (0, y).
- Signs: Quadrant I (+, +), II (-, +), III (-, -), IV (+, -).
- Distance between points on a horizontal or vertical line = |difference of coordinates|.
- Distance formula**: $\sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$. **Midpoint**: $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$.
- Reflection in an axis changes position but keeps all distances.

Teacher's Note: Do it yourself: Draw a 10×10 grid on graph paper. Mark your school, your home and a shop as points. Write their coordinates and find the distance between your home and school using the distance formula (1 square = 100 m).



हिंदी संस्करण

स्वयं को दिशा देना: निर्देशांकों का उपयोग



परिचय: हमें निर्देशांक क्यों चाहिए?

सोचो, सिनेमा हॉल में तुम दोस्त को अपनी सीट कैसे बताते हो? तुम यह नहीं कहते कि 'बीच में कहीं'। तुम कहते हो **पंक्ति F, सीट 12**। दो संख्याएँ और सीट मिल गई। दो संख्याओं से किसी स्थान को पक्का करने का यही विचार हम इस अध्याय में पढ़ेंगे। इसे **निर्देशांक पद्धति** कहते हैं।

निर्देशांक पद्धति एक ढाँचा है, जैसे नक्शे या ग्राफ पेपर की ग्रिड रेखाएँ, जो किसी भी बिंदु की ठीक-ठीक स्थिति संख्याओं से बताता है। आज यह हर जगह है: गूगल मैप, फ़ोन का GPS, वीडियो गेम की स्क्रीन, शतरंज का बोर्ड (e4, h7) और समुद्र में जहाज़ का रास्ता खोजना।

शिक्षक की बात: यह विचार भारत में बहुत पुराना है। सिंधु-सरस्वती नगरों की सड़कें ठीक उत्तर-दक्षिण और पूर्व-पश्चिम रेखाओं में लगभग 10 मीटर की दूरी पर बनी थीं, ताकि दो दिशाओं में इकाइयाँ गिनकर दुकान ढूँढी जा सके। बौधायन ने ज्यामिति में पूर्व-पश्चिम और उत्तर-दक्षिण रेखाएँ प्रयोग कीं, आर्यभट्ट ने आकाश को निर्देशांकों से नापा, और ब्रह्मगुप्त ने हमें शून्य और ऋणात्मक संख्याएँ दीं। ऋणात्मक संख्याओं के बिना चार चतुर्थांश वाला तल बन ही नहीं सकता था। बाद में फ़र्मा और देकार्त (1637) ने इसी विचार से बीजगणित और ज्यामिति को जोड़ा। इसीलिए इसे **कार्तीय** तल भी कहते हैं।

1.2 बसना: रेयान का कमरा

कहानी: रेयान नए शहर में आया है और देख नहीं सकता, इसलिए उसकी बहन शालिनी आयताकार ग्रिड पर उसके कमरे का फ़र्श-नक्शा बनाती है। वह फ़र्नीचर के कोनों पर पिन लगाती है और उन से जोड़ती है, ताकि रेयान उँगलियों से कमरा महसूस कर सके। पैमाना **1 सेमी : 1 फुट** है, यानी नक्शे का हर 1 सेमी असली कमरे का 1 फुट है।

ध्यान दो कि नक्शा केवल फ़र्श दिखाता है। इसलिए खिड़कियाँ इसमें नहीं दिखाई जा सकती: खिड़की दीवार पर होती है और फ़र्श के नक्शे में सिर्फ़ लंबाई और चौड़ाई होती है, ऊँचाई नहीं। यह याद रखो, इससे पता चलता है कि तल **दो** विमाओं वाला है।

1.3 द्वि-विमीय कार्तीय निर्देशांक पद्धति

अब तक तुमने **संख्या रेखा** पढ़ी है। वह एक-विमीय है: एक रेखा और एक संख्या से स्थान पता चल जाता है। पर फ़र्श पर कोई बिंदु बाएँ-दाएँ भी जा सकता है और आगे-पीछे भी। इसलिए हमें **एक-दूसरे पर लंबवत दो संख्या रेखाएँ** चाहिए।

- क्षैतिज रेखा **x-अक्ष** है। ऊर्ध्वाधर रेखा **y-अक्ष** है।
- जहाँ वे कटती हैं वह **मूल बिंदु 0** है। इसके निर्देशांक **(0, 0)** हैं।
- 0 से दोनों अक्षों पर बराबर इकाइयों में दूरी नापी जाती है।
- 0 के **दाएँ** और **ऊपर** की दूरी **धनात्मक** है। 0 के **बाएँ** और **नीचे** की दूरी **ऋणात्मक** है।

