

ENGLISH SECTION (Hindi terms in brackets)

We Distribute, Yet Things Multiply

Class 8 Maths (Ganita Prakash Part 1) • Chapter 6 • Detailed Notes + All Textbook Solutions +
Board Questions (2026-27)

Chapter Review in Easy Language

1. Increments in products (गुणनफल में वृद्धि)

- ▶ **Distributive property:** $a(b + c) = ab + ac$ (also $(a + b)c = ac + bc$). Picture: a rows $\times$ $(b + c)$ columns split into $ab + ac$ dots. We skip ' $\times$ ' before/after brackets.
- ▶ **Increase one number by 1:** $a(b + 1) = ab + a \rightarrow$ the product increases by a ($23 \times 28 = 23 \times 27 + 23$). **Both by 1:** $(a + 1)(b + 1) = ab + a + b + 1 \rightarrow$ increase $a + b + 1$ ($23 \times 27 = 621 \rightarrow 24 \times 28 = 672$, increase 51). **One up, one down:** $(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1 \rightarrow$ change $b - a - 1$; the product need not increase ($a = 10, b = 3: 11 \times 2 = 22 < 30$). Works for negative integers too.
- ▶ **Identity:** an equation that is true for **all** values of its letter-numbers, e.g. $a(b + 8) = ab + 8a$. **Identity 1:** $(a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$ (each term of the first bracket $\times$ each term of the second). Increase $= an + bm + mn$. Using $n = -v$ etc. it covers subtraction: $(a + u)(b - v) = ab + ub - av - uv$; $(a - u)(b + v) = ab - ub + av - uv$; $(a - u)(b - v) = ab - ub - av + uv$. (Area model: an $a + m$ by $b + n$ rectangle splits into ab, an, mb, mn .)
- ▶ **More terms:** the property works for any number of terms. Example 1: $(3a/2)(a - b + 1/5) = (3/2)a^2 - (3/2)ab + (3/10)a$ (no like terms, so no further simplification). Example 2: $(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$. Example 3: $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. **Like terms** = same letter-numbers ($ba = ab$, a^2b and $2a^2b$ add to $3a^2b$); unlike terms cannot be added.
- ▶ **History:** the distributive law was used by Egyptians, Mesopotamians, Greeks (Euclid, geometric), Chinese and Indians (Aryabhata). **Brahmagupta** (628 CE, Brahmasphutasiddhanta 12.55) gave the first explicit statement – khanda-gunanam (multiplication by parts); verse 12.56 describes fast multiplication, ishta-gunana. Sridharacharya (750 CE) and Bhaskaracharya (Lilavati, 1150 CE) used such methods.

2. Fast multiplication (तेज़ गुणा)

- ▶ **$\times 11$:** $dcba \times 11 = dcba \times 10 + dcba$. Write the units digit a ; then $(a + b)$; $(b + c)$; $(c + d)$; and d at the left, carrying where a sum exceeds 9. $3874 \times 11 = 42614$; $94 \times 11 = 1034$; $495 \times 11 = 5445$; $3279 \times 11 = 36069$; $4791256 \times 11 = 52703816$.
- ▶ **$\times 101$:** $dcba \times 101 = dcba00 + dcba \rightarrow$ digits $d, c, (b + d), (a + c), b, a$ (carry as needed): $3874 \times 101 = 391274$; $89 \times 101 = 8989$; $949 \times 101 = 95849$. **$\times 1001$:** $dcba \times 1001 = dcba000 + dcba \rightarrow d, c, b, (a + d), c,$

$b, a; \times 10001$: dcba dcba (repeats the number). $265831 \times 1001 = 266096831$; $1111 \times 1001 = 1112111$.

- ▶ $\times 99, 999$: use $(100 - 1)$, $(1000 - 1)$: $9734 \times 99 = 973400 - 9734 = 963666$; $23478 \times 999 = 23478000 - 23478 = 23454522$.

3. Special identities (विशेष सर्वसमिकाएँ)

- ▶ **Identity 1A:** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Area proof: a square of side $65 = 60 + 5$ splits into 60^2 , 5^2 and two rectangles 60×5 : $65^2 = 3600 + 25 + 600 = 4225$. Example: $(6x + 5)^2 = 36x^2 + 60x + 25$; $104^2 = (100 + 4)^2 = 10816$; $37^2 = (40 - 3)^2 = 1369$.
- ▶ **Identity 1B:** $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (take $(a + (-b))^2$; geometric: $55^2 = 60^2 - 60 \times 5 - 5 \times 60 + 5^2 = 3025$, the small square is subtracted twice so add it back). $99^2 = 9801$; $58^2 = 3364$.
- ▶ **Identity 1C:** $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (the $-ab$ and $+ba$ cancel; geometrically move the strip). $98 \times 102 = 100^2 - 2^2 = 9996$; $45 \times 55 = 50^2 - 5^2 = 2475$. **Sridharacharya's trick:** $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$; $31^2 = 32 \times 30 + 1 = 961$; $197^2 = 200 \times 194 + 9 = 38809$.
- ▶ **Pattern 1:** $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$ (add 1A and 1B: $2ab$ and $-2ab$ cancel); e.g. $2(5^2 + 6^2) = 11^2 + 1^2$. **Pattern 2:** $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; e.g. $9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$. Both hold for **all** numbers – integers, negatives and fractions – because they are identities.
- ▶ **Pattern of $(a - b)(...)$:** $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$; $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$; $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$; next $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$.

4. Mind the mistake (गलती पहचानो)

Typical errors: forgetting to multiply **every** term inside the bracket, wrong sign ($-3p \times -5p = +15p^2$), adding unlike terms ($5w^2 + 6w \neq 11w^2$), writing $(m + n)^2$ as $m^2 + n^2$ (the middle term $2mn$ is lost), and mixing up $y + 2(y + 2)$ with $(y + 2)^2$. Always test an identity with a small number (e.g. $a = 1, b = 1$).

5. Many ways to see a pattern (एक पैटर्न, कई तरीके)

- ▶ **Circles pattern (3, 8, 15, 24, ...):** Method 1: $(k + 1)^2 - 1$; Method 2: $k^2 + 2k$; Method 3: $k(k + 1) + k$; Method 4: $k(k + 2)$. All simplify to $k^2 + 2k$ (Step 10 = 120, Step 15 = 255).
- ▶ **Tiles (8, 12, 16, ...):** $(n + 2)^2 - n^2 = 4n + 4$ (Step 4 = 20, Step 10 = 44). **Areas:** $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$; $x^2 - xy = x(x + 2y) - 3xy = x(x - y)$; different methods must give the same expression.

Important Terms (Glossary)

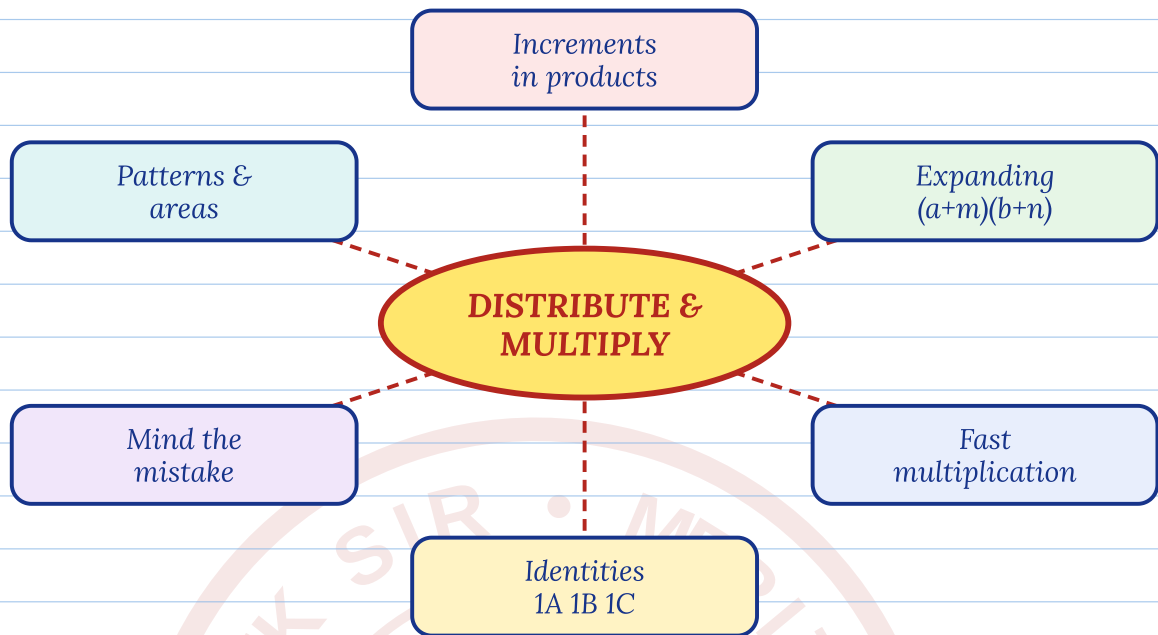
Term	Meaning
Distributive property	$a(b + c) = ab + ac$.
Identity	Equation true for all values of its letter-numbers.

Expand	Remove brackets by multiplying each term.
Like terms	Terms with the same letter-numbers (e.g. $3ab$ and $5ba$).
Term	A part of an expression separated by $+$ or $-$.
Binomial	An expression with two terms, e.g. $a + b$.
Square of a sum	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
Square of a difference	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
Difference of squares	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
Khanda-gunanam	Brahmagupta's 'multiplication by parts'.
Coefficient	The number multiplying the letter-numbers in a term.

Quick Revision & Formulas

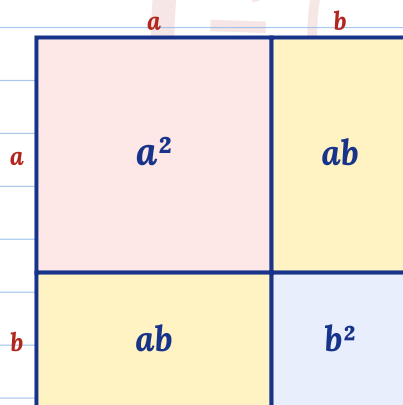
- ▶ $a(b + c) = ab + ac$; $(a + m)(b + n) = ab + an + mb + mn$.
- ▶ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- ▶ Product ab changes: one by $1 \rightarrow +a$; both by $1 \rightarrow +(a + b + 1)$; one $+1$, other $-1 \rightarrow +(b - a - 1)$.
- ▶ $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$; $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$.
- ▶ $(a + b)^3$ -type: $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$; $(a - b)(a^4 + \dots + b^4) = a^5 - b^5$.
- ▶ Fast products: $\times 11$ add neighbouring digits; $\times 101$, 1001 add digits two / three places apart;
 $\times 99 = \times 100 - \times 1$.
- ▶ Only like terms can be added; test every simplification with a small number.

