

Chapter Review

- Numbers are not only for counting – they tell us things, make puzzles, form beautiful patterns, help us estimate and even win games! In this chapter we PLAY with numbers: we find supercells in tables, place numbers on a number line, count digits, find digit sums, make palindromes, meet Kaprekar's magic number 6174, do mental maths, and learn about the famous unsolved Collatz problem.
- Many of these ideas look like games, but each has a clear reason behind it. For example, in the game of 21 the player who knows the pattern (numbers 1, 5, 9, 13, 17, 21) always wins. Learning to think step by step with numbers and to follow a set procedure is called computational thinking.
- Some problems about numbers are very easy to ask but extremely hard to answer – the Collatz conjecture is still unsolved. So keep exploring, try many examples, and always give a reason for what you find.

Detailed Notes

1. Numbers can Tell us Things (3.1)

- Children stand in a line and each says the number of TALLER neighbours standing next to them: '0' if no neighbour is taller, '1' if one neighbour is taller, '2' if both neighbours are taller.
- End children have only one neighbour, so they can never say 2. If all children are of the same height, everyone says 0. Two children next to each other can say the same number.
- For 5 children of different heights: standing in order of height (short to tall) gives 1, 1, 1, 1, 0. The sequence 1, 1, 1, 1, 1 is impossible (the tallest at the end cannot say 1). The sequence 0, 1, 2, 1, 0 is possible. At most 2 children can say '2'.

2. Supercells (3.2)

- In a row of numbers, a cell is a **SUPERCCELL** if its number is larger than all its adjacent (neighbouring) cells. In a grid, neighbours are left, right, top and bottom cells.
- The largest number in a table is always a supercell; the smallest number can never be one. A table without repeated numbers always has at least one supercell.
- To get the **MAXIMUM** supercells, make every alternate cell a supercell. For n cells: if n is even $\rightarrow n \div 2$ supercells; if n is odd $\rightarrow (n + 1) \div 2$ supercells.

3. Patterns on the Number Line (3.3)

- Place numbers by looking at their thousands, hundreds and tens. Example: 2180 lies a little after 2000, 2754 lies between 2000 and 3000 nearer to 3000, 9950 is very close to 10,000, 1050 is just after 1000.
- To read a number line, first find the gap between two marks (for example, 2010 and 2020 are marked with 5 steps $\rightarrow$ each step is 2), then label the rest.

4. Playing with Digits (3.4)

- Counting numbers by digits: 1-digit = 9, 2-digit = 90, 3-digit = 900, 4-digit = 9,000, 5-digit = 90,000.
- **DIGIT SUM** = add up the digits of a number. $68 \rightarrow 6 + 8 = 14$; $176 \rightarrow 1 + 7 + 6 = 14$; $545 \rightarrow 5 + 4 + 5 = 14$ – different numbers can have the same digit sum.
- Digit sum of 3-digit numbers with consecutive digits (123, 234, 345 ...) = 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 – always a multiple of 3, but the pattern stops after 789.

- *Digit Detectives*: the digit 7 occurs 20 times in numbers 1–100, and 300 times in 1–1000.

5. Pretty Palindromic Patterns (3.5)

- A **PALINDROME** reads the same from left to right and right to left: 66, 848, 575, 1111. 3-digit palindromes with digits 1, 2, 3: 111, 121, 131, 212, 222, 232, 313, 323, 333.
- *Reverse-and-add*: start with a 2-digit number, add its reverse, repeat until you get a palindrome. Example: $12 + 21 = 33$ ✓. $47 + 74 = 121$ ✓. For 2-digit numbers we always reach a palindrome; for 3-digit numbers nobody knows – it is suspected that 196 never reaches one!
- *Puzzle*: 5-digit odd palindrome, t digit = double of u digit, h digit = double of t digit → 12421 (Twelve thousand four hundred twenty-one).

6. Kaprekar's Magic Number (3.6)

- D.R. Kaprekar, a school teacher from Devlali, Maharashtra, found in 1949 a magical pattern in 4-digit numbers.
- *Steps*: take a 4-digit number (not all digits same) → A = biggest number from its digits → B = smallest number from its digits → C = A – B → repeat with C.
- Example 6382: $8632 - 2368 = 6264$; $6642 - 2466 = 4176$; $7641 - 1467 = 6174$. Then $7641 - 1467 = 6174$ again and again! So 6174 is called the **KAPREKAR CONSTANT**.
- For 3-digit numbers the repeating number is 495. Example: $321 \rightarrow 321 - 123 = 198 \rightarrow 981 - 189 = 792 \rightarrow 972 - 279 = 693 \rightarrow 963 - 369 = 594 \rightarrow 954 - 459 = 495$.

7. Clock and Calendar Numbers (3.7)

- *Clock palindromes*: 4:44, 2:22, 3:33, 10:10 (repeating), 11:11, 12:21, 10:01, 1:01, 5:50 ... On a 12-hour clock there are 57 palindromic times (9

hours $\times 6 + 10:01, 11:11, 12:21$).

- Dates: 20/12/2012 repeats the digits 2, 0, 1, 2. Similar dates: 20/04/2004, 20/06/2006. Palindromic dates (read the same both ways): 11/02/2011, 02/02/2020, 12/02/2021.
- Calendars do repeat after some years, depending on leap years. For example 2021 and 2027 have exactly the same calendar.