किसी बिंदु के निर्देशांक **(x, y)** लिखे जाते हैं। यहाँ **x** बिंदु की **y-अक्ष** से लंबवत दूरी है (x-अक्ष के अनुदिश नापी), और **y** बिंदु की **x-अक्ष** से लंबवत दूरी है (y-अक्ष के अनुदिश नापी)। यहीं बच्चे उलझते हैं, इसलिए दो बार पढ़ो: **x** बताता है **बगल में** कितना, **y** बताता है **ऊपर या नीचे** कितना।

शिक्षक की बात: याद रखने की तरकीब: **पहले गली में चलो (x), फिर सीढ़ियाँ चढ़ो (y)**। हमेशा पहले बगल में, फिर ऊपर-नीचे। इसीलिए (3, 5) और (5, 3) अलग जगहें हैं।

अक्षों पर स्थित बिंदु

- **x-अक्ष** पर बिंदु **(x, 0)** जैसा होता है। इसका y-निर्देशांक 0 है, क्योंकि यह x-अक्ष से शून्य दूरी पर है। उदा. $B = (4.5, 0)$ 0 से 4.5 इकाई दाएँ है।
- **y-अक्ष** पर बिंदु **(0, y)** जैसा होता है। इसका x-निर्देशांक 0 है। उदा. $H = (0, 4)$ 0 से 4 इकाई ऊपर है; $G = (0, -4.5)$ 0 से 4.5 इकाई नीचे है।
- $E = (-2.9, 0)$ x-अक्ष पर 0 से 2.9 इकाई **बाएँ** है।

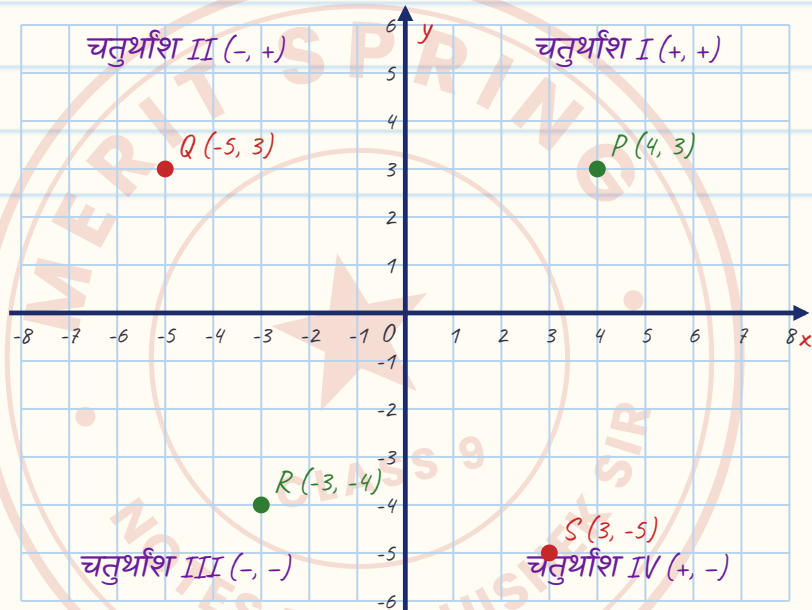
सोचो! y-अक्ष पर किसी भी बिंदु का x-निर्देशांक क्या होगा? और x-अक्ष पर किसी भी बिंदु का y-निर्देशांक? उत्तर: दोनों 0 हैं।

लिखते समय हम '=' चिह्न छोड़ सकते हैं: $P = (x, y)$ को सीधे **$P(x, y)$** लिखते हैं। ग्राफ पर बिंदु अंकित करते समय यह सुविधाजनक है।

चतुर्थांश: तल के चार भाग

दोनों अक्ष तल को (जिसे **कार्तीय तल**, **निर्देशांक तल** या **xy-तल** कहते हैं) चार भागों में बाँटते हैं, जिन्हें **चतुर्थांश** कहते हैं। इन्हें ऊपर दाएँ से शुरू करके **वामावर्त** (घड़ी की सुइयों के उलटी दिशा में) क्रमांक दिया जाता है।

चतुर्थांश	स्थिति	x का चिह्न	y का चिह्न	रूप
I	ऊपर दाएँ	+	+	(+, +)
II	ऊपर बाएँ	-	+	(-, +)
III	नीचे बाएँ	-	-	(-, -)
IV	नीचे दाएँ	+	-	(+, -)