Diagrams, Tables & Flowcharts



Concept map of Chapter 6

Area model of $(a + b)^2$ and the three identities



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\text{Example: } 65^2 = 60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 5 + 5^2 = 4225$$

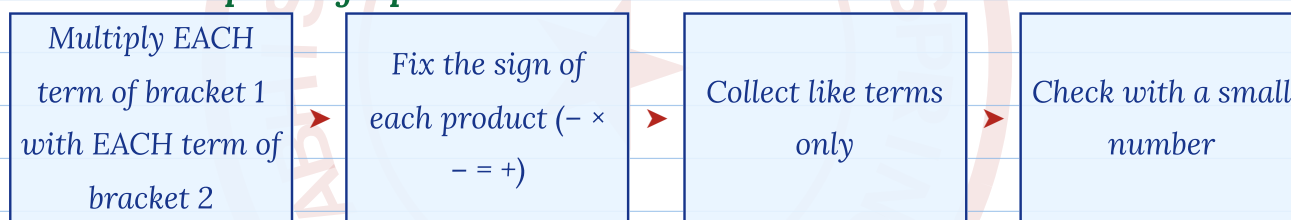
The square of side $a + b$ splits into a^2 , ab , ab , b^2

Table: How the product changes ($a = 23$, $b = 27$, $ab = 621$)

Change	New product	Increase	Formula
$b + 1$	$23 \times 28 = 644$	23	a
$a + 1$	$24 \times 27 = 648$	27	b
$\text{both} + 1$	$24 \times 28 = 672$	51	$a + b + 1$
$a + 1, b - 1$	$24 \times 26 = 624$	3	$b - a - 1$
$a - 2, b + 3$	$21 \times 30 = 630$	9	$3a - 2b - 6$

Table: Mind the mistake – the 12 simplifications

#	Given	Verdict	Correct result
1	$-3p(-5p + 2q) = p - 2q$	Wrong	$15p^2 - 6pq$
2	$2(x - 1) + 3(x + 4) = 5x + 3$	Wrong	$5x + 10$
3	$y + 2(y + 2) = (y + 2)^2$	Wrong	$3y + 4$
4	$(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$	Wrong	$25m^2 + 60mn + 36n^2$
5	$(-q + 2)^2 = q^2 - 4q + 4$	Correct	–
6	$3a(2b \times 3c) = 54a^2bc$	Wrong	$18abc$
7	$\frac{1}{2}(10s - 6) + 3 = 5s$	Correct	–
8	$5w^2 + 6w = 11w^2$	Wrong	$5w^2 + 6w$ (unlike terms)
9	$2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2 = 5a^3 + 12a^2b^2$	Wrong	$5a^3 + 6a^2b + 6ab^2$
10	$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 7x + 10$	Correct	–
11	$(a + 2)(b + 4) = ab + 8$	Wrong	$ab + 4a + 2b + 8$
12	$ab^2 + a^2b + a^2b^2 = ab(a + b + ab)$	Correct	–

Flowchart: Expanding a product**Textbook Solutions (All Questions)**

Math Talk and Try This (p.137–140) – Increments in 23×27 : by how much does the product increase if (i) 23 is increased by 1, (ii) 27 by 1, (iii) both by 1? Will the product always increase when one number is increased by 1 and the other decreased by 1? Find 3 examples where it decreases. Use Identity 1 for (i) one number decreased by 2 and the other increased by 3, (ii) both decreased, by 3 and 4. What if $(a + 1)(b + 1)$ is expanded by taking $(b + 1)$ as one term first?

Ans. $23 \times 27 = 621$. (i) $24 \times 27 = 648$, increase **27** (= b). (ii) $23 \times 28 = 644$, increase **23** (= a). (iii) $24 \times 28 = 672$, increase **51** = $a + b + 1 = 23 + 27 + 1$. Taking $(b + 1)$ as one term: $(a + 1)(b + 1) = a(b + 1) + 1(b + 1) = ab + a + b + 1$ – the same result. $(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1$: the product does **not** always increase – it decreases when $b - a - 1 < 0$, i.e. $b \leq a$. Examples: $a = 10, b = 3 \rightarrow 11 \times 2 = 22 < 30$; $a = 8, b = 5 \rightarrow 9 \times 4 = 36 < 40$; $a = 7, b = 7 \rightarrow 8 \times 6 = 48 < 49$. (Book's own example: $a = 10, b = 3$ with $(a - 1)(b - 1) = 18 < 30$.) Identity 1: (i) $(a - 2)(b + 3) = ab + 3a - 2b -$

6 (change $3a - 2b - 6$; check $a = 23, b = 27$: $21 \times 30 = 630 = 621 + 9$). (ii) $(a - 3)(b - 4) = ab - 4a - 3b + 12$ (change $-4a - 3b + 12$; check: $20 \times 23 = 460 = 621 - 161$).

Page 142, Figure it Out Q1-Q2 - (1) In the multiplication grid, the middle number of a 3×3 frame is pq ; write the other eight. (2) Expand: (i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $(2/3)(15 + 6a)$ (iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$ (v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$.

Ans. Q1: the grid entries are products of row $\times$ column numbers, so moving up/down one row changes the first factor and left/right one column changes the second: $(p - 1)(q - 1)$, $(p - 1)q$, $(p - 1)(q + 1)$; $p(q - 1)$, pq , $p(q + 1)$; $(p + 1)(q - 1)$, $(p + 1)q$, $(p + 1)(q + 1)$. (e.g. around 4×6 : $3 \times 5, 3 \times 6, 3 \times 7; 4 \times 5, 4 \times 6, 4 \times 7; 5 \times 5, 5 \times 6, 5 \times 7$). Q2: (i) $3v - 9 + uv - 3u = 3v - 3u + uv - 9$. (ii) $(2/3)(15 + 6a) = 10 + 4a = 10 + 4a$. (iii) $100ac + 10ad + 10bc + bd$. (iv) $(3 - x)(x - 6) = 3x - 18 - x^2 + 6x = -x^2 + 9x - 18$. (v) $-5ac - 5ad + bc + bd$. (vi) $5y + 45 + yz + 9z = 5y + yz + 9z + 45$.

Page 142 Q3-Q5 - (3) Find 3 examples where the product of two numbers stays the same when one is increased by 2 and the other decreased by 4. (4) Expand (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$; (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$. (5) Expand (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$, (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$; the pattern and the next identity.

Ans. Q3: $(a + 2)(b - 4) = ab \rightarrow ab - 4a + 2b - 8 = ab \rightarrow 2b = 4a + 8 \rightarrow b = 2a + 4$. Examples: $(a, b) = (1, 6)$: $3 \times 2 = 6 = 1 \times 6$; $(2, 8)$: $4 \times 4 = 16 = 2 \times 8$; $(3, 10)$: $5 \times 6 = 30 = 3 \times 10$. Q4: (i) $4a + 4ab - 12b^2 + ab + ab^2 - 3b^3 = 4a + 5ab + ab^2 - 12b^2 - 3b^3$. (ii) $4y^2 + 44yz - 12y + 7y + 77z - 21 = 4y^2 + 44yz - 5y + 77z - 21$. Q5: (i) $a^2 - b^2$; (ii) $a^3 - b^3$; (iii) $a^4 - b^4$. Pattern: $(a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) = a^n - b^n$. Next: $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$ (expanding, all middle terms cancel in pairs).

Page 143-144 - Multiply by 11 in one step: $94 \times 11, 495 \times 11, 3279 \times 11, 4791256 \times 11$; general rule. Multiply by 101: rule and 3874×101 ; extend to 1001, 10001. Find (i) 89×101 , (ii) 949×101 , (iii) 265831×1001 , (iv) 1111×1001 , (v) 9734×99 , (vi) 23478×999 .

Ans. Rule for $\times 11$: $dcba \times 11 = dcba0 + dcba \rightarrow$ digits $d, (c + d), (b + c), (a + b), a$ (carry to the left when a sum is 10 or more). (i) 94×11 : $4; 9 + 4 = 13 \rightarrow 3$ carry 1; $9 + 1 = 10 \rightarrow 1034$. (ii) 495×11 : $5; 9 + 5 = 14 \rightarrow 4$ c1; $4 + 9 + 1 = 14 \rightarrow 4$ c1; $4 + 1 = 5 \rightarrow 5445$. (iii) 36069 . (iv) 52703816 . $\times 101$: $dcba \times 101 = dcba00 + dcba \rightarrow d, c, (b + d), (a + c), b, a$ (carry as needed). $3874 \times 101 \rightarrow 3, 8, (7 + 3) = 10, (4 + 8) = 12, 7, 4 \rightarrow 391274$. $\times 1001$: $d, c, b, (a + d), c, b, a$; $\times 10001$: $d c b a d c b a$ (the number repeated). (i) $89 \times 101 = 8900 + 89 = 8989$. (ii) $949 \times 101 = 94900 + 949 = 95849$. (iii) $265831 \times 1001 = 265831000 + 265831 = 266096831$. (iv) $1111 \times 1001 = 1112111$. (v) $9734 \times 99 = 9734 \times 100 - 9734 = 973400 - 9734 = 963666$. (vi) $23478 \times 999 = 23478000 - 23478 = 23454522$.

Pages 145–147 – Math Talk: is $(a + b)^2$ always greater than $a^2 + b^2$? Find 104^2 and 37^2 with 1A.

Write $(m + 3)^2$, $(6 + p)^2$; expand $(6x + 5)^2$, $(3j + 2k)^2$ both ways; 65^2 as $(30 + 35)^2$ or $(52 + 13)^2$; $(a - b)^2$ geometrically; 99^2 , 58^2 ; expand $(b - 6)^2$, $(-2a + 3)^2$, $(7y - 3/(4z))^2$ with 1B and by distribution.