8. Mental Maths (3.8)

- Numbers in the middle column can be used any number of times to make the target numbers by adding. Example: $38,800 = 25,000 + 400 \times 2 + 13,000$; $3,400 = 1,500 + 1,500 + 400$.
- 1,000 can NOT be made because the only middle number smaller than 1,000 is 400 and 1,000 is not a multiple of 400. $14,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 5$; $15,000 = 13,000 + 400 \times 5$; $16,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 10$. Only 1,000 cannot be made.
- Adding and subtracting: use both operations. Example: $39,800 = 40,000 - 800 + 300 + 300$.
- Digits and operations: 5-digit + 5-digit can give a 5-digit or 6-digit number; 5-digit - 5-digit can give a 5, 4, 3 ... digit number. The biggest 5-digit difference is $99,999 - 10,000 = 89,999$.

9. Number Patterns, Collatz and Estimation (3.9 - 3.11)

- Number patterns: do not add one by one - group equal numbers and multiply. Example: figure (a) has 12 forties and 10 fifties: $12 \times 40 + 10 \times 50 = 480 + 500 = 980$.
- COLLATZ RULE: start with any number. If EVEN $\rightarrow$ take half. If ODD $\rightarrow$ multiply by 3 and add 1. Repeat. Example 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1. Collatz (1937) guessed that you always reach 1 - nobody has proved it yet! It is a famous unsolved problem.

- **ESTIMATION:** when exact count is not needed, a rough guess is enough.
Example: class of $32 + 29 + 35$ students ≈ 100 ; 5 classes $(6-10) \approx 500$ students.

10. Games and Winning Strategies (3.12)

- Game 21: players add 1, 2 or 3 and whoever says 21 wins. **WINNING NUMBERS:** 1, 5, 9, 13, 17, 21 (differ by $4 = 1 + 3$). The **FIRST** player wins by saying 1 first and then always bringing the total to the next winning number.
- Game 99 (add 1 to 10): winning numbers are 11, 22, 33, ..., 99 (differ by $11 = 1 + 10$). The **SECOND** player wins: whatever number (1-10) the first player says, the second adds enough to make 11, and so on.
- Rule: if one can add 1 to k each turn, the winning numbers are separated by $(k + 1)$.

Important Formulas / Values

- Digit counts: 9, 90, 900, 9,000, 90,000 (1 to 5 digits)
- Kaprekar: 4-digit $\rightarrow 6174$; 3-digit $\rightarrow 495$ ($C = A - B$)
- Collatz: even $\rightarrow n \div 2$; odd $\rightarrow 3n + 1$
- Max supercells: n even $\rightarrow n/2$; n odd $\rightarrow (n + 1)/2$

Key Terms

Supercell – A cell whose number is greater than all its neighbours.

Neighbours – Cells immediately left, right, top and bottom.

Digit sum – The sum of all digits of a number.

Palindrome – A number that reads the same both ways.

Reverse-and-add – Add a number to its reverse, repeat until palindrome.

Kaprekar constant – 6174 – the number reached by the Kaprekar steps.

Collatz conjecture – Guess that every start number reaches 1 – unsolved.

Estimation – A rough but sensible guess of a number.

Computational thinking – Using step-by-step procedures to solve problems.

Winning strategy – A plan that always wins a game.

Number line – A line on which numbers are placed in order.

Leap year – A year with 366 days (February has 29 days).

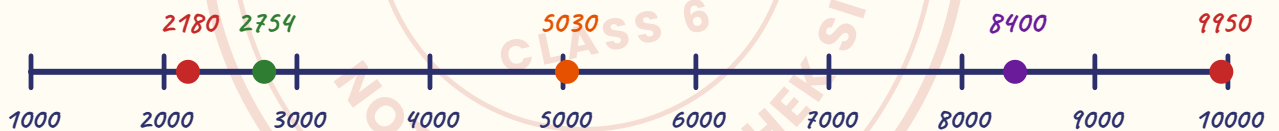
Diagrams / Flowcharts

Supercells



Green = supercell (bigger than all its neighbours)

Numbers on a Number Line



Number line: 1000 to 10,000 (each big step = 1000)

Kaprekar Steps

Take a 4-digit number



A = biggest, B = smallest from its digits

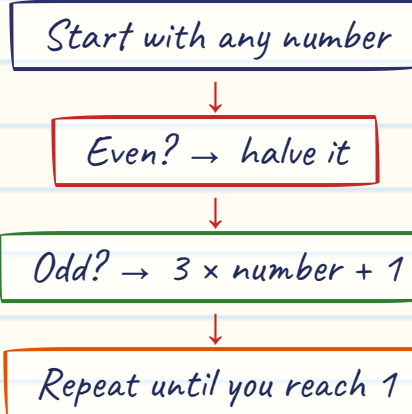


$$C = A - B$$



Repeat with C ... reach 6174

Collatz Rule



How many numbers have n digits?

Digits	1	2	3	4	5
Numbers	9	90	900	9,000	90,000

Kaprekar: 6382 → 6174

Round	A	B	C = A - B
1	8632	2368	6264
2	6642	2466	4176
3	7641	1467	6174

Textbook Exercise Questions

Q.1 (Math Talk) List five different situations in which numbers are used.

Ans. Time, calendar (dates), counting objects and marks, measuring height and weight, and money. There can be many more – share with your classmates.

Q.2 (3.1) What do the numbers said by the children mean?

Ans. Each child says the number of TALLER children standing next to him/her: 0 if no neighbour is taller, 1 if only one neighbour is taller, 2 if both are taller.

Q.3 (3.1, Q1) Can the children rearrange so that the children at the ends say '2'?

Ans. No. An end child has only one neighbour, so both neighbours can never be taller.

Q.4 Can we arrange the children so that all would say only 0s?

Ans. Yes, if all the children are of the same height (nobody has a taller neighbour).

Q.5 Can two children standing next to each other say the same number?

Ans. Yes. For example, two children in the middle of the line can both have one taller neighbour (see the picture in the book).