निर्देशांक तल के चारों चतुर्थांश

चित्र देखो। बिंदु $S(3, -5)$ चतुर्थांश IV में है: 3 इकाई दाएँ, फिर 5 इकाई नीचे। बिंदु $Q(-5, 3)$ चतुर्थांश II में है: 5 इकाई बाएँ, फिर 3 इकाई ऊपर। $P(4, 3)$ और $R(-3, -4)$ क्रमशः चतुर्थांश I और III के उदाहरण हैं।

ध्यान रखो! अक्ष पर स्थित बिंदु किसी चतुर्थांश में नहीं आता। जैसे $(3, 0)$ और $(0, -2)$ अक्षों पर हैं, किसी चतुर्थांश के अंदर नहीं।

बिंदु अंकित करना, चरण दर चरण

उदाहरण: बिंदु $M(-4, 2)$ अंकित करो

चरण 1: मूल बिंदु $O(0, 0)$ से शुरू करो।

चरण 2: $x = -4$ देखो। यह ऋणात्मक है, इसलिए x -अक्ष पर **4 इकाई बाएँ** चलो।

चरण 3: अब $y = 2$ देखो। यह धनात्मक है, इसलिए वहाँ से y -अक्ष के समांतर **2 इकाई ऊपर** चलो।

चरण 4: बिंदु लगाओ और $M(-4, 2)$ लिखो। यह **चतुर्थांश II** में है क्योंकि $(-, +)$ ।

सोचें और विचार करें (उत्तर सहित)

- क्या $Q(y, x)$ कभी $P(x, y)$ पर पड़ता है? **केवल तब जब $x = y$ ।** जैसे $(3, 3)$ और $(3, 3)$ एक ही बिंदु हैं। यदि $x \neq y$ तो $(x, y) \neq (y, x)$ । उदा. $(2, 5)$ और $(5, 2)$ अलग बिंदु हैं।
- इसलिए कथन ' $(x, y) = (y, x)$ यदि और केवल यदि $x = y$ ' **सत्य** है।

प्रश्नावली 1.1: रेयान का कमरा (चित्र 1.3)

चित्र से: कमरे के कोने $O(0, 0)$, $A(12, 0)$, $B(12, 10)$, $C(0, 10)$ हैं। दरवाज़ा D_1R_1 नीचे की दीवार पर है, D_1 $x = 8$ पर है और $R_1 = (11.5, 0)$ ।

(i) दरवाज़ा बायीं दीवार (y -अक्ष) और x -अक्ष से कितनी दूर है?

उत्तर- D_1 का $x = 8$ है, इसलिए दरवाज़ा बायीं दीवार (y -अक्ष) से **8 फुट** दूर शुरू होता है। D_1 x -अक्ष पर है, इसलिए x -अक्ष से इसकी दूरी **0** है (दरवाज़ा x -अक्ष वाली दीवार में है)।

(ii) D_1 के निर्देशांक?

उत्तर- $D_1 = (8, 0)$ ।

(iii) $R_1 = (11.5, 0)$ । दरवाज़ा कितना चौड़ा है? आरामदायक है? व्हीलचेयर?

उत्तर- चौड़ाई $= 11.5 - 8 = 3.5$ **फुट**। सामान्य कमरे का दरवाज़ा लगभग 3 फुट चौड़ा होता है, इसलिए यह आरामदायक है और व्हीलचेयर वाले व्यक्ति के लिए भी पर्याप्त है (जिसे लगभग 2.5 से 3 फुट चाहिए)।

(iv) $B_1(0, 1.5)$ और $B_2(0, 4)$: बाथरूम का दरवाज़ा संकरा है या चौड़ा?

उत्तर- चौड़ाई = $4 - 1.5 = 2.5$ फुट। यह कमरे के दरवाज़े (3.5 फुट) से **संकरा** है।

प्रश्नावली 1.2: चित्र 1.5 का प्रयोग

ग्राफ पेपर (1 सेमी = 1 इकाई) पर $(-7, 0)$ से $(13, 0)$ तक x-अक्ष और $(0, -15)$ से $(0, 12)$ तक y-अक्ष अंकित करो। बाथरूम y-अक्ष के बाएँ हैं; भोजन कक्ष x-अक्ष के नीचे हैं।

प्र.1 एक मेज़ के तीन पाये $(8, 9)$, $(11, 9)$ और $(11, 7)$ पर हैं। चौथा पाया, मेज़ का आकार, और क्या यह अच्छी जगह है?