Ans. $(a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab$. So $(a + b)^2$ is greater only when $ab > 0$ (same sign, both non-zero); equal if $ab = 0$; **less** when $ab < 0$ (e.g. $a = 3$, $b = -1$: $4 < 10$). $104^2 = (100 + 4)^2 = 10000 + 800 + 16 = \mathbf{10816}$; $37^2 = (40 - 3)^2 = 1600 - 240 + 9 = \mathbf{1369}$ (or $(30 + 7)^2 = 900 + 420 + 49$). $(m + 3)^2 = \mathbf{m^2 + 6m + 9}$; $(6 + p)^2 = \mathbf{36 + 12p + p^2}$. $(6x + 5)^2 = 36x^2 + 60x + 25$; $(3j + 2k)^2 = 9j^2 + 12jk + 4k^2$ (by distribution: $3j \cdot 3j + 3j \cdot 2k + 2k \cdot 3j + 2k \cdot 2k = \text{same}$). $65^2 = (30 + 35)^2 = 900 + 2100 + 1225 = 4225$ and $(52 + 13)^2 = 2704 + 1352 + 169 = 4225$ – same area. $(a - b)^2$ geometrically: square of side a minus two rectangles $a \times b$, plus the small $b \times b$ square subtracted twice $\rightarrow a^2 - 2ab + b^2$. $99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = \mathbf{9801}$; $58^2 = (60 - 2)^2 = 3600 - 240 + 4 = \mathbf{3364}$. $(b - 6)^2 = \mathbf{b^2 - 12b + 36}$; $(-2a + 3)^2 = \mathbf{4a^2 - 12a + 9}$; $(7y - 3/(4z))^2 = 49y^2 - 2 \cdot 7y \cdot 3/(4z) + 9/(16z^2) = \mathbf{49y^2 - 21y/(2z) + 9/(16z^2)}$.

Pages 148–149 – Use Identity 1C for 98×102 and 45×55 ; show $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

geometrically; why $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$? Figure it Out p.149: (1) which is greater: $(a - b)^2$ or $(b - a)^2$? (2) 100 as a difference of two squares; (3) 406^2 , 72^2 , 145^2 , 1097^2 , 124^2 ; (4) do Patterns 1 and 2 hold for negative integers and fractions?

Ans. $98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 10000 - 4 = \mathbf{9996}$; $45 \times 55 = (50 - 5)(50 + 5) = 2500 - 25 = \mathbf{2475}$. Geometry: from the square of side a cut away a smaller square $b \times b$ from a corner; the remaining L-shape (area $a^2 - b^2$) can be cut and re-arranged into a rectangle $(a + b)$ by $(a - b)$. $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$ simply rearranges $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. Q1: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (b - a)^2$ – **both are equal** ($b - a = -(a - b)$ and a negative squared is positive). Q2: need $a^2 - b^2 = 100 = (a + b)(a - b)$ with both factors of the same parity: $2 \times 50 \rightarrow a = 26$, $b = 24$: $\mathbf{26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100}$; (also $10^2 - 0^2 = 100$). Q3: $406^2 = (400 + 6)^2 = \mathbf{164836}$; $72^2 = (70 + 2)^2 = \mathbf{5184}$; $145^2 = (150 - 5)^2 = \mathbf{21025}$; $1097^2 = (1100 - 3)^2 = \mathbf{1203409}$; $124^2 = (120 + 4)^2 = \mathbf{15376}$. Q4: both patterns are identities, so they hold for **all numbers** – positive, negative integers and fractions (check: $a = -2$, $b = 3$: $2(4 + 9) = 26 = 1 + 25$).

Page 150 – Mind the Mistake, Mend the Mistake: check each of the 12 simplifications, explain the mistake and write the correct expression.

Ans. 1. $-3p(-5p + 2q) = p - 2q$: **wrong** – the bracket was not multiplied properly ($-3p \times -5p = +15p^2$, $-3p \times 2q = -6pq$). Correct: $\mathbf{15p^2 - 6pq}$. 2. $2(x - 1) + 3(x + 4)$: **wrong** – 2 and 3 were not multiplied with the second term (-1 and $+4$). Correct: $2x - 2 + 3x + 12 = \mathbf{5x + 10}$. 3. $y + 2(y + 2) = (y + 2)^2$: **wrong** – $y + 2(y + 2)$ is not $(y + 2)(y + 2)$. Correct: $y + 2y + 4 = \mathbf{3y + 4}$. 4. $(5m$

$+ 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$: **wrong** – the middle term $2 \times 5m \times 6n$ is missing. Correct: $25m^2 + 60mn + 36n^2$. 5. $(-q + 2)^2 = q^2 - 4q + 4$: **correct** ($q^2 + 2(-q)(2) + 4$). 6. $3a(2b \times 3c) = 54a^2bc$: **wrong** – $3a$ was multiplied with both inside factors separately. Correct: $3a \times 6bc = 18abc$. 7. $\frac{1}{2}(10s - 6) + 3 = 5s - 3 + 3 = 5s$: **correct**. 8. $5w^2 + 6w = 11w^2$: **wrong** – w^2 and w are unlike terms, cannot be added. It stays $5w^2 + 6w$. 9. $2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2 = 5a^3 + 12a^2b^2$: **wrong** – a^2b and ab^2 are unlike terms. Correct: $5a^3 + 6a^2b + 6ab^2$. 10. $(x + 2)(x + 5) = x^2 + 7x + 10$: **correct**. 11. $(a + 2)(b + 4) = ab + 8$: **wrong** – only the first and last terms were multiplied. Correct: $ab + 4a + 2b + 8$. 12. $ab^2 + a^2b + a^2b^2 = ab(a + b + ab)$: **correct** ($ab \times b = ab^2$, $ab \times a = a^2b$, $ab \times ab = a^2b^2$).

Pages 150–153 (6.4) – Circles pattern (1: 3 circles, 2: 8, 3: 15): next figure, circles in Step 10, expression for Step k, Step 15. Square-tile pattern: tiles in each figure, Step 4, Step 10, expression for Step n. Shaded areas: (i) four rectangles in a square – verify $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$; (ii) slanting area – verify the three expressions, $x = 8$, $y = 3$; (iii) dashed region with $p = 6$, $r = 3.5$, $s = 9$.

Ans. Circles: $k^2 + 2k$. Step 1 = 3, Step 2 = 8, Step 3 = 15, next **Step 4 = 24; Step 10 = 100 + 20 = 120; Step 15 = 225 + 30 = 255**. The four methods agree: $(k + 1)^2 - 1 = k^2 + 2k$; $k^2 + 2k$; $k(k + 1) + k = k^2 + 2k$; $k(k + 2) = k^2 + 2k$. Tiles: Step 1 = $8 = 3^2 - 1^2$, Step 2 = $12 = 4^2 - 2^2$, Step 3 = $16 = 5^2 - 3^2$; **Step 4 = $6^2 - 4^2 = 20$; Step 10 = $12^2 - 10^2 = 44$; Step n = $(n + 2)^2 - n^2 = 4n + 4$** (an outer $(n + 2)$ -square with the inner n -square removed). Rectangles: $(m + n)^2 - 4mn = m^2 + 2mn + n^2 - 4mn = m^2 - 2mn + n^2 = (n - m)^2$. Slanting area: Anusha $x^2 - xy$; Vaishnavi $x(x + 2y) - 3xy = x^2 + 2xy - 3xy = x^2 - xy$; Aditya $x(x - y) = x^2 - xy$ – all equal. $x = 8$, $y = 3$: **64 - 24 = 40 sq. units**. Dashed region (the hatched rectangle, p high and s wide with a strip of width r removed from the right and the bottom): $(p - r)(s - r) = ps - pr - sr + r^2$; with $p = 6$, $r = 3.5$, $s = 9$: $54 - 21 - 31.5 + 12.25 = 13.75$ **sq. units** (also $2.5 \times 5.5 = 13.75$).

Page 154, Figure it Out Q1–Q2 – (1) (i) 46^2 with 1A, (ii) 397×403 with 1C, (iii) 91^2 with 1B, (iv) 43×45 with 1C. (2) Products: (i) $(p - 1)(p + 1)$ (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$ (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$ (iv) $(6x + 5y)^2$ (v) $(2x - 1/2)^2$ (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$.

Ans. Q1: (i) $46^2 = (40 + 6)^2 = 1600 + 480 + 36 = 2116$. (ii) $397 \times 403 = (400 - 3)(400 + 3) = 160000 - 9 = 159991$. (iii) $91^2 = (100 - 9)^2 = 10000 - 1800 + 81 = 8281$. (iv) $43 \times 45 = (44 - 1)(44 + 1) = 1936 - 1 = 1935$. Q2: (i) $p^2 + 11p - p - 11 = p^2 + 10p - 11$. (ii) $(3a)^2 - (9b)^2 = 9a^2 - 81b^2$. (iii) $-(6y^2 + 8y + 15y + 20) = -6y^2 - 23y - 20$. (iv) $36x^2 + 60xy + 25y^2$. (v) $4x^2 - 2x + 1/4$. (vi) $21pr(p + 2) = 21p^2r + 42pr$.

Page 155 Q3–Q6 – (3) Identify the expressions: (i) two more than a square number; (ii) sum of squares of two consecutive numbers. (4) Calendar 2×2 squares: diagonal products. (5) Verify

statements: (i) $(k + 1)(k + 2) - (k + 3)$ is always 2; (ii) $(2q + 1)(2q - 3)$ is a multiple of 4; (iii) squares of even numbers are multiples of 4 and squares of odd numbers are 1 more than multiples of 8; (iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ is 5 less than a square. (6) Remainders 3 and 5 on $\div 7$: sum, difference, product.

Ans. Q3: (i) $s^2 + 2(2 + s, (s + 2)^2, s^2 + 4, 2s^2, 2^2s$ are different). (ii) $m^2 + (m + 1)^2$; also $m^2 + (m - 1)^2$ ($m - 1$ and m are consecutive) and $(2m)^2 + (2m + 1)^2$ ($2m$ and $2m + 1$ are consecutive) – the printed key lists only the first, I add these two because they also fit. Q4: for the square $a, a + 1 / a + 7, a + 8$: $a(a + 8) = a^2 + 8a$ and $(a + 1)(a + 7) = a^2 + 8a + 7$, so the diagonal products always differ by 7 ($4 \times 12 = 48, 5 \times 11 = 55; 3 \times 11 = 33, 4 \times 10 = 40$). Q5: (i) **False** – $(k + 1)(k + 2) - (k + 3) = k^2 + 2k - 1$ ($k = 1$ gives 2, $k = 2$ gives 7). (ii) **False** – $(2q + 1)(2q - 3) = 4q^2 - 4q - 3$, leaves remainder 1 on $\div 4$ ($q = 1$: -3 is not a multiple of 4). (iii) **True** – $(2n)^2 = 4n^2$; $(2n + 1)^2 = 4n(n + 1) + 1$ and $n(n + 1)$ is even, so it is $8m + 1$. (iv) **False** – $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2 = 20n^2 - 5$, which is 5 less than $20n^2$, not a square for $n \geq 1$ ($n = 1$: 15, and $15 + 5 = 20$ is not a square). Q6: $n_1 = 7a + 3, n_2 = 7b + 5$. Sum = $7(a + b) + 8 \rightarrow$ remainder 1. $n_2 - n_1 = 7(b - a) + 2 \rightarrow$ remainder 2 ($n_1 - n_2 = 7(a - b) - 2 \rightarrow$ remainder 5). Product = $49ab + 35a + 21b + 15 = 7(\dots) + 15 \rightarrow$ remainder 1.