Q.6 5 children of different heights: can four say '1' and the last say '0'? Why?

Ans. Yes. If they stand in order of height (shortest to tallest), the four shorter children each have exactly one taller neighbour (the next one) and the tallest says 0.

Q.7 Is the sequence 1, 1, 1, 1, 1 possible for 5 children?

Ans. No. The tallest child has no taller neighbour, so he/she must say 0, not 1.

Q.8 Is the sequence 0, 1, 2, 1, 0 possible?

Ans. Yes, it is possible. Put the two tallest at the ends, shortest in the middle: e.g. heights 4, 3, 1, 2, 5 gives 0, 1, 2, 1, 0 (tall ends say 0, the shortest says 2).

Q.9 How would you arrange 5 children so that the maximum number say '2'?

Ans. At most only 2 children can say '2'. Example: alternate short and tall – tall, short, tall, short, tall gives 0, 2, 0, 2, 0.

Q.10 (3.2, Q1) Colour or mark the supercells in the table: 6828, 670, 9435, 3780, 3708, 7308, 8000, 5583, 52.

Ans. Supercells are 6828 (bigger than 670), 9435 (bigger than 670 and 3780) and 8000 (bigger than 7308 and 5583). Mark these three.

Q.11 Fill the table with 4-digit numbers so that the supercells are exactly the coloured cells.

Ans. Rule: put a bigger number in each coloured cell than both its neighbours, and make sure every white cell has at least one bigger neighbour. Try your own numbers and check each cell by comparing with its neighbours.

Q.12 Fill the 9-cell table to get as many supercells as possible (numbers between 100 and 1000, no repeats).

Ans. Make every alternate cell a supercell. One way: 110, 100, 150, 130, 280, 200, 230, 210, 270 – supercells are 110, 150, 280, 230, 270.

Q.13 Out of the 9 numbers, how many supercells are there?

Ans. 5 supercells (positions 1, 3, 5, 7, 9).

Q.14 How many supercells are possible for different numbers of cells? What is the method?

Ans. Even number of cells (2, 4, 6 ...): 1, 2, 3 ... supercells ($n \div 2$). Odd number of cells (1, 3, 5, 7 ...): 1, 2, 3, 4 ... ($(n + 1) \div 2$).

Method: make the first cell a supercell, then fill alternately – big, small, big, small ...

Q.15 Can you fill a table without repeating numbers so that there are NO supercells?

Ans. No. The cell with the greatest number is always a supercell wherever it is.

Q.16 Will the cell with the largest number always be a supercell? Can the smallest be?

Ans. Yes, the largest is always a supercell. No, the smallest can never be one, because all its neighbours are bigger.

Q.17 Fill a table so that the second-largest number is NOT a supercell.

Ans. Place the second largest next to the largest: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8 – here 8 is next to 9, so 8 is not a supercell.

Q.18 Second largest not a supercell but second smallest is a supercell – possible?

Ans. Yes. Example: 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8 – here 2 is bigger than its neighbour 1 (so it is a supercell) and 8 is next to 9 (not a supercell).

Q.19 Make other variations of this puzzle.

Ans. Examples: Can you fill 9 cells with more than 5 supercells? (No.) Can you fill 9 cells with exactly 4 supercells? (Yes.)

Q.20 (3.2, Table 2) Complete Table 2 with 5-digit numbers made of digits 1, 0, 6, 3, 9. Find the biggest number, the smallest even number and the smallest number above 50,000.

Ans. One filling (from NCERT): 96,310 / 96,301 / 36,109 / 39,160 // 96,103 / 13,609 / 60,319 / 19,306 // 13,906 / 10,396 / 60,193 / 60,931 // 10,369 / 10,963 / 10,936 / 69,031.

Biggest number in the table = 96,310. Smallest even number = 10,396.

Smallest number greater than 50,000 = 60,193.

Q.21 (3.3) Place 2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050, 3050, 5030, 5300, 8400 on the number line 1000–10,000.

Ans. In order: 1050, 1500, 2180, 2754, 3050, 3600, 5030, 5300, 8400, 9590, 9950. Mark each by seeing its thousands first, then hundreds (e.g. 2754 is between 2000 and 3000, closer to 3000).

Q.22 (Figure it Out) Identify the numbers on the number lines (a)–(d) and label the rest.

Ans. (a) steps of 5: 1990, 1995, 2000, 2005, 2010, 2015, 2020, 2025, 2030, 2035.

(b) steps of 1: 9993, 9994, 9995, 9996, 9997, 9998, 9999, 10,000, 10,001, 10,002.

(c) steps of 1: 15,077, 15,078, 15,079 ... 15,086.

(d) steps of 1000: 83,705, 84,705, 85,705, 86,705, 87,705, 88,705, 89,705, 90,705, 91,705, 92,705.

Circle the first (smallest) and box the last (largest) number on each line.

Q.23 (3.4) How many numbers have 2, 3, 4 and 5 digits?

Ans. 1-digit: 9; 2-digit: 90; 3-digit: 900; 4-digit: 9,000; 5-digit: 90,000.

Q.24 (Digit sum 14, Q1a) Write other numbers whose digits add up to 14.

Ans. For example 248, 653, 356, 815, 833, 12,335, 23,351.

Q.25 (Q1b) Smallest number whose digit sum is 14?

Ans. 59 ($5 + 9 = 14$).

Q.26 (Q1c) Largest 5-digit number with digit sum 14?

Ans. 95,000 ($9 + 5 + 0 + 0 + 0 = 14$).

Q.27 (Q1d) How big a number can you make with digit sum 14? An even bigger one?

Ans. 95, 905, 9005, 90,005 ... you can keep adding zeros: 9,00,00,00,005 and so on. So there is no biggest number – we can always make a bigger one.