उत्तर- चारों पाये आयत बनाते हैं, इसलिए चौथे पाये का $x = 8$ और $y = 7$: **$(8, 7)$** ।

भुजाएँ: x के अनुदिश $11 - 8 = 3$ फुट और y के अनुदिश $9 - 7 = 2$ फुट। इसलिए मेज़

3 फुट लंबी और 2 फुट चौड़ी है। ऊँचाई समतल 2-D नक्शे से पता नहीं चलती।

यह अच्छी जगह है: बिस्तर $x = 7$ पर खत्म होता है और मेज़ $x = 8$ से शुरू होती है, इसलिए वे छूते नहीं; 1 फुट जगह बचती है और मेज़ कमरे के अंदर है (x तक 12, y तक 10)।

प्र.2 बाथरूम के दरवाज़े का कब्ज़ा $B_1(0, 1.5)$ पर है और दरवाज़ा शयनकक्ष में खुलता है। क्या वह अलमारी से टकराएगा? चौड़ा करने पर?

उत्तर- दरवाज़ा 2.5 फुट चौड़ा है, इसलिए उसका खुला सिरा B_1 के चारों ओर 2.5 फुट त्रिज्या का वृत्त बनाता है। अलमारी का सबसे पास का बिंदु $(3, 1.5)$ है, दूरी $3 - 0 = 3$ फुट। चूँकि $2.5 < 3$, दरवाज़ा अलमारी से **नहीं टकराएगा**।

यदि दरवाज़ा **3 फुट** से अधिक चौड़ा किया गया तो वह अलमारी को छूएगा। इसलिए 3 फुट या कम रखो, या अलमारी खिसकाओ।

प्र.3 (i) बाथरूम के कोने O, F, R, P के निर्देशांक?

उत्तर- $O(0, 0)$, $F(0, 9)$, $R(-6, 9)$, $P(-6, 0)$ । यह 6 फुट $\times$ 9 फुट का **आयत** है।

प्र.3 (ii) नहाने के क्षेत्र SHWR का आकार और कोने?

उत्तर- $S(-6, 6)$, $H(-3, 6)$, $W(-2, 9)$, $R(-6, 9)$ । भुजाएँ SH (लंबाई 3) और RW (लंबाई 4) दोनों क्षैतिज हैं, इसलिए समांतर हैं: आकार **समलंब चतुर्भुज** है।

प्र.3 (iii) 3 फुट x 2 फुट वॉशबेसिन और 2 फुट x 3 फुट शौचालय के लिए जगह?

उत्तर- उत्तर अलग हो सकते हैं। एक विकल्प: वॉशबेसिन $(-6, 0)$, $(-3, 0)$, $(-3, 2)$, $(-6, 2)$ और शौचालय $(-6, 3)$, $(-4, 3)$, $(-4, 6)$, $(-6, 6)$ । ये एक-दूसरे पर नहीं चढ़ते (वॉशबेसिन में $y \leq 2$, शौचालय में $y \geq 3$)।

प्र.4 (i) भोजन कक्ष: P से A तक लंबाई 18 फुट, चौड़ाई 15 फुट। चित्र बनाओ और कोने लिखो।

उत्तर- $P(-6, 0)$ और $A(12, 0)$ हैं: $PA = 12 - (-6) = 18$ फुट। कक्ष 15 फुट नीचे की ओर फैला है, इसलिए कोने $P(-6, 0)$, $A(12, 0)$, $(12, -15)$, $(-6, -15)$ हैं।

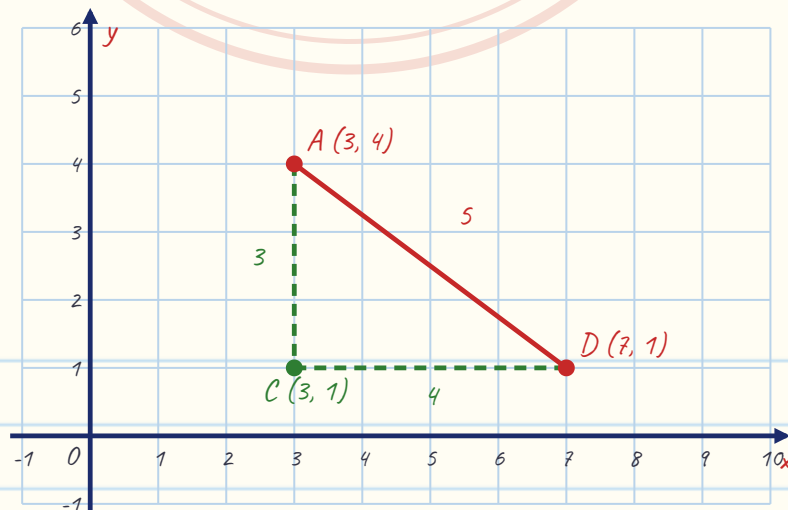
प्र.4 (ii) 5 फुट x 3 फुट की मेज ठीक बीच में। पायों के निर्देशांक?