Pages 155–156 Q7–Q11 – (7) Three consecutive numbers: square of the middle minus product of the other two. (8) Add two numbers and multiply by half of their sum. (9) Which is larger: (i) 14×26 or 16×24 ; (ii) 25×75 or 26×74 ? (10) Park at Dhauli: area to be tiled. (11) Patterns (a), (b): next figure, units in Step 10, expression for Step y .

Ans. Q7: $n^2 - (n - 1)(n + 1) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$ always (e.g. $5^2 - 4 \times 6 = 1; 10^2 - 9 \times 11 = 1$). Equation: $n^2 - (n - 1)(n + 1) = 1$. Q8: $(a + b) \times \frac{1}{2}(a + b) = \frac{1}{2}(a + b)^2$ – half the square of the sum. Q9: (i) $14 \times 26 = (16 - 2)(24 + 2) = 16 \times 24 + 32 - 48 - 4 = 16 \times 24 - 20$, so **16×24 is larger** (384 vs 364). (ii) $25 \times 75 = (26 - 1)(74 + 1) = 26 \times 74 + 26 - 74 - 1 = 26 \times 74 - 49$, so **26×74 is larger** (1924 vs 1875). Q10: from the figure the border is w on the top, bottom, left and right, and the gap between the two squares is drawn as $2w$. Length = $w + g + 2w + g + w = 2g + 4w$; breadth = $w + g + w = g + 2w$. Park = $(2g + 4w)(g + 2w) = 2g^2 + 8gw + 8w^2$; subtract the green $2g^2$: **area to be tiled = $8gw + 8w^2 = 8w(w + g)$ sq. ft.** Q11: pattern (a) (yellow): units = $(y + 2)^2$: Step 1 = 9, 2 = 16, 3 = 25, **Step 4 = 36, Step 10 = 144, Step $y = (y + 2)^2$** . Pattern (b) (blue): Step 1 = 5, 2 = 11, 3 = 19 $\rightarrow (y + 1)^2 + y$: **Step 4 = 29, Step 10 = $121 + 10 = 131$, Step $y = (y + 1)^2 + y = y^2 + 3y + 1$** . (Figures: next picture is drawn by extending the same growth; pattern counts as given in the answer key.)

Page 158 – Coin Conjoin: turn a triangle of 10 coins upside down by moving one coin at a

time – minimum moves; the next triangle of 15 coins; a simple rule.

Ans. Triangle numbers: 3 coins $\rightarrow$ 1 move, 6 coins $\rightarrow$ 2 moves, 10 coins $\rightarrow$ **3 moves**, 15 coins $\rightarrow$ **5 moves**, 21 coins $\rightarrow$ 7 moves. The pattern (known result, not in the book's key) is:
 minimum moves = the whole number part of **(number of coins) $\div$ 3**, i.e. $\lfloor T \div 3 \rfloor$ for a triangle with T coins ($T = n(n+1)/2$): $10 \div 3 \rightarrow 3$, $15 \div 3 = 5$, $21 \div 3 = 7$. Idea: the three corner coins stay as a frame and the inner coins are moved outwards to the opposite side.
 (Hands-on activity – try it with 10 coins.)

Board-Pattern Questions – 1 Mark

1. State the distributive property of multiplication over addition. (1)

Ans. $a(b + c) = ab + ac$.

2. Expand $(a + b)^2$. (1)

Ans. $a^2 + 2ab + b^2$.

3. Write the identity for $(a + b)(a - b)$. (1)

Ans. $a^2 - b^2$.

4. Find 98×102 using an identity. (1)

Ans. $(100 - 2)(100 + 2) = 10000 - 4 = 9996$.

5. Find 3874×11 . (1)

Ans. 42614.

6. By how much does the product ab increase when both a and b are increased by 1? (1)

Ans. By $a + b + 1$.

7. Which is greater: $(a - b)^2$ or $(b - a)^2$? (1)

Ans. Both are equal.

8. Expand $(x + 3)(x - 2)$. (1)

Ans. $x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$.

9. Who first stated the distributive property explicitly, and in which work? (1)

Ans. Brahmagupta, in Brahmasphutasiddhanta (628 CE).

10. Find 104^2 using $(a + b)^2$. (1)

Ans. $(100 + 4)^2 = 10000 + 800 + 16 = 10816$.

11. Is $5w^2 + 6w = 11w^2$ correct? (1)

Ans. No – w^2 and w are unlike terms and cannot be added.

12. Number of circles at Step k in the pattern 3, 8, 15, 24 ...? (1)

Ans. $k^2 + 2k$.

Board-Pattern Questions – 3 Marks**1. Expand and simplify $(3x - 2y)^2$. (3)****Ans.** $(3x)^2 - 2(3x)(2y) + (2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$.**2. Using identities find (i) 91^2 (ii) 397×403 . (3)****Ans.** (i) $91^2 = (100 - 9)^2 = 10000 - 1800 + 81 = 8281$. (ii) $397 \times 403 = (400 - 3)(400 + 3) = 160000 - 9 = 159991$.**3. Show that $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$ and verify for $a = 5$, $b = 6$. (3)****Ans.** $(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2) = 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2)$. For $a = 5$, $b = 6$: $2(25 + 36) = 122$ and $11^2 + 1^2 = 121 + 1 = 122$.**4. Find the mistake: $(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$. Write the correct expansion. (3)****Ans.** The middle term $2 \times 5m \times 6n = 60mn$ is missing. $(5m + 6n)^2 = (5m)^2 + 2(5m)(6n) + (6n)^2 = 25m^2 + 60mn + 36n^2$.**5. Show that $n^2 - (n - 1)(n + 1)$ is always 1, and use it to find $50^2 - 49 \times 51$. (3)****Ans.** $n^2 - (n - 1)(n + 1) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$. With $n = 50$: $50^2 - 49 \times 51 = 2500 - 2499 = 1$.**Board-Pattern Questions – 5 Marks****1. Derive the identity $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ algebraically and by an area model, and use it to find 65^2 . (5)****Ans.** Algebra: $(a + b)(a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Area model: a square of side $a + b$ splits into a square a^2 , a square b^2 and two rectangles $a \times b$, so its area $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. $65^2 = (60 + 5)^2 = 3600 + 2 \times 60 \times 5 + 25 = 3600 + 600 + 25 = 4225$.**2. Expand $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$ and $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$, and state the pattern for $(a - b)$ (...). Write the next identity. (5)****Ans.** $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 - a^3b - a^2b^2 - ab^3 - b^4 = a^4 - b^4$ (middle terms cancel). Pattern: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$; $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$; $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$. Next: $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$.**3. A park has two square plots of side g ft. each, with a path of width w ft. all around and $2w$ between them (as in the figure). Find the area to be tiled in terms of g and w and its value for $g = 10$, $w = 2$. (5)****Ans.** Length = $w + g + 2w + g + w = 2g + 4w$; breadth = $w + g + w = g + 2w$. Total area = $(2g + 4w)(g + 2w) = 2g^2 + 4gw + 4gw + 8w^2 = 2g^2 + 8gw + 8w^2$. Green area = $2g^2$. Tiled area = $8gw$

$+ 8w^2 = 8w(g + w)$. For $g = 10$, $w = 2$: $8 \times 2 \times 12 = 192$ sq. ft. (check: length 28, breadth 14, total $392 - 200 = 192$).



हिन्दी भाग (Hindi Section)

बाँटते हैं, फिर भी गुणा होता है

कक्षा 8 गणित (गणित प्रकाश भाग 1) • अध्याय 6 • विस्तृत नोट्स + सभी पाठ्यपुस्तक हल + बोर्ड प्रश्न (2026-27)

आसान भाषा में अध्याय की समीक्षा

1. गुणनफल में वृद्धि

- ▶ **वितरण गुण**: $a(b + c) = ab + ac$ (तथा $(a + b)c = ac + bc$)। चित्र: a पंक्तियाँ $\times (b + c)$ स्तंभ = $ab + ac$ बिंदु। कोष्ठक के पहले/बाद 'x' नहीं लिखते।
- ▶ **एक संख्या 1 बढ़ाएँ**: $a(b + 1) = ab + a \rightarrow$ गुणनफल a से बढ़ता है ($23 \times 28 = 23 \times 27 + 23$)। दोनों 1 से: $(a + 1)(b + 1) = ab + a + b + 1 \rightarrow$ वृद्धि $a + b + 1$ ($23 \times 27 = 621 \rightarrow 24 \times 28 = 672$, वृद्धि 51)। **एक बढ़ाएँ, एक घटाएँ**: $(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1 \rightarrow$ परिवर्तन $b - a - 1$; गुणनफल बढ़े ही यह जरूरी नहीं ($a = 10, b = 3: 11 \times 2 = 22 < 30$)। ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए भी सही।
- ▶ **सर्वसमिका (identity)**: ऐसा समीकरण जो अपने अक्षर-संख्याओं के सभी मानों के लिए सत्य हो, जैसे $a(b + 8) = ab + 8a$ । **सर्वसमिका 1**: $(a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$ (पहले कोष्ठक का हर पद $\times$ दूसरे का हर पद)। वृद्धि = $an + bm + mn$ । $n = -v$ आदि लेने पर घटाव भी आ जाता है: $(a + u)(b - v) = ab + ub - av - uv$; $(a - u)(b + v) = ab - ub + av - uv$; $(a - u)(b - v) = ab - ub - av + uv$ । (क्षेत्रफल मॉडल: $a + m \times b + n$ का आयत ab, an, mb, mn में बँटता है।)
- ▶ **अधिक पद**: गुण किसी भी संख्या के पदों पर लागू। उदाहरण 1: $(3a/2)(a - b + 1/5) = (3/2)a^2 - (3/2)ab + (3/10)a$ (कोई समान पद नहीं, अतः और सरल नहीं)। उदाहरण 2: $(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ । उदाहरण 3: $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ । **समान पद (like terms)** = समान अक्षर-संख्याएँ ($ba = ab, a^2b$ और $2a^2b$ मिलकर $3a^2b$); असमान पद जोड़े नहीं जाते।
- ▶ **इतिहास**: वितरण नियम का प्रयोग मिस्र, मेसोपोटामिया, यूनान (यूक्लिड, ज्यामितीय), चीन और भारत (आर्यभट्ट) में होता था। ब्रह्मगुप्त (628 ई., ब्राह्मस्फुटसिद्धांत 12.55) ने इसे पहली बार स्पष्ट कहा - खंड-गुणनम् (भागों में गुणा); श्लोक 12.56 तेज गुणा (इष्ट-गुणन) बताता है। श्रीधराचार्य (750 ई.) और भास्कराचार्य (लीलावती, 1150 ई.) ने ऐसी विधियाँ प्रयोग कीं।