Q.28 Digit sums of all numbers from 40 to 70. Share observations.

Ans. 40 → 4, 41 → 5 ... 49 → 13; 50 → 5 ... 59 → 14; 60 → 6 ... 69 → 15; 70 → 7.

Observation: within one tens group the digit sum goes up by 1 each time; the next group starts 1 higher (4, 5, 6, 7).

Q.29 Digit sums of 3-digit numbers with consecutive digits. Pattern? Will it continue?

Ans. 123 → 6, 234 → 9, 345 → 12, 456 → 15, 567 → 18, 678 → 21, 789 → 24.

Pattern: the sums go up by 3 each time (all multiples of 3). It cannot continue after 789 because the digits cannot go beyond 9.

Q.30 (Digit Detectives) How many times does the digit 7 occur in 1–100? In 1–1000?

Ans. In 1–100: 20 times (10 times as units digit and 10 times as tens digit).
In 1–1000: 300 times.

Q.31 (3.5) Write all 3-digit palindromes using the digits 1, 2, 3.

Ans. 111, 121, 131, 212, 222, 232, 313, 323, 333.

Q.32 (Explore) Will reverse-and-add on a 2-digit number always give a palindrome?

Ans. Yes, for 2-digit numbers it does. Examples: $12 + 21 = 33$; $47 + 74 = 121$. (For 3-digit numbers, like 196, nobody knows.)

Q.33 (Puzzle time) 5-digit palindrome, odd, t digit double of u digit, h digit double of t digit. Who am I?

Ans. $u = 1$ (odd, and palindrome so tth digit also 1), $t = 2$, $h = 4$. So the number is 12421 – twelve thousand four hundred twenty-one.

Q.34 (3.6) Carry out the Kaprekar steps with a 3-digit number. Which number repeats?

Ans. Take 321: $321 - 123 = 198$; $981 - 189 = 792$; $972 - 279 = 693$; $963 - 369 = 594$; $954 - 459 = 495$; $954 - 459 = 495$ again. The number 495 starts repeating.

Q.35 (3.7) Find all possible times on a 12-hour clock of palindrome type.

Ans. Examples: 4:44, 2:22, 3:33, 11:11, 10:01, 12:21, 5:50, 1:01. Counting: for hours 1 to 9 the minute can be 0h, 1h, 2h, 3h, 4h, 5h (like 7:07, 7:17 ... 7:57), so $9 \times 6 = 54$, plus 10:01, 11:11, 12:21 = 57 times.

Q.36 (3.7) Find other dates like 20/12/2012, and palindromic dates like 11/02/2011.

Ans. Like 20/12/2012: 20/04/2004, 20/06/2006.

Palindromic: 11/02/2011, 02/02/2020, 12/02/2021 (reads the same both ways without the slashes). Try finding more!

Q.37 (3.7) Will any year's calendar repeat after some years?

Ans. Yes. A calendar repeats after some years depending on leap years. For example, 2021 and 2027 have the same calendar.

Q.38 (Figure it Out Q1) Using digits 4, 7, 3, 2 gave a difference 5085 and sum 9779. Choose 4 digits to make: (a) difference greater than 5085, (b) less than 5085, (c) sum greater than 9779, (d) sum less than 9779.

Ans. Some possibilities: (a) digits 7, 4, 3, 1: $7431 - 1347 = 6084$. (b) digits 7, 4, 3, 3: $7433 - 3347 = 4086$. (c) $7433 + 3347 = 10,780$. (d) $7431 + 1347 = 8778$.

Q.39 Sum and difference of the smallest and largest 5-digit palindromes?

Ans. Smallest = 10,001, largest = 99,999. Sum = 1,10,000. Difference = 89,998.

Q.40 Time is 10:01. How many minutes until the next palindromic time? And the next?

Ans. Next palindromic time is 11:11, after 70 minutes (1 h 10 min). The one after that is 12:21 – 70 minutes later again, i.e. 140 minutes from 10:01.

Q.41 How many rounds does 5683 take to reach the Kaprekar constant?

Ans. $5683 \rightarrow 8653 - 3568 = 5085$ (1) $\rightarrow 8550 - 5058 = 3492$ (2) $\rightarrow 9432 - 2349 = 7083$ (3) $\rightarrow 8730 - 3078 = 5652$ (4) $\rightarrow 6552 - 2556 = 3996$ (5) $\rightarrow 9963 - 3699 = 6264$ (6) $\rightarrow 6642 - 2466 = 4176$ (7) $\rightarrow 7641 - 1467 = 6174$ (8).

So it takes 8 rounds (as in NCERT answer key).

Q.42 (3.8) Can we make 1,000 with the middle numbers? What about 14,000, 15,000, 16,000? Which thousands cannot be made?

Ans. No for 1,000: the only middle number smaller than 1,000 is 400 and 1,000 is not a multiple of 400.

$14,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 5$; $15,000 = 13,000 + 400 \times 5$; $16,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 10$. Only 1,000 cannot be made.

Q.43 (Adding and Subtracting) Using 40,000, 7,000, 300, 1,500, 12,000, 800 make 45,000, 5,900, 17,500, 21,400.

Ans. One way each: $45,000 = 40,000 + 12,000 - 7,000$.

$$5,900 = 7,000 - 800 - 300.$$

$$17,500 = 12,000 + 7,000 - 1,500.$$

$$21,400 = 12,000 + 12,000 - 1,500 - 800 - 300.$$

Q.44 (Digits and Operations, Q1) Give examples: 5-digit + 5-digit > 90,250 ...