उत्तर- कक्ष का केंद्र $= ((-6 + 12)/2, (0 - 15)/2) = (3, -7.5)$ । 5 का आधा 2.5 और 3 का आधा 1.5 है। इसलिए पाये $x = 3 \pm 2.5$ और $y = -7.5 \pm 1.5$ पर हैं: $(0.5, -9)$, $(5.5, -9)$, $(5.5, -6)$, $(0.5, -6)$ ।

1.4 दो बिंदुओं के बीच की दूरी

यदि दो बिंदु एक ही क्षैतिज रेखा पर हों तो दूरी बस x -निर्देशांकों का अंतर है (चिह्न छोड़कर)। यदि एक ही ऊर्ध्वाधर रेखा पर हों तो y -निर्देशांकों का अंतर। उदा. $(2, 5)$ और $(9, 5)$ के बीच की दूरी $|9 - 2| = 7$ है। पर यदि रेखाखंड **तिरछा** हो तो? तब हम कक्षा 8 की

बौधायन-पाइथागोरस प्रमेय लगाते हैं: समकोण त्रिभुज में (कर्ण)² = (भुजा 1)² + (भुजा 2)²।



दूरी AD ज्ञात करना

उदाहरण: A(3, 4) और D(7, 1) के बीच की दूरी ज्ञात करो

चरण 1: A से क्षैतिज रेखा और D से ऊर्ध्वाधर रेखा खींचो। वे C(3, 1) पर मिलती हैं। त्रिभुज ACD में C पर समकोण है।

चरण 2: क्षैतिज भुजा CD = 7 - 3 = 4 (x-निर्देशांकों का अंतर)।

चरण 3: ऊर्ध्वाधर भुजा AC = 4 - 1 = 3 (y-निर्देशांकों का अंतर)।

चरण 4: $AD^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$, इसलिए **AD = 5 इकाई**।

इसी प्रकार M(9, 6) के लिए: **DM** = $\sqrt{(2^2 + 5^2)} = \sqrt{29}$ इकाई और **MA** = $\sqrt{(6^2 + 2^2)} = \sqrt{40}$ इकाई।

दूरी सूत्र

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(x_1, y_1) और (x_2, y_2) के बीच की दूरी ऊपर दिया सूत्र है। इसमें कुछ नया नहीं है: यह बगल की दूरी $(x_2 - x_1)$ और ऊपर-नीचे की दूरी $(y_2 - y_1)$ पर पाइथागोरस ही है। ये अंतर धनात्मक हों या ऋणात्मक, कोई फर्क नहीं पड़ता क्योंकि इनका वर्ग लिया जाता है और वर्ग कभी ऋणात्मक नहीं होता।

- चरण 1: दोनों बिंदु साफ़ लिखो, (x_1, y_1) और (x_2, y_2) ।
- चरण 2: $x_2 - x_1$ और $y_2 - y_1$ निकालो। ऋणात्मक संख्याओं का ध्यान रखो।
- चरण 3: दोनों का वर्ग करके जोड़ो।
- चरण 4: वर्गमूल लो।

उदाहरण: P(-3, -2) और Q(2, 10) के बीच की दूरी

चरण 1: $x_2 - x_1 = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$

चरण 2: $y_2 - y_1 = 10 - (-2) = 12$

चरण 3: $d^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

चरण 4: $d = \sqrt{169} = 13$ इकाई।

ध्यान रखो! आम गलतियाँ: (1) x_1 ऋणात्मक हो तो $x_2 - x_1$ को $2 - 3$ लिख देना; याद रखो ऋणात्मक का ऋण धनात्मक होता है। (2) अंत में वर्गमूल लेना भूल जाना। (3) अंतरों का वर्ग करने से पहले उन्हें जोड़ देना।

परावर्तन से दूरियाँ नहीं बदलतीं

यदि हम त्रिभुज ADM का y -अक्ष में परावर्तन करें तो हर बिंदु (x, y) बदलकर $(-x, y)$ हो जाता है। इसलिए $A(3, 4) \rightarrow A'(-3, 4)$, $D(7, 1) \rightarrow D'(-7, 1)$, $M(9, 6) \rightarrow M'(-9, 6)$ । अब $A'C' = 4 - 1 = 3$ और $C'D' = -3 - (-7) = 4$, इसलिए $A'D' = 5$, जो AD के बराबर है। साथ ही $D'M' = \sqrt{29}$ और $M'A' = \sqrt{40}$ । **क्या बदला:** x -निर्देशांकों के चिह्न (स्थिति, बाएँ-दाएँ बदल गए)। **क्या वही रहा:** सभी लंबाइयाँ, यानी त्रिभुज का आकार और माप। यदि x -अक्ष में परावर्तन करें तो (x, y) बदलकर $(x, -y)$ होता है और फिर भी सभी लंबाइयाँ वही रहती हैं।

अध्याय के अंत के प्रश्न (उत्तर सहित)

प्र.1 दोनों अक्ष जहाँ मिलते हैं उस बिंदु के x और y निर्देशांक?