2. तेज़ गुणा

- ▶ **$\times 11$** : $dcba \times 11 = dcba \times 10 + dcba$ । इकाई अंक a लिखो; फिर $(a + b)$; $(b + c)$; $(c + d)$; और बाएँ d , जहाँ योग 9 से अधिक हो हासिल ले जाओ। $3874 \times 11 = 42614$; $94 \times 11 = 1034$; $495 \times 11 = 5445$; $3279 \times 11 = 36069$; $4791256 \times 11 = 52703816$ ।

- **× 101:** $dcba \times 101 = dcba00 + dcba \rightarrow$ अंक d, c, (b + d), (a + c), b, a (आवश्यकता पर हासिल): $3874 \times 101 = 391274$; $89 \times 101 = 8989$; $949 \times 101 = 95849$ । **× 1001:** $dcba000 + dcba \rightarrow$ d, c, b, (a + d), c, b, a; **× 10001:** $dcba \ dcba$ (संख्या दोहराती है)। $265831 \times 1001 = 266096831$; $1111 \times 1001 = 1112111$ ।
- **× 99, 999:** $(100 - 1)$, $(1000 - 1)$ लो: $9734 \times 99 = 973400 - 9734 = 963666$; $23478 \times 999 = 23478000 - 23478 = 23454522$ ।

3. विशेष सर्वसमिकाएँ

- **सर्वसमिका 1A:** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ । क्षेत्रफल प्रमाण: भुजा 65 = 60 + 5 का वर्ग 60^2 , 5^2 और दो आयतों 60×5 में बँटता है: $65^2 = 3600 + 25 + 600 = 4225$ । उदाहरण: $(6x + 5)^2 = 36x^2 + 60x + 25$; $104^2 = (100 + 4)^2 = 10816$; $37^2 = (40 - 3)^2 = 1369$ ।
- **सर्वसमिका 1B:** $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ($(a + (-b))^2$ लेकर; ज्यामितीय: $55^2 = 60^2 - 60 \times 5 - 5 \times 60 + 5^2 = 3025$, छोटा वर्ग दो बार घट गया इसलिए जोड़ दो)। $99^2 = 9801$; $58^2 = 3364$ ।
- **सर्वसमिका 1C:** $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ($-ab$ और $+ba$ कट जाते हैं; ज्यामिति में पट्टी को खिसकाओ)। $98 \times 102 = 100^2 - 2^2 = 9996$; $45 \times 55 = 50^2 - 5^2 = 2475$ । श्रीधराचार्य की युक्ति: $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$; $31^2 = 32 \times 30 + 1 = 961$; $197^2 = 200 \times 194 + 9 = 38809$ ।
- **पैटर्न 1:** $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$ (1A और 1B जोड़ो: $2ab$ और $-2ab$ कट जाते हैं); जैसे $2(5^2 + 6^2) = 11^2 + 1^2$ । **पैटर्न 2:** $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; जैसे $9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$ । दोनों सभी संख्याओं - पूर्णांक, ऋणात्मक और भिन्न - के लिए सही हैं क्योंकि ये सर्वसमिकाएँ हैं।
- **$(a - b)(...)$ का पैटर्न:** $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$; $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$; $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$; अगला $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$ ।

4. गलती पहचानो और सुधारो

आम गलतियाँ: कोष्ठक के हर पद से गुणा करना भूलना, चिह्न की गलती ($-3p \times -5p = +15p^2$), असमान पद जोड़ना ($5w^2 + 6w \neq 11w^2$), $(m + n)^2$ को $m^2 + n^2$ लिखना (बीच का पद $2mn$ छूट जाता है), और $y + 2(y + 2)$ को $(y + 2)^2$ समझ लेना। सर्वसमिका को छोटी संख्या (जैसे $a = 1$, $b = 1$) से हमेशा जाँचो।

5. एक पैटर्न, कई तरीके

- **वृत्तों का पैटर्न (3, 8, 15, 24, ...):** विधि 1: $(k + 1)^2 - 1$; विधि 2: $k^2 + 2k$; विधि 3: $k(k + 1) + k$; विधि 4: $k(k + 2)$ । सब सरल होकर $k^2 + 2k$ (चरण 10 = 120, चरण 15 = 255)।
- **टाइलें (8, 12, 16, ...):** $(n + 2)^2 - n^2 = 4n + 4$ (चरण 4 = 20, चरण 10 = 44)। क्षेत्रफल: $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$; $x^2 - xy = x(x + 2y) - 3xy = x(x - y)$; अलग-अलग विधियों से एक ही व्यंजक मिलना चाहिए।

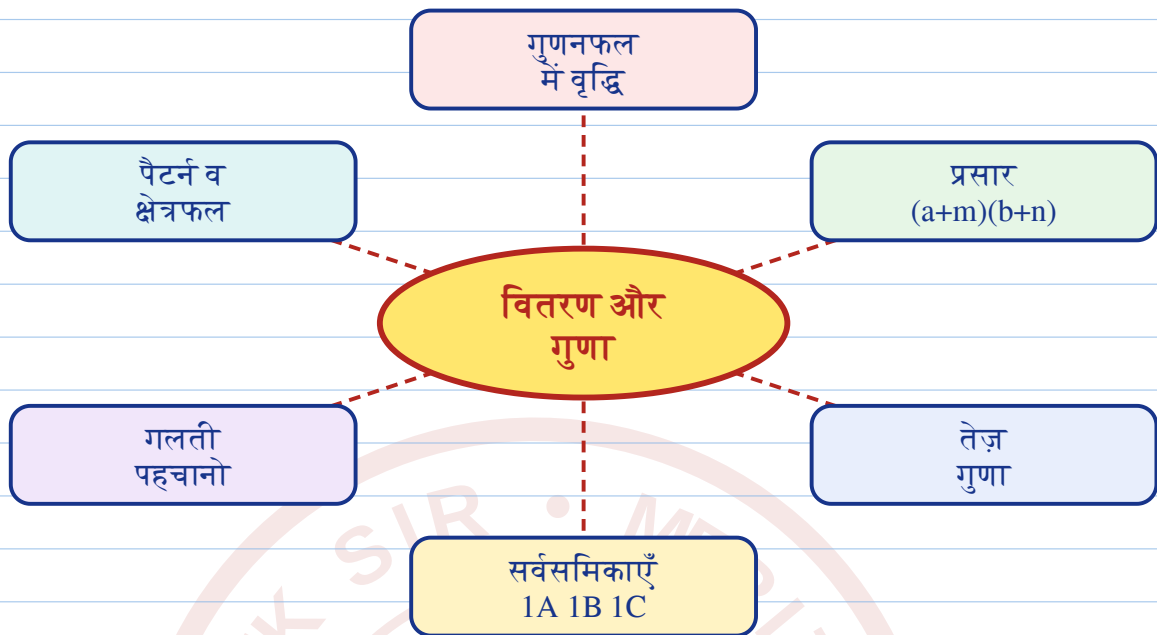
महत्वपूर्ण शब्द (शब्दावली)

शब्द	अर्थ / परिभाषा
वितरण गुण	$a(b + c) = ab + ac$
सर्वसमिका	अपने अक्षर-संख्याओं के सभी मानों के लिए सत्य समीकरण।
प्रसार करना	हर पद से गुणा करके कोष्ठक हटाना।
समान पद	समान अक्षर-संख्याओं वाले पद (जैसे $3ab$ और $5ba$)।
पद	$+$ या $-$ से अलग किया गया व्यंजक का भाग।
द्विपद	दो पदों वाला व्यंजक, जैसे $a + b$ ।
योग का वर्ग	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ।
अंतर का वर्ग	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ।
वर्गों का अंतर	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ।
खंड-गुणनम्	ब्रह्मगुप्त का 'भागों में गुणा'।
गुणांक	पद में अक्षर-संख्याओं से गुणा होने वाली संख्या।

त्वरित पुनरावृत्ति व सूत्र

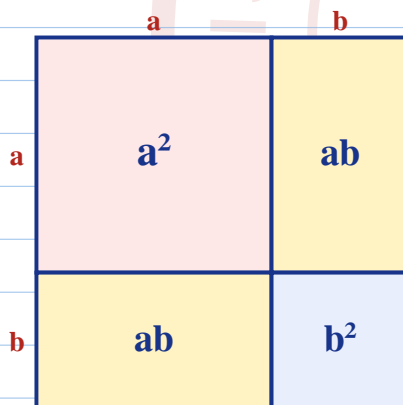
- ▶ $a(b + c) = ab + ac$; $(a + m)(b + n) = ab + an + mb + mn$ ।
- ▶ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ।
- ▶ गुणनफल ab में परिवर्तन: एक 1 से $\rightarrow +a$; दोनों 1 से $\rightarrow +(a + b + 1)$; एक $+1$, दूसरी $-1 \rightarrow +(b - a - 1)$ ।
- ▶ $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$; $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$ ।
- ▶ $(a + b)^3$ जैसा: $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$; $(a - b)(a^4 + \dots + b^4) = a^5 - b^5$ ।
- ▶ तेज़ गुणा: $\times 11$ में पास के अंक जोड़ो; $\times 101, 1001$ में दो / तीन स्थान दूर के अंक; $\times 99 = \times 100 - \times 1$ ।
- ▶ केवल समान पद जोड़े जाते हैं; हर सरलीकरण को छोटी संख्या से जाँचो।

चित्र, तालिकाएँ और फ्लोचार्ट



अध्याय 6 का अवधारणा-मानचित्र

$(a + b)^2$ का क्षेत्रफल मॉडल और तीन सर्वसमिकाएँ



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

उदाहरण: $65^2 = 60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 5 + 5^2 = 4225$

भुजा $a + b$ का वर्ग a^2 , ab , ab , b^2 में बँटता है

तालिका : गुणनफल कैसे बदलता है ($a = 23$, $b = 27$, $ab = 621$)

परिवर्तन	नया गुणनफल	वृद्धि	सूत्र
$b + 1$	$23 \times 28 = 644$	23	a
$a + 1$	$24 \times 27 = 648$	27	b
दोनों $+ 1$	$24 \times 28 = 672$	51	$a + b + 1$
$a + 1, b - 1$	$24 \times 26 = 624$	3	$b - a - 1$
$a - 2, b + 3$	$21 \times 30 = 630$	9	$3a - 2b - 6$