Ans. 5-digit + 5-digit > 90,250: $45,000 + 45,400 = 90,400$.

$$5\text{-digit} + 3\text{-digit} = 6\text{-digit}: 99,999 + 999 = 1,00,998.$$

$$4\text{-digit} + 4\text{-digit} = 6\text{-digit}: \text{not possible } (9999 + 9999 = 19,998).$$

$$5\text{-digit} + 5\text{-digit} = 6\text{-digit}: 60,000 + 40,000 = 1,00,000.$$

$$5\text{-digit} + 5\text{-digit} = 18,500: \text{not possible (smallest sum is } 10,000 + 10,000 = 20,000).$$

$$5\text{-digit} - 5\text{-digit} < 56,503: 80,000 - 50,000 = 30,000.$$

$$5\text{-digit} - 3\text{-digit} = 4\text{-digit}: 10,000 - 999 = 9,001.$$

$$5\text{-digit} - 4\text{-digit} = 4\text{-digit}: 12,000 - 2,500 = 9,500.$$

$$5\text{-digit} - 5\text{-digit} = 3\text{-digit}: 50,999 - 50,000 = 999.$$

$$5\text{-digit} - 5\text{-digit} = 91,500: \text{not possible (biggest difference } 99,999 - 10,000 = 89,999).$$

Q.45 Always, Sometimes or Never true?

Ans. (a) 5-digit + 5-digit = 5-digit: only sometimes ($20,000 + 80,000 = 1,00,000$ is 6-digit).

(b) 4-digit + 2-digit = 4-digit: only sometimes ($9,999 + 99 = 10,098$ is 5-digit).

(c) 4-digit + 2-digit = 6-digit: never (biggest is 10,098).

(d) 5-digit - 5-digit = 5-digit: only sometimes ($12,000 - 10,000 = 2,000$ is 4-digit).

(e) 5-digit - 2-digit = 3-digit: never ($10,000 - 99 = 9,901$ is 4-digit).

Q.46 (3.9) Find the sum of numbers in figure (a) and (c).

Ans. Group equal numbers instead of adding one by one. (a) 12 forties and 10 fifties: $12 \times 40 + 10 \times 50 = 480 + 500 = 980$. (c) 32 cells of 32 and 16 cells of 64: $32 \times 32 + 16 \times 64 = 1024 + 1024 = 2048$.

Q.47 (3.10) Make some more Collatz sequences. Do you always reach 1?

Ans. 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.
19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

Yes, we reach 1 every time we tried. But nobody has proved it for ALL numbers, so it is still a conjecture.

Q.48 (3.11) Name objects around you that are (a) a few thousand (b) more than ten thousand in number.

Ans. A few thousand: car/vehicle numbers, 4-digit PIN codes. More than ten thousand: mobile numbers, salaries (in rupees).

Q.49 (Estimate the answer, Q3) Roshan estimates ₹100 for milk and 3 fruits for fruit custard for 5 people. Do you agree?

Ans. It is possible with small quantities and cheap fruit (1 piece of each fruit). With costly fruits and bigger servings it would cost more. So it depends.

Q.50 Estimate the distance from Gandhinagar (Gujarat) to Kohima (Nagaland).

Ans. About 2,500 km (a rough estimate using the map of India).

Q.51 Sheetal says she has spent around 13,000 hours in school. Agree?

Ans. No. About 6 school hours a day $\times$ 200 days a year = 1,200 hours a year.
In 8 years (say nursery to Class 6) that is only about 9,600 hours, so 13,000 hours is too high.

Q.52 Make some estimation questions.

Ans. For example: How many students are in your school? How many hours does a person sleep in his/her lifetime?

Q.53 (3.12) In the game of 21, which player always wins? What is the pattern?

Ans. The FIRST player wins by saying 1 first, then 5, 9, 13, 17, 21 – always bringing the total to a number that is 1 more than a multiple of 4.

Q.54 (Game 2) Reach 99 by adding 1 to 10. Who wins?

Ans. The SECOND player wins. Winning numbers are 11, 22, 33, ... , 99 (multiples of 11). Whatever the first player says, the second adds to reach 11, then 22 ...

Q.55 (Figure it Out Q1) In this grid there is only one supercell. Exchanging two digits of one number gives 4 supercells. Which digits to swap?

Ans. Swap the digits 6 and 1 in 62,871 to get 12,876. Then supercells are 39,344, 23,609, 45,306 and 50,319 – exactly 4.

Q.56 How many rounds does your year of birth take to reach the Kaprekar constant?

Ans. Example year 1980: $9810 - 1089 = 8721$; $8721 - 1278 = 7443$; $7443 - 3447 = 3996$; $9963 - 3699 = 6264$; $6642 - 2466 = 4176$; $7641 - 1467 = 6174$. It takes 6 rounds. Now try your own year of birth.

Q.57 5-digit numbers between 35,000 and 75,000 with all odd digits: largest, smallest, closest to 50,000?

Ans. Largest = 73,999 (with different digits 73,951). Smallest = 35,111 (with different digits 35,179). Closest to 50,000 = 51,111 (with different digits 51,379).

Q.58 (Q4-5) Estimate the number of holidays in a year; litres a mug, bucket and overhead tank hold.

Ans. These are estimation questions, so answers differ. Example: holidays $\approx$ 52 Sundays + about 20 other days $\approx$ 70-100. A mug $\approx$ $\frac{1}{4}$ litre, a bucket $\approx$ 15-20 litres, an overhead tank $\approx$ 500-1000 litres.

Q.59 Write one 5-digit and two 3-digit numbers whose sum is 18,670.

Ans. $18,000 + 300 + 370 = 18,670$. (Many other answers are possible.)

Q.60 Choose a number between 210 and 390 and make a number pattern like Section 3.9 that sums to it.