उत्तर- यह मूल बिंदु है: $x = 0$ और $y = 0$, यानी $(0, 0)$ ।

प्र.2 W का x -निर्देशांक -5 है। W से y -अक्ष के समांतर रेखा पर बिंदु H है। H के निर्देशांक? किन चतुर्थांशों में?

उत्तर- y -अक्ष के समांतर रेखा ऊर्ध्वाधर होती है, इसलिए उसके हर बिंदु का x समान होता है। अतः $H = (-5, y)$ । यदि $y > 0$ तो H चतुर्थांश II में, $y < 0$ तो चतुर्थांश III में। इसलिए H चतुर्थांश II या III में है ($y = 0$ हो तो x -अक्ष पर)।

प्र.3 $R(3, 0)$, $A(0, -2)$, $M(-5, -2)$, $P(-5, 2)$ क्रम में जोड़ने पर: (i) दो लंबवत भुजाएँ (ii) अक्ष के समांतर एक भुजा (iii) एक अक्ष में दर्पण-प्रतिबिंब वाले दो बिंदु

उत्तर- (i) AM क्षैतिज है (दोनों का $y = -2$) और MP ऊर्ध्वाधर है (दोनों का $x = -5$), इसलिए $AM \perp MP$ ।

(ii) AM, x -अक्ष के समांतर है (साथ ही MP, y -अक्ष के समांतर है)।

(iii) $M(-5, -2)$ और $P(-5, 2)$ का x समान और y विपरीत है, इसलिए ये x -अक्ष में दर्पण-प्रतिबिंब हैं।

प्र.4 $2(5, -6)$ अंकित करो। समकोण त्रिभुज $12N$ बनाकर उसकी भुजाएँ ज्ञात करो।

उत्तर- उत्तर अलग हो सकते हैं। $N(0, 0)$, $1(5, 0)$, $2(5, -6)$ लो। समकोण 1 पर है। $N1 = 5$, $12 = 6$, और $N2 = \sqrt{(25 + 36)} = \sqrt{61}$ ।

प्र.5 यदि ऋणात्मक संख्याएँ न होतीं तो?

उत्तर- हम केवल चतुर्थांश I (0 के दाएँ और ऊपर) अंकित कर पाते। मूल बिंदु के बाएँ या नीचे के बिंदु नहीं बताए जा सकते, इसलिए हम पूरे तल को **नहीं** बता पाते।

प्र.6 क्या $M(-3, -4)$, $A(0, 0)$, $G(6, 8)$ एक ही सरल रेखा पर हैं? (बिना आलेख बनाए)

उत्तर- तीनों दूरियाँ निकालो। $MA = \sqrt{(9 + 16)} = 5$ । $AG = \sqrt{(36 + 64)} = 10$ । $MG = \sqrt{(81 + 144)} = 15$ । चूँकि $5 + 10 = 15$, A रेखाखंड MG पर है, इसलिए बिंदु **एक ही रेखा पर (संरेख) हैं**।

विधि: यदि दो छोटी दूरियों का योग सबसे बड़ी दूरी के बराबर हो तो तीनों बिंदु संरेख होते हैं।

प्र.7 इसी विधि से $R(-5, -1)$, $B(-2, -5)$, $C(4, -12)$ जाँचो।

उत्तर- $RB = \sqrt{(9 + 16)} = 5$ । $BC = \sqrt{(36 + 49)} = \sqrt{85} \approx 9.22$ । $RC = \sqrt{(81 + 121)} = \sqrt{202} \approx 14.21$ । पर $5 + 9.22 = 14.22$, जो 14.21 के बराबर नहीं है (ठीक जाँच: $(5 + \sqrt{85})^2 = 110 + 10\sqrt{85} \approx 202.2$, 202 नहीं)। इसलिए ये **संरेख नहीं हैं**।

प्र.8 मूल बिंदु को एक शीर्ष लेकर: (i) समकोण समद्विबाहु त्रिभुज (ii) एक शीर्ष चतुर्थांश III और दूसरा IV में वाला समद्विबाहु त्रिभुज।

उत्तर- (i) $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(0, 4)$: O पर समकोण और $OA = OB = 4$ ।

(ii) $O(0, 0)$, $P(-2, -3)$ चतुर्थांश III में, $Q(2, -3)$ चतुर्थांश IV में: $OP = OQ = \sqrt{13}$, इसलिए त्रिभुज समद्विबाहु है।

प्र.9 क्या M , ST का मध्य बिंदु है?