तालिका : गलती पहचानो - 12 सरलीकरण

#	दिया गया	निर्णय	सही उत्तर
1	$-3p(-5p + 2q) = p - 2q$	गलत	$15p^2 - 6pq$
2	$2(x - 1) + 3(x + 4) = 5x + 3$	गलत	$5x + 10$
3	$y + 2(y + 2) = (y + 2)^2$	गलत	$3y + 4$
4	$(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$	गलत	$25m^2 + 60mn + 36n^2$
5	$(-q + 2)^2 = q^2 - 4q + 4$	सही	-
6	$3a(2b \times 3c) = 54a^2bc$	गलत	$18abc$
7	$\frac{1}{2}(10s - 6) + 3 = 5s$	सही	-
8	$5w^2 + 6w = 11w^2$	गलत	$5w^2 + 6w$ (असमान पद)
9	$2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2 = 5a^3 + 12a^2b^2$	गलत	$5a^3 + 6a^2b + 6ab^2$
10	$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 7x + 10$	सही	-
11	$(a + 2)(b + 4) = ab + 8$	गलत	$ab + 4a + 2b + 8$
12	$ab^2 + a^2b + a^2b^2 = ab(a + b + ab)$	सही	-

फ्लोचार्ट : गुणनफल का प्रसार



पाठ्यपुस्तक के हल (सभी प्रश्न)

गणित चर्चा / करके देखो (पृ.137-140) - 23×27 में गुणनफल कितना बढ़ता है यदि (i) 23 को 1 बढ़ाएँ, (ii) 27 को 1 बढ़ाएँ, (iii) दोनों को? क्या एक को 1 बढ़ाने और दूसरी को 1 घटाने पर गुणनफल सदा बढ़ता है? 3 उदाहरण दो जब वह घटे। सर्वसमिका 1 से (i) एक संख्या 2 घटाकर और दूसरी 3 बढ़ाकर (ii) दोनों घटाकर, 3 और 4 से। $(a + 1)(b + 1)$ में पहले $(b + 1)$ को एक पद मानें तो?

उत्तर: $23 \times 27 = 621$. (i) $24 \times 27 = 648$, वृद्धि 27 ($= b$)। (ii) $23 \times 28 = 644$, वृद्धि 23 ($= a$)। (iii) $24 \times 28 = 672$, वृद्धि 51 $= a + b + 1 = 23 + 27 + 1$ । $(b + 1)$ को एक पद लेने पर: $(a + 1)(b + 1) = a(b + 1) + 1(b + 1) = ab + a + b + 1$ - वही फल। $(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1$: गुणनफल सदा नहीं बढ़ता - जब $b - a - 1 < 0$, यानी $b \leq a$, तब घटता है। उदाहरण: $a = 10, b = 3 \rightarrow 11 \times 2 = 22 < 30$; $a = 8, b = 5 \rightarrow 9 \times 4 = 36 < 40$; $a = 7, b = 7 \rightarrow 8 \times 6 = 48 < 49$ । (पुस्तक का उदाहरण: $a = 10, b = 3$ पर $(a - 1)(b - 1) = 18 < 30$)। सर्वसमिका 1: (i) $(a - 2)(b + 3) = ab + 3a - 2b - 6$ (परिवर्तन $3a - 2b - 6$; जाँच $a = 23, b = 27$: $21 \times 30 = 630 = 621$)

+ 9)। (ii) $(a - 3)(b - 4) = ab - 4a - 3b + 12$ (परिवर्तन $-4a - 3b + 12$; जाँच: $20 \times 23 = 460 = 621 - 161$)।

पृष्ठ 142, Figure it Out प्र1-प्र2 - (1) गुणन-सारणी में 3×3 चौखटे की बीच की संख्या pq है; बाकी आठ लिखो। (2) प्रसार करो: (i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $(2/3)(15 + 6a)$ (iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$ (v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$ ।

उत्तर: प्र1: सारणी की संख्याएँ पंक्ति $\times$ स्तंभ के गुणनफल हैं, इसलिए एक पंक्ति ऊपर/नीचे जाने पर पहला गुणक और एक स्तंभ बाएँ/दाएँ जाने पर दूसरा गुणक बदलता है: $(p - 1)(q - 1)$, $(p - 1)q$, $(p - 1)(q + 1)$; $p(q - 1)$, pq , $p(q + 1)$; $(p + 1)(q - 1)$, $(p + 1)q$, $(p + 1)(q + 1)$ । (जैसे 4×6 के चारों ओर: 3×5 , 3×6 , 3×7 ; 4×5 , 4×6 , 4×7 ; 5×5 , 5×6 , 5×7)।

प्र2: (i) $3v - 9 + uv - 3u = 3v - 3u + uv - 9$ । (ii) $(2/3)(15 + 6a) = 10 + 4a$ । (iii) $100ac + 10ad + 10bc + bd$ । (iv) $(3 - x)(x - 6) = 3x - 18 - x^2 + 6x = -x^2 + 9x - 18$ । (v) $-5ac - 5ad + bc + bd$ । (vi) $5y + 45 + yz + 9z = 5y + yz + 9z + 45$ ।

पृष्ठ 142 प्र3-प्र5 - (3) 3 उदाहरण दो जहाँ एक संख्या 2 बढ़ाने और दूसरी 4 घटाने पर गुणनफल वही रहे। (4) प्रसार: (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$; (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$ । (5) प्रसार: (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$, (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$; पैटर्न और अगली सर्वसमिका।

उत्तर: प्र3: $(a + 2)(b - 4) = ab \rightarrow ab - 4a + 2b - 8 = ab \rightarrow 2b = 4a + 8 \rightarrow b = 2a + 4$ ।

उदाहरण: $(a, b) = (1, 6): 3 \times 2 = 6 = 1 \times 6$; $(2, 8): 4 \times 4 = 16 = 2 \times 8$; $(3, 10): 5 \times 6 = 30 = 3 \times 10$ । **प्र4:** (i) $4a + 4ab - 12b^2 + ab + ab^2 - 3b^3 = 4a + 5ab + ab^2 - 12b^2 - 3b^3$ । (ii) $4y^2 + 44yz - 12y + 7y + 77z - 21 = 4y^2 + 44yz - 5y + 77z - 21$ । **प्र5:** (i) $a^2 - b^2$; (ii) $a^3 - b^3$; (iii) $a^4 - b^4$ । **पैटर्न:** $(a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) = a^n - b^n$ । **अगली:** $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$ (प्रसार में बीच के सब पद जोड़ों में कट जाते हैं)।

पृष्ठ 143-144 - 11 से एक पंक्ति में गुणा: 94×11 , 495×11 , 3279×11 , 4791256×11 ; सामान्य नियम। 101 से: नियम और 3874×101 ; 1001, 10001 तक विस्तार। ज्ञात करो (i) 89×101 , (ii) 949×101 , (iii) 265831×1001 , (iv) 1111×1001 , (v) 9734×99 , (vi) 23478×999 ।

उत्तर: $\times 11$ का नियम: $dcba \times 11 = dcba0 + dcba \rightarrow$ अंक **d**, **(c + d)**, **(b + c)**, **(a + b)**, **a** (योग 10 या अधिक हो तो बाएँ हासिल)। (i) $94 \times 11: 4; 9 + 4 = 13 \rightarrow 3$ हासिल 1; $9 + 1 = 10 \rightarrow 1034$ । (ii) $495 \times 11: 5; 9 + 5 = 14 \rightarrow 4$ हासिल 1; $4 + 9 + 1 = 14 \rightarrow 4$ हासिल 1; $4 + 1 = 5 \rightarrow 5445$ । (iii) **36069**। (iv) **52703816**। $\times 101: dcba \times 101 = dcba00 + dcba \rightarrow$ **d, c, (b + d), (a + c), b, a** (आवश्यकतानुसार हासिल)। $3874 \times 101 \rightarrow 3, 8, (7 + 3) = 10, (4 + 8) = 12, 7, 4 \rightarrow 391274$ । $\times 1001: d, c, b, (a + d), c, b, a; \times 10001: d c b a d c b a$ (संख्या दोहराती है)। (i) $89 \times 101 = 8900 + 89 = 8989$ । (ii) $949 \times 101 = 94900 + 949 = 95849$ । (iii) $265831 \times 1001 = 265831000 + 265831 = 266096831$ । (iv) $1111 \times 1001 = 1112111$ ।

(v) $9734 \times 99 = 9734 \times 100 - 9734 = 973400 - 9734 = 963666$ | (vi) $23478 \times 999 = 23478000 - 23478 = 23454522$ |

पृष्ठ 145-147 - गणित चर्चा: क्या $(a + b)^2$, $a^2 + b^2$ से सदा बड़ा होता है? 1A से 104^2 और 37^2 निकालो। $(m + 3)^2$, $(6 + p)^2$ लिखो; $(6x + 5)^2$, $(3j + 2k)^2$ दोनों तरीकों से; 65^2 को $(30 + 35)^2$ या $(52 + 13)^2$ के रूप में; $(a - b)^2$ ज्यामिति से; 99^2 , 58^2 ; $(b - 6)^2$, $(-2a + 3)^2$, $(7y - 3/(4z))^2$ 1B और वितरण दोनों से फैलाओ।

उत्तर: $(a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab$ । इसलिए $(a + b)^2$ तभी बड़ा है जब $ab > 0$ (समान चिह्न, दोनों अशून्य); $ab = 0$ पर बराबर; $ab < 0$ पर छोटा (जैसे $a = 3$, $b = -1$: $4 < 10$)। $104^2 = (100 + 4)^2 = 10000 + 800 + 16 = 10816$; $37^2 = (40 - 3)^2 = 1600 - 240 + 9 = 1369$ (या $(30 + 7)^2 = 900 + 420 + 49$)। $(m + 3)^2 = m^2 + 6m + 9$; $(6 + p)^2 = 36 + 12p + p^2$ । $(6x + 5)^2 = 36x^2 + 60x + 25$; $(3j + 2k)^2 = 9j^2 + 12jk + 4k^2$ (वितरण से: $3j \cdot 3j + 3j \cdot 2k + 2k \cdot 3j + 2k \cdot 2k =$ वही)। $65^2 = (30 + 35)^2 = 900 + 2100 + 1225 = 4225$ और $(52 + 13)^2 = 2704 + 1352 + 169 = 4225$ - क्षेत्रफल वही। $(a - b)^2$ ज्यामिति से: भुजा a के वर्ग में से दो आयत $a \times b$ घटाओ, छोटा $b \times b$ वर्ग दो बार घट गया इसलिए जोड़ो $\rightarrow a^2 - 2ab + b^2$ । $99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$; $58^2 = (60 - 2)^2 = 3600 - 240 + 4 = 3364$ । $(b - 6)^2 = b^2 - 12b + 36$; $(-2a + 3)^2 = 4a^2 - 12a + 9$; $(7y - 3/(4z))^2 = 49y^2 - 2 \cdot 7y \cdot 3/(4z) + 9/(16z^2) = 49y^2 - 21y/(2z) + 9/(16z^2)$ ।

पृष्ठ 148-149 - सर्वसमिका 1C से 98×102 और 45×55 निकालो; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ज्यामिति से दिखाओ; $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$ क्यों? Figure it Out पृ.149: (1) $(a - b)^2$ या $(b - a)^2$ कौन बड़ा? (2) 100 को दो वर्गों के अंतर के रूप में लिखो; (3) 406^2 , 72^2 , 145^2 , 1097^2 , 124^2 ; (4) क्या पैटर्न 1 और 2 ऋणात्मक पूर्णाकों और भिन्नों के लिए भी सही हैं?