Ans. Choose 250: a pattern of 5 rows $\times$ 5 columns of 10's: $25 \times 10 = 250$.

Q.61 Why is the Collatz conjecture true for all powers of 2?

Ans. A power of 2 like $2^8 = 256$ is even, so we halve it again and again: 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. We always end at 1.

Q.62 Check the Collatz conjecture for 100.

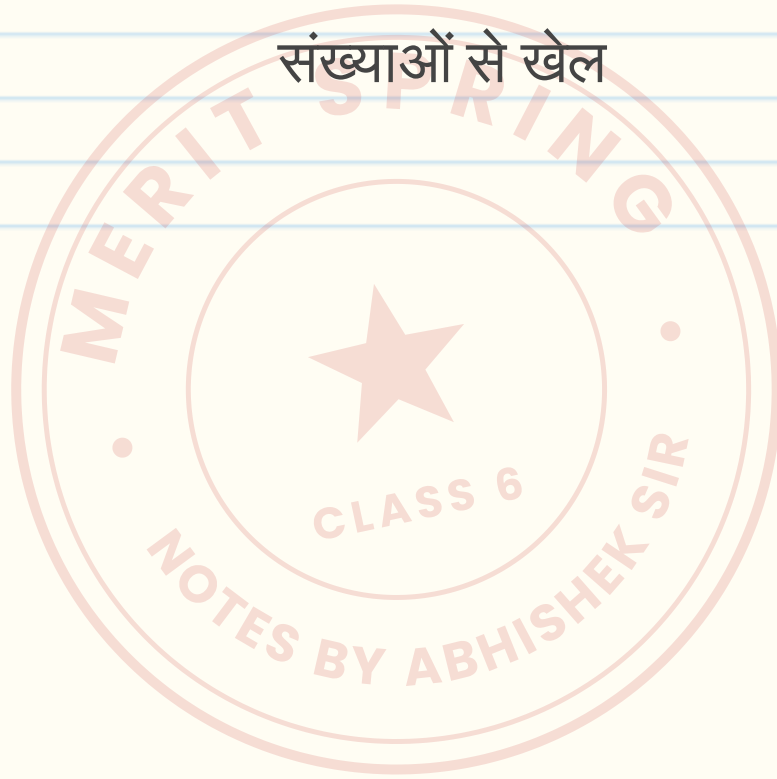
Ans. 100, 50, 25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1 – it reaches 1.

Q.63 Start with 0, add 1-3, first to reach 22 wins. Strategy?

Ans. Winning numbers are 2, 6, 10, 14, 18, 22 (differ by 4). The first player should say 2 and then always bring the total to the next number 4 more; so the first player wins.

HINDI VERSION

संख्याओं से खेल



अध्याय समीक्षा

- संख्याएँ सिर्फ गिनने के लिए नहीं हैं - वे हमें बातें बताती हैं, पहेलियाँ बनाती हैं, सुंदर पैटर्न बनाती हैं, अनुमान लगाने में मदद करती हैं और खेल जीतने में भी! इस अध्याय में हम संख्याओं से खेलते हैं: तालिकाओं में सुपरसेल ढूँढना, संख्या रेखा पर संख्याएँ रखना, अंक गिनना, अंकों का योग निकालना, पैलिंड्रोम बनाना, कापरेकर की जादुई संख्या 6174 से मिलना, मानसिक गणित करना, और कॉल्टज़ की प्रसिद्ध अनसुलझी पहेली जानना।
- इनमें से कई विचार खेल जैसे लगते हैं, पर हर एक के पीछे साफ़ कारण हैं। जैसे '21' के खेल में जो खिलाड़ी पैटर्न (1, 5, 9, 13, 17, 21) जानता है वही हमेशा जीतता है। संख्याओं के साथ कदम-दर-कदम सोचना और तय तरीका अपनाना 'कम्प्यूटेशनल थिंकिंग' कहलाता है।
- संख्याओं के कुछ सवाल पूछने में बहुत आसान पर हल करने में बहुत कठिन होते हैं - कॉल्टज़ अनुमान अब भी अनसुलझा है। इसलिए खोजते रहो, कई उदाहरण आजमाओ और जो मिले उसका कारण जरूर बताओ।

विस्तृत नोट्स

1. संख्याएँ हमें बताती हैं (3.1)

- बच्चे एक पंक्ति में खड़े हैं और हर बच्चा अपने बगल में खड़े लंबे (ज्यादा ऊँचाई वाले) पड़ोसियों की संख्या बोलता है: कोई पड़ोसी लंबा नहीं तो '0', एक पड़ोसी लंबा तो '1', दोनों लंबे तो '2'।
- कोने के बच्चे के सिर्फ एक पड़ोसी होता है, इसलिए वह कभी '2' नहीं बोल सकता। सब बच्चे बराबर लंबाई के हों तो सब '0' बोलेंगे। बगल-बगल के दो बच्चे एक ही संख्या बोल सकते हैं।
- 5 अलग-अलग ऊँचाई के बच्चे: छोटे से लंबे के क्रम में खड़े हों तो 1, 1, 1, 1, 0 मिलता है। 1, 1, 1, 1, 1 असंभव है (सबसे लंबा कोने पर 1 नहीं बोल सकता)। 0, 1, 2, 1, 0 संभव है। ज्यादा से ज्यादा 2 बच्चे '2' बोल सकते हैं।

2. सुपरसेल (3.2)

- संख्याओं की पंक्ति में कोई खाना (cell) सुपरसेल है अगर उसकी संख्या उसके सब पास वाले खानों से बड़ी है। गिड में पड़ोसी बाएँ, दाएँ, ऊपर और नीचे के खाने हैं।
- तालिका की सबसे बड़ी संख्या हमेशा सुपरसेल होती है; सबसे छोटी कभी नहीं। बिना दोहराव वाली तालिका में कम से कम एक सुपरसेल जरूर होता है।