उत्तर- $(-3, 0)$, $(0, 0)$, $(3, 0)$: **हाँ**। x का औसत $(-3 + 3)/2 = 0$; y का 0 ।

$(2, 3)$, $(3, 4)$, $(4, 5)$: **हाँ**। $((2 + 4)/2, (3 + 5)/2) = (3, 4)$ ।

$(0, 0)$, $(0, 5)$, $(0, -10)$: **नहीं**। मध्य बिंदु $(0, -5)$ है, $(0, 5)$ नहीं।

$(-8, 7)$, $(0, -2)$, $(6, -3)$: **नहीं**। मध्य बिंदु $(-1, 2)$ है, $(0, -2)$ नहीं।

संबंध: $M = ((S \text{ का } x + T \text{ का } x)/2, (S \text{ का } y + T \text{ का } y)/2)$ । मध्य बिंदु का हर निर्देशांक अंत बिंदुओं के निर्देशांकों का औसत है।

प्र.10 $M(-7, 1)$, $A(3, -4)$ और $B(x, y)$ का मध्य बिंदु है। B ज्ञात करो।

उत्तर- $(3 + x)/2 = -7$, इसलिए $3 + x = -14$ और $x = -17$ । $(-4 + y)/2 = 1$, इसलिए $-4 + y = 2$ और $y = 6$ । $B = (-17, 6)$ ।

प्र.11 P और Q , AB को तीन बराबर भागों में बाँटते हैं, $A(4, 7)$, $B(16, -2)$ । P और Q ज्ञात करो।

उत्तर- A से B तक का विस्थापन x के अनुदिश 12 और y के अनुदिश -9 है। इसका एक-तिहाई 4 और -3 है। इसलिए $P = (4 + 4, 7 - 3) = (8, 4)$ । Q दो-तिहाई दूरी पर है: $(4 + 8, 7 - 6) = (12, 1)$ । (जाँच: $P(8, 4)$ और $B(16, -2)$ का मध्य बिंदु भी $(12, 1)$ है।)

प्र.12 (i) दिखाओ कि $A(1, -8)$, $B(-4, 7)$, $C(-7, -4)$ केंद्र O वाले वृत्त पर हैं। त्रिज्या? (ii) $D(-5, 6)$, $E(0, 9)$: अंदर, पर या बाहर?

उत्तर- (i) $OA^2 = 1 + 64 = 65$, $OB^2 = 16 + 49 = 65$, $OC^2 = 49 + 16 = 65$ । सब बराबर हैं, इसलिए तीनों बिंदु O से $\sqrt{65}$ दूरी पर हैं। वे वृत्त पर हैं; **त्रिज्या** $= \sqrt{65} \approx 8.06$ ।

(ii) $OD^2 = 25 + 36 = 61 < 65$, इसलिए **D अंदर है**। $OE^2 = 0 + 81 = 81 > 65$, इसलिए **E बाहर है**।

प्र.13 $D(5, 1)$, $E(6, 5)$, $F(0, 3)$ त्रिभुज ABC की भुजाओं BC , CA , AB के मध्य बिंदु हैं। A , B , C ज्ञात करो।

उत्तर- $A = E + F - D = (6 + 0 - 5, 5 + 3 - 1) = (1, 7)$ । $B = D + F - E = (5 + 0 - 6, 1 + 3 - 5) = (-1, -1)$ । $C = D + E - F = (5 + 6 - 0, 1 + 5 - 3) = (11, 3)$ ।

जाँच: BC का मध्य बिंदु $(5, 1) = D$ ✓, CA का $(6, 5) = E$ ✓, AB का $(0, 3) = F$ ✓।

प्र.14 एक शहर में हर दिशा में 10 सड़कें, 200 मी की दूरी पर। (4, 3) कहलाने वाले कितने चौराहे? और (3, 4)?