उत्तर: $98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 10000 - 4 = 9996$; $45 \times 55 = (50 - 5)(50 + 5) = 2500 - 25 = 2475$ । ज्यामिति: भुजा a के वर्ग के कोने से छोटा $b \times b$ वर्ग काट लो; बचा L-आकार (क्षेत्रफल $a^2 - b^2$) कटकर $(a + b) \times (a - b)$ के आयत में पुनर्व्यवस्थित हो जाता है। $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$ वही $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ को पुनः लिखना है। प्र1: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (b - a)^2$ - दोनों बराबर ($b - a = -(a - b)$ और ऋणात्मक का वर्ग धनात्मक)। प्र2: $a^2 - b^2 = 100 = (a + b)(a - b)$ जिसके दोनों गुणखंड एक-सी समता के हों: $2 \times 50 \rightarrow a = 26$, $b = 24$: $26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100$; $(10^2 - 0^2 = 100)$ भी। प्र3: $406^2 = (400 + 6)^2 = 164836$; $72^2 = (70 + 2)^2 = 5184$; $145^2 = (150 - 5)^2 = 21025$; $1097^2 = (1100 - 3)^2 = 1203409$; $124^2 = (120 + 4)^2 = 15376$ । प्र4: दोनों पैटर्न सर्वसमिकाएँ हैं, इसलिए सभी संख्याओं - धनात्मक, ऋणात्मक पूर्णांक और भिन्न - के लिए सही (जाँच: $a = -2$, $b = 3$: $2(4 + 9) = 26 = 1 + 25$)।

पृष्ठ 150 - गलती पहचानो, गलती सुधारो: 12 सरलीकरणों की जाँच करो, गलती समझाओ और

सही व्यंजक लिखो।

उत्तर: 1. $-3p(-5p + 2q) = p - 2q$: गलत - कोष्ठक का सही गुणा नहीं हुआ ($-3p \times -5p = +15p^2$, $-3p \times 2q = -6pq$)। सही: $15p^2 - 6pq$ । 2. $2(x - 1) + 3(x + 4)$: गलत - 2 और 3 को दूसरे पद (-1 और $+4$) से गुणा नहीं किया। सही: $2x - 2 + 3x + 12 = 5x + 10$ । 3. $y + 2(y + 2) = (y + 2)^2$: गलत - $y + 2(y + 2)$, $(y + 2)(y + 2)$ नहीं है। सही: $y + 2y + 4 = 3y + 4$ । 4. $(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$: गलत - बीच का पद $2 \times 5m \times 6n$ छूट गया। सही: $25m^2 + 60mn + 36n^2$ । 5. $(-q + 2)^2 = q^2 - 4q + 4$: सही ($q^2 + 2(-q)(2) + 4$)। 6. $3a(2b \times 3c) = 54a^2bc$: गलत - $3a$ को अंदर के दोनों गुणकों से अलग-अलग गुणा कर दिया। सही: $3a \times 6bc = 18abc$ । 7. $\frac{1}{2}(10s - 6) + 3 = 5s - 3 + 3 = 5s$: सही। 8. $5w^2 + 6w = 11w^2$: गलत - w^2 और w असमान पद हैं, जोड़े नहीं जा सकते। यह $5w^2 + 6w$ ही रहेगा। 9. $2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2 = 5a^3 + 12a^2b^2$: गलत - a^2b और ab^2 असमान पद हैं। सही: $5a^3 + 6a^2b + 6ab^2$ । 10. $(x + 2)(x + 5) = x^2 + 7x + 10$: सही। 11. $(a + 2)(b + 4) = ab + 8$: गलत - केवल पहले और अंतिम पद गुणा किए। सही: $ab + 4a + 2b + 8$ । 12. $ab^2 + a^2b + a^2b^2 = ab(a + b + ab)$: सही ($ab \times b = ab^2$, $ab \times a = a^2b$, $ab \times ab = a^2b^2$)।

पृष्ठ 150-153 (6.4) - वृत्तों का पैटर्न (1:3 वृत्त, 2:8, 3:15): अगली आकृति, चरण 10 में वृत्त, चरण k का व्यंजक, चरण 15। वर्गाकार टाइलों का पैटर्न: हर आकृति में टाइलें, चरण 4, चरण 10, चरण n का व्यंजक। छायांकित क्षेत्रफल: (i) वर्ग में चार आयत - $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$ जाँचो; (ii) तिरछी रेखाओं वाला क्षेत्र - तीनों व्यंजक जाँचो, $x = 8$, $y = 3$; (iii) धारीदार (dashed) क्षेत्र, $p = 6$, $r = 3.5$, $s = 9$ ।

उत्तर: वृत्त: $k^2 + 2k$ । चरण 1 = 3, चरण 2 = 8, चरण 3 = 15, अगला चरण 4 = 24; चरण 10 = $100 + 20 = 120$; चरण 15 = $225 + 30 = 255$ । चारों विधियाँ बराबर: $(k + 1)^2 - 1 = k^2 + 2k$; $k^2 + 2k$; $k(k + 1) + k = k^2 + 2k$; $k(k + 2) = k^2 + 2k$ । टाइलें: चरण 1 = $8 = 3^2 - 1^2$, चरण 2 = $12 = 4^2 - 2^2$, चरण 3 = $16 = 5^2 - 3^2$; चरण 4 = $6^2 - 4^2 = 20$; चरण 10 = $12^2 - 10^2 = 44$; चरण n = $(n + 2)^2 - n^2 = 4n + 4$ (बाहरी $(n + 2)$ -वर्ग में से भीतरी n-वर्ग हटाया)। आयत: $(m + n)^2 - 4mn = m^2 + 2mn + n^2 - 4mn = m^2 - 2mn + n^2 = (n - m)^2$ । तिरछा क्षेत्र: अनुषा $x^2 - xy$; वैष्णवी $x(x + 2y) - 3xy = x^2 + 2xy - 3xy = x^2 - xy$; आदित्य $x(x - y) = x^2 - xy$ - सब बराबर। $x = 8$, $y = 3$: $64 - 24 = 40$ वर्ग इकाई। धारीदार क्षेत्र (p ऊँचा और s चौड़ा आयत जिसमें से दाएँ और नीचे चौड़ाई r की पट्टी हटी): $(p - r)(s - r) = ps - pr - sr + r^2$; $p = 6$, $r = 3.5$, $s = 9$: $54 - 21 - 31.5 + 12.25 = 13.75$ वर्ग इकाई ($2.5 \times 5.5 = 13.75$ भी)।

पृष्ठ 154, Figure it Out प्र1-प्र2 - (1) (i) 1A से 46^2 , (ii) 1C से 397×403 , (iii) 1B से 91^2 , (iv) 1C से 43×45 । (2) गुणनफल: (i) $(p - 1)(p + 11)$ (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$ (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$ (iv) $(6x + 5y)^2$ (v) $(2x - 1/2)^2$ (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$ ।

उत्तर: प्र1: (i) $46^2 = (40 + 6)^2 = 1600 + 480 + 36 = 2116$ । (ii) $397 \times 403 = (400 - 3)(400 + 3) = 160000 - 9 = 159991$ । (iii) $91^2 = (100 - 9)^2 = 10000 - 1800 + 81 = 8281$ । (iv) 43

$\times 45 = (44 - 1)(44 + 1) = 1936 - 1 = 1935$ । प्र2: (i) $p^2 + 11p - p - 11 = p^2 + 10p - 11$ ।
 (ii) $(3a)^2 - (9b)^2 = 9a^2 - 81b^2$ । (iii) $-(6y^2 + 8y + 15y + 20) = -6y^2 - 23y - 20$ । (iv) $36x^2 + 60xy + 25y^2$ । (v) $4x^2 - 2x + 1/4$ । (vi) $21pr(p + 2) = 21p^2r + 42pr$ ।

पृष्ठ 155 प्र3-प्र6 - (3) व्यंजक पहचानो: (i) वर्ग संख्या से दो अधिक; (ii) दो क्रमागत संख्याओं के वर्गों का योग। (4) कैलेंडर के 2×2 वर्ग: विकर्ण गुणनफल। (5) कथनों की जाँच: (i) $(k + 1)(k + 2) - (k + 3)$ सदा 2 है; (ii) $(2q + 1)(2q - 3)$ 4 का गुणज है; (iii) सम संख्याओं के वर्ग 4 के गुणज और विषम संख्याओं के वर्ग 8 के गुणज से 1 अधिक; (iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ किसी वर्ग से 5 कम है। (6) 7 से भाग पर शेषफल 3 और 5 वाली संख्याओं का योग, अंतर, गुणनफल।