- ज्यादा से ज्यादा सुपरसेल के लिए एक-एक छोड़कर हर खाना सुपरसेल बनाओ। n खानों में: n सम हो तो $n \div 2$; n विषम हो तो $(n + 1) \div 2$ सुपरसेल।

3. संख्या रेखा पर पैटर्न (3.3)

- संख्या रखने के लिए उसके हजार, सौ और दहाई देखो। जैसे 2180, 2000 के थोड़ा आगे हैं; 2754, 2000 और 3000 के बीच 3000 के पास हैं; 9950, 10,000 के बहुत पास हैं; 1050, 1000 के ठीक बाद हैं।
- संख्या रेखा पढ़ने के लिए पहले दो निशानों के बीच का अंतर निकालो (जैसे 2010 और 2020 के बीच 5 कदम हों तो हर कदम 2), फिर बाकी को लिखो।

4. अंकों से खेल (3.4)

- अंकों के हिसाब से संख्याएँ: 1-अंक = 9, 2-अंक = 90, 3-अंक = 900, 4-अंक = 9,000, 5-अंक = 90,000।
- अंकों का योग (digit sum) = संख्या के सब अंक जोड़ना। $68 \rightarrow 6 + 8 = 14$; $176 \rightarrow 1 + 7 + 6 = 14$; $545 \rightarrow 5 + 4 + 5 = 14$ - अलग संख्याओं का अंक-योग एक हो सकता है।
- क्रमागत अंकों वाली 3-अंकीय संख्याओं (123, 234, 345 ...) के अंक-योग: 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 - सब 3 के गुणज हैं, पर 789 के बाद पैटर्न रुक जाता है।
- डिजिट डिटेक्टिव: अंक 7, 1-100 में 20 बार और 1-1000 में 300 बार आता है।

5. मजेदार पैलिंड्रोम पैटर्न (3.5)

- पैलिंड्रोम (palindrome) बाएँ से और दाएँ से एक जैसा पढ़ा जाता है: 66, 848, 575, 1111। अंक 1, 2, 3 से बनी 3-अंकीय पैलिंड्रोम: 111, 121, 131, 212, 222, 232, 313, 323, 333।
- उलटो-और-जोड़ो: 2-अंकीय संख्या लो, उसमें उसकी उलटी संख्या जोड़ो, पैलिंड्रोम मिलने तक दोहराओ। उदाहरण: $12 + 21 = 33 \checkmark$ । $47 + 74 = 121 \checkmark$ । 2-अंकीय संख्याओं में हमेशा पैलिंड्रोम मिलता है; 3-अंकीय के लिए कोई नहीं जानता - माना जाता है कि 196 से शुरू करने पर कभी नहीं मिलेगा।
- पहेली: 5-अंकीय विषम पैलिंड्रोम, दहाई का अंक इकाई से दुगुना, सैकड़ों का अंक दहाई से दुगुना $\rightarrow 12421$ (बारह हजार चार सौ इक्कीस)।

6. कापरेकर की जादुई संख्या (3.6)

- डी.आर. कापरेकर देवलाली (महाराष्ट्र) के स्कूल में गणित के शिक्षक थे। 1949 में उन्होंने 4-अंकीय संख्याओं में जादुई पैटर्न खोजा।
- कदम: कोई 4-अंकीय संख्या लो (सब अंक एक जैसे नहीं) $\rightarrow A =$ उसके अंकों से बनी सबसे बड़ी संख्या $\rightarrow B =$ सबसे छोटी संख्या $\rightarrow C = A - B \rightarrow C$ के साथ फिर दोहराओ।
- उदाहरण 6382: $8632 - 2368 = 6264$; $6642 - 2466 = 4176$; $7641 - 1467 = 6174$ फिर $7641 - 1467 = 6174$ बार-बार! इसलिए 6174 को कापरेकर स्थिरांक कहते हैं।
- 3-अंकीय संख्याओं के लिए दोहराने वाली संख्या 495 है। उदाहरण: $321 \rightarrow 321 - 123 = 198 \rightarrow 981 - 189 = 792 \rightarrow 972 - 279 = 693 \rightarrow 963 - 369 = 594 \rightarrow 954 - 459 = 495$

7. घड़ी और कैलेंडर की संख्याएँ (3.7)

- घड़ी के पैलिंग्रोम: 4:44, 2:22, 3:33, 10:10 (दोहराव), 11:11, 12:21, 10:01, 1:01, 5:50 ... 12-घंटे की घड़ी में कुल 57 पैलिंग्रोम समय हैं (9 घंटे $\times$ 6 + 10:01, 11:11, 12:21)।
- तारीखें: 20/12/2012 में अंक 2, 0, 1, 2 दोहराते हैं। ऐसी और तारीखें: 20/04/2004, 20/06/2006। पैलिंग्रोम तारीखें (दोनों ओर से एक जैसी): 11/02/2011, 02/02/2020, 12/02/2021।
- कैलेंडर कुछ सालों बाद दोहराते हैं, यह लीप वर्ष पर निर्भर है। जैसे 2021 और 2027 का कैलेंडर बिल्कुल एक जैसा है।

8. मानसिक गणित (3.8)