उत्तर- हर चौराहा एक उत्तर-दक्षिण और एक पूर्व-पश्चिम सड़क से बनता है, इसलिए (4, 3) का अर्थ है **4थी उत्तर-दक्षिण सड़क और 3री पूर्व-पश्चिम सड़क**। (4, 3) कहलाने वाला ठीक **1** चौराहा है और (3, 4) कहलाने वाला भी ठीक **1** है। ये **अलग** जगहें हैं, क्योंकि क्रम मायने रखता है। कुल $10 \times 10 = 100$ चौराहे हैं। (पैमाना: 1 सेमी = 200 मी, इसलिए तुम्हारे चित्र में सड़कें 1 सेमी दूर होंगी।)

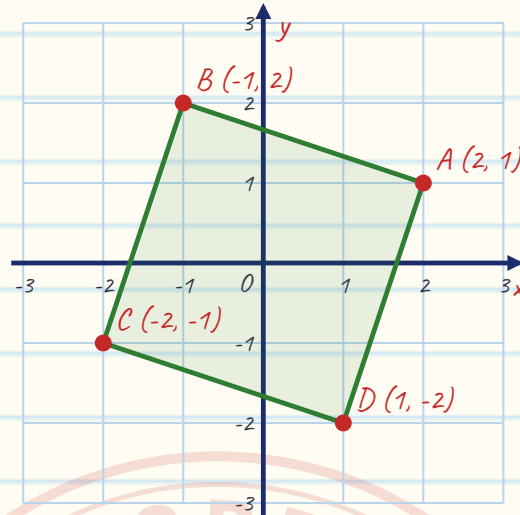
प्र.15 स्क्रीन 800×600 पिक्सेल। वृत्त 1: केंद्र A(100, 150), त्रिज्या 80। वृत्त 2: केंद्र B(250, 230), त्रिज्या 100।

उत्तर- (i) वृत्त 1, x में 20 से 180 और y में 70 से 230 तक है। वृत्त 2, x में 150 से 350 और y में 130 से 330 तक है। सारे मान x में 0 से 800 और y में 0 से 600 के बीच हैं, इसलिए **कोई भाग स्क्रीन से बाहर नहीं है**।

(ii) $AB = \sqrt{(150)^2 + (80)^2} = \sqrt{(22500 + 6400)} = \sqrt{28900} = 170$ । त्रिज्याओं का योग = $80 + 100 = 180 > 170$, इसलिए वृत्त **एक-दूसरे को काटते हैं**।

प्र.16 A(2, 1), B(-1, 2), C(-2, -1), D(1, -2)। क्या ABCD वर्ग है? क्षेत्रफल?

उत्तर- $AB = \sqrt{(9 + 1)} = \sqrt{10}$, $BC = \sqrt{(1 + 9)} = \sqrt{10}$, $CD = \sqrt{(9 + 1)} = \sqrt{10}$, $DA = \sqrt{(1 + 9)} = \sqrt{10}$ । चारों भुजाएँ बराबर हैं। विकर्ण $AC = \sqrt{(16 + 4)} = \sqrt{20}$ और $BD = \sqrt{(4 + 16)} = \sqrt{20}$ बराबर हैं। बराबर भुजाएँ और बराबर विकर्ण का अर्थ है कि यह **वर्ग** है।
क्षेत्रफल = भुजा² = $(\sqrt{10})^2 = 10$ वर्ग इकाई।



प्रा16: वर्ग ABCD

त्वरित दोहराव

- दो लंबवत संख्या रेखाएँ **निर्देशांक तल** बनाती हैं। क्षैतिज रेखा x -अक्ष, ऊर्ध्वाधर रेखा y -अक्ष, और ये मूल बिंदु $(0, 0)$ पर मिलती हैं।
- **(x, y)** : $x = y$ -अक्ष से दूरी, $y = x$ -अक्ष से दूरी। हमेशा पहले बगल में।
- x -अक्ष पर: $(x, 0)$ । y -अक्ष पर: $(0, y)$ ।
- चिह्न: चतुर्थांश I $(+, +)$, II $(-, +)$, III $(-, -)$, IV $(+, -)$ ।
- क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर रेखा पर दो बिंदुओं की दूरी = निर्देशांकों के अंतर का परिमाण।
- **दूरी सूत्र**: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ । **मध्य बिंदु**: $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$ ।
- अक्ष में परावर्तन स्थिति बदलता है पर सभी दूरियाँ वही रखता है।

शिक्षक की बात: खुद करो: ग्राफ़ पेपर पर 10×10 की ग्रीड बनाओ। अपना स्कूल, घर और एक दुकान बिंदु के रूप में अंकित करो। उनके निर्देशांक लिखो और दूरी सूत्र से घर और स्कूल की दूरी निकालो (1 खाना = 100 मी)।