उत्तर: प्र3: (i) $s^2 + 2(2 + s, (s + 2)^2, s^2 + 4, 2s^2, 2^2s$ अलग हैं। (ii) $m^2 + (m + 1)^2$; साथ ही $m^2 + (m - 1)^2$ ($m - 1$ और m क्रमागत हैं) और $(2m)^2 + (2m + 1)^2$ ($2m$ और $2m + 1$ क्रमागत हैं) - छपी कुंजी में केवल पहला है, ये दोनों भी सही बैठते हैं इसलिए मैंने जोड़े। प्र4: वर्ग $a, a + 1 / a + 7, a + 8: a(a + 8) = a^2 + 8a$ और $(a + 1)(a + 7) = a^2 + 8a + 7$, इसलिए विकर्ण गुणनफलों का अंतर सदा 7 ($4 \times 12 = 48, 5 \times 11 = 55; 3 \times 11 = 33, 4 \times 10 = 40$)। प्र5: (i) असत्य - $(k + 1)(k + 2) - (k + 3) = k^2 + 2k - 1$ ($k = 1$ पर 2, $k = 2$ पर 7)। (ii) असत्य - $(2q + 1)(2q - 3) = 4q^2 - 4q - 3$, 4 से भाग पर शेषफल 1 ($q = 1: -3, 4$ का गुणज नहीं)। (iii) सत्य - $(2n)^2 = 4n^2; (2n + 1)^2 = 4n(n + 1) + 1$ और $n(n + 1)$ सम है, अतः $8m + 1$ । (iv) असत्य - $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2 = 20n^2 - 5$, यह $20n^2$ से 5 कम है और $20n^2$ वर्ग नहीं ($n = 1: 15, 15 + 5 = 20$ वर्ग नहीं)। प्र6: $n_1 = 7a + 3, n_2 = 7b + 5$ । योग = $7(a + b) + 8 \rightarrow$ शेषफल 1। $n_2 - n_1 = 7(b - a) + 2 \rightarrow$ शेषफल 2 ($n_1 - n_2 = 7(a - b) - 2 \rightarrow$ शेषफल 5)। गुणनफल = $49ab + 35a + 21b + 15 = 7(\dots) + 15 \rightarrow$ शेषफल 1।

पृष्ठ 155-156 प्र7-प्र11 - (7) तीन क्रमागत संख्याएँ: बीच वाली का वर्ग - बाकी दोनों का गुणनफल। (8) दो संख्याएँ जोड़ो और योग के आधे से गुणा करो। (9) कौन बड़ा: (i) 14×26 या 16×24 ; (ii) 25×75 या 26×74 ? (10) धौली का पार्क: टाइल लगाने वाला क्षेत्रफल। (11) पैटर्न (a), (b): अगली आकृति, चरण 10 में इकाइयाँ, चरण y का व्यंजक।

उत्तर: प्र7: $n^2 - (n - 1)(n + 1) = n^2 - (n^2 - 1) =$ सदा 1 (जैसे $5^2 - 4 \times 6 = 1; 10^2 - 9 \times 11 = 1$)। समीकरण: $n^2 - (n - 1)(n + 1) = 1$ । प्र8: $(a + b) \times \frac{1}{2}(a + b) = \frac{1}{2}(a + b)^2$ - योग के वर्ग का आधा। प्र9: (i) $14 \times 26 = (16 - 2)(24 + 2) = 16 \times 24 + 32 - 48 - 4 = 16 \times 24 - 20$, इसलिए **16×24 बड़ा** (384 बनाम 364)। (ii) $25 \times 75 = (26 - 1)(74 + 1) = 26 \times 74 + 26 - 74 - 1 = 26 \times 74 - 49$, इसलिए **26×74 बड़ा** (1924 बनाम 1875)। प्र10: चित्र में ऊपर, नीचे, बाएँ, दाएँ किनारा w है और दोनों वर्गों के बीच का अंतर $2w$ बना है। लंबाई = $w + g + 2w + g + w = 2g + 4w$; चौड़ाई = $w + g + w = g + 2w$ । पार्क = $(2g + 4w)(g + 2w) = 2g^2 + 8gw + 8w^2$; हरे $2g^2$ घटाओ: टाइल का क्षेत्रफल = $8gw + 8w^2 = 8w(w + g)$ वर्ग फुट। प्र11: पैटर्न (a) (पीला): इकाइयाँ = $(y + 2)^2$: चरण 1 = 9, 2 = 16, 3 = 25, चरण 4 = 36, चरण 10 = 144, चरण $y = (y + 2)^2$ । पैटर्न (b) (नीला): चरण 1 = 5, 2 = 11, 3 = 19 $\rightarrow (y + 1)^2 + y$: चरण 4 =

29, चरण $10 = 121 + 10 = 131$, चरण $y = (y + 1)^2 + y = y^2 + 3y + 1$ । (आकृति : अगला चित्र वही वृद्धि बढ़ाकर बनाओ ; गिनती उत्तर-कुंजी के अनुसार।)

पृष्ठ 158 – सिक्के उलटो : 10 सिक्कों के त्रिभुज को एक बार में एक सिक्का हटाकर उलटा करना – न्यूनतम चालें ; 15 सिक्कों का अगला त्रिभुज ; सरल नियम।

उत्तर : त्रिकोणीय संख्याएँ : 3 सिक्के $\rightarrow$ 1 चाल, 6 सिक्के $\rightarrow$ 2 चालें, 10 सिक्के $\rightarrow$ 3 चालें, 15 सिक्के $\rightarrow$ 5 चालें, 21 सिक्के $\rightarrow$ 7 चालें। पैटर्न (ज्ञात परिणाम, पुस्तक की कुंजी में नहीं) :

न्यूनतम चालें = (सिक्कों की संख्या) $\div$ 3 का पूर्णांक भाग, यानी T सिक्कों वाले त्रिभुज ($T = n(n+1)/2$) के लिए $LT \div 3$: $10 \div 3 \rightarrow 3$, $15 \div 3 = 5$, $21 \div 3 = 7$ । विचार : तीन कोने के सिक्के चौखटे की तरह रहते हैं और भीतरी सिक्के विपरीत ओर खिसकाए जाते हैं। (करके देखने वाली गतिविधि – 10 सिक्कों से आजमाओ।)

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 1 अंक

1. योग पर गुणा का वितरण गुण लिखो। (1)

उत्तर : $a(b + c) = ab + ac$ ।

2. $(a + b)^2$ का प्रसार करो। (1)

उत्तर : $a^2 + 2ab + b^2$ ।

3. $(a + b)(a - b)$ की सर्वसमिका लिखो। (1)

उत्तर : $a^2 - b^2$ ।

4. सर्वसमिका से 98×102 निकालो। (1)

उत्तर : $(100 - 2)(100 + 2) = 10000 - 4 = 9996$ ।

5. 3874×11 निकालो। (1)

उत्तर : 42614।

6. a और b दोनों को 1 से बढ़ाने पर गुणनफल ab कितना बढ़ता है? (1)

उत्तर : $a + b + 1$ ।

7. $(a - b)^2$ या $(b - a)^2$ में कौन बड़ा है? (1)

उत्तर : दोनों बराबर हैं।

8. $(x + 3)(x - 2)$ का प्रसार करो। (1)

उत्तर : $x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$ ।

9. वितरण गुण को पहली बार स्पष्ट रूप से किसने और किस ग्रंथ में कहा? (1)

उत्तर : ब्रह्मगुप्त ने, ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त (628 ई.) में।

10. $(a + b)^2$ से 104^2 निकालो। (1)

उत्तर : $(100 + 4)^2 = 10000 + 800 + 16 = 10816$ ।

11. क्या $5w^2 + 6w = 11w^2$ सही है? (1)

उत्तर : नहीं – w^2 और w असमान पद हैं, जोड़े नहीं जा सकते।

12. पैटर्न 3, 8, 15, 24 ... में चरण k पर वृत्तों की संख्या ? (1)

उत्तर: $k^2 + 2k$

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 3 अंक

1. $(3x - 2y)^2$ का प्रसार व सरलीकरण करो। (3)

उत्तर: $(3x)^2 - 2(3x)(2y) + (2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$

2. सर्वसमिकाओं से ज्ञात करो (i) 91^2 (ii) 397×403 । (3)

उत्तर: (i) $91^2 = (100 - 9)^2 = 10000 - 1800 + 81 = 8281$ । (ii) $397 \times 403 = (400 - 3)(400 + 3) = 160000 - 9 = 159991$ ।

3. दिखाओ कि $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$ और $a = 5$, $b = 6$ के लिए जाँचो। (3)

उत्तर: $(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2) = 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2)$ । $a = 5$, $b = 6$ के लिए: $2(25 + 36) = 122$ और $11^2 + 1^2 = 121 + 1 = 122$ ।

4. गलती खोजो: $(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$ । सही प्रसार लिखो। (3)

उत्तर: बीच का पद $2 \times 5m \times 6n = 60mn$ छूट गया है। $(5m + 6n)^2 = (5m)^2 + 2(5m)(6n) + (6n)^2 = 25m^2 + 60mn + 36n^2$ ।

5. दिखाओ कि $n^2 - (n - 1)(n + 1)$ सदा 1 है, और इससे $50^2 - 49 \times 51$ निकालो। (3)

उत्तर: $n^2 - (n - 1)(n + 1) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$ । $n = 50$ लेने पर: $50^2 - 49 \times 51 = 2500 - 2499 = 1$ ।

बोर्ड-पैटर्न प्रश्न – 5 अंक

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ को बीजगणित और क्षेत्रफल-मॉडल से सिद्ध करो और 65^2 निकालो। (5)

उत्तर: बीजगणित: $(a + b)(a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ । क्षेत्रफल-मॉडल: भुजा $a + b$ का वर्ग वर्ग a^2 , वर्ग b^2 और दो आयत $a \times b$ में बँटता है, इसलिए उसका क्षेत्रफल $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ । $65^2 = (60 + 5)^2 = 3600 + 2 \times 60 \times 5 + 25 = 3600 + 600 + 25 = 4225$ ।

2. $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$ और $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ का प्रसार करो, $(a - b)(\dots)$ का पैटर्न बताओ और अगली सर्वसमिका लिखो। (5)

उत्तर: $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ । $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 - a^3b - a^2b^2 - ab^3 - b^4 = a^4 - b^4$ (बीच के पद कट जाते हैं)। पैटर्न: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$; $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$; $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$ । अगली: $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$ ।

3. एक पार्क में भुजा g फुट के दो वर्गाकार भूखंड हैं, चारों ओर w फुट चौड़ा रास्ता और बीच में $2w$ (चित्र अनुसार)। टाइल का क्षेत्रफल g और w के पदों में तथा $g = 10$, $w = 2$ पर उसका मान ज्ञात

करो। (5)

उत्तर: लंबाई = $w + g + 2w + g + w = 2g + 4w$; चौड़ाई = $w + g + w = g + 2w$ । कुल क्षेत्रफल = $(2g + 4w)(g + 2w) = 2g^2 + 4gw + 4gw + 8w^2 = 2g^2 + 8gw + 8w^2$ । हरा क्षेत्र = $2g^2$ । टाइल का क्षेत्रफल = $8gw + 8w^2 = 8w(g + w)$ । $g = 10, w = 2$ पर: $8 \times 2 \times 12 = 192$ वर्ग फुट (जाँच: लंबाई 28, चौड़ाई 14, कुल $392 - 200 = 192$)।