- बीच के स्तंभ की संख्याओं को जितनी बार चाहो जोड़कर किनारे की संख्याएँ बनाओ।
उदाहरण: $38,800 = 25,000 + 400 \times 2 + 13,000$; $3,400 = 1,500 + 1,500 + 400$
- 1,000 नहीं बन सकता क्योंकि बीच की 1,000 से छोटी संख्या सिर्फ 400 है और 1,000, 400 का गुणज नहीं। $14,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 5$; $15,000 = 13,000 + 400 \times 5$; $16,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 10$ सिर्फ 1,000 नहीं बन सकता।
- जोड़-घटाव: दोनों क्रियाएँ करो। उदाहरण: $39,800 = 40,000 - 800 + 300 + 300$
- अंक और संक्रियाएँ: 5-अंक + 5-अंक से 5-अंकीय या 6-अंकीय संख्या मिल सकती है; 5-अंक - 5-अंक से 5, 4, 3 ... अंकीय संख्या। 5-अंकीय का सबसे बड़ा अंतर 99,999 -

$$10,000 = 89,999$$

9. संख्या पैटर्न, कॉलटज़ और अनुमान (3.9 - 3.11)

- संख्या पैटर्न: एक-एक करके मत जोड़ो - बराबर संख्याओं के समूह बनाकर गुणा करो।
उदाहरण: आकृति (a) में 12 चालीस और 10 पचास: $12 \times 40 + 10 \times 50 = 480 + 500 = 980$
- कॉलटज़ नियम: कोई भी संख्या लो। सम हो तो आधी करो। विषम हो तो 3 से गुणा करके 1 जोड़ो। दोहराओ। उदाहरण 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1। कॉलटज़ (1937) ने अनुमान लगाया कि हमेशा 1 मिलेगा - अब तक कोई सिद्ध नहीं कर पाया! यह प्रसिद्ध अनसुलझी समस्या है।
- अनुमान: जब सही गिनती की ज़रूरत न हो तो मोटा-मोटा अंदाज़ा काफी है। जैसे कक्षा में $32 + 29 + 35$ विद्यार्थी ≈ 100 ; कक्षा 6-10 की 5 कक्षाएँ ≈ 500 विद्यार्थी

10. खेल और जीतने की रणनीति (3.12)

- खेल 21: खिलाड़ी 1, 2 या 3 जोड़ते हैं और जो 21 बोले वह जीतता है। जीतने वाली संख्याएँ: 1, 5, 9, 13, 17, 21 (अंतर $4 = 1 + 3$)। पहला खिलाड़ी पहले 1 बोलकर फिर हमेशा अगली जीतने वाली संख्या तक पहुँचाकर जीतता है।
- खेल 99 (1 से 10 जोड़ो): जीतने वाली संख्याएँ 11, 22, 33, ..., 99 (अंतर $11 = 1 + 10$)। दूसरा खिलाड़ी जीतता है: पहला खिलाड़ी जो भी संख्या (1-10) बोले, दूसरा जोड़कर 11 बना देता है, और आगे भी।
- नियम: अगर हर बार 1 से k तक जोड़ सकते हैं तो जीतने वाली संख्याओं के बीच अंतर $(k + 1)$ होता है।

महत्वपूर्ण सूत्र / मान

- अंकों वाली संख्याएँ: 9, 90, 900, 9,000, 90,000 (1 से 5 अंक)
- कापरेकर: 4-अंक $\rightarrow 6174$; 3-अंक $\rightarrow 495$ ($C = A - B$)
- कॉलटज़: सम $\rightarrow n \div 2$; विषम $\rightarrow 3n + 1$
- अधिकतम सुपरसेल: n सम $\rightarrow n/2$; n विषम $\rightarrow (n + 1)/2$

मुख्य शब्दावली

सुपरसेल - वह खाना जिसकी संख्या अपने सब पड़ोसियों से बड़ी हो।

पड़ोसी - बाएँ, दाएँ, ऊपर, नीचे के पास वाले खाने।

अंक-योग - संख्या के सब अंकों का योग।

पैलिंड्रोम - दोनों ओर से एक जैसी पढ़ी जाने वाली संख्या।

उलटो-और-जोड़ो - संख्या में उसकी उलटी जोड़ो, पैलिंड्रोम तक दोहराओ।

कापरेकर स्थिरांक - 6174 - कापरेकर कदमों से मिलने वाली संख्या।

कॉल्टज अनुमान - हर शुरुआती संख्या 1 तक पहुँचती है - अनसुलझा।

अनुमान (Estimation) - संख्या का मोटा पर समझदारी भरा अंदाज़ा।

कम्प्यूटेशनल थिंकिंग - कदम-दर-कदम तरीके से समस्या हल करना।

जीतने की रणनीति - खेल में हमेशा जिताने वाली योजना।

संख्या रेखा - वह रेखा जिस पर संख्याएँ क्रम से रखी जाती हैं।

लीप वर्ष - 366 दिन वाला साल (फ़रवरी में 29 दिन)।

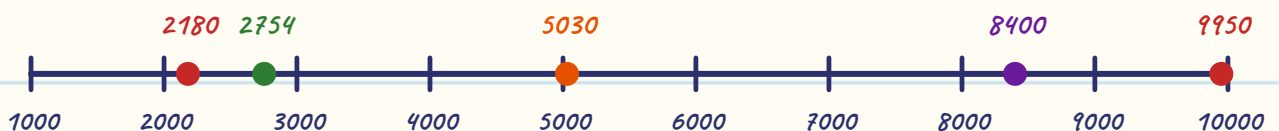
आरेख / फ्लोचार्ट

सुपरसेल



हरा = सुपरसेल (अपने सब पड़ोसियों से बड़ा)

संख्या रेखा पर संख्याएँ



संख्या रेखा: 1000 से 10,000 (हर बड़ा कदम = 1000)

कापरेकर के कदम

कोई 4-अंकीय संख्या लो



$A =$ सबसे बड़ी, $B =$ सबसे छोटी (उन्हीं अंकों से)



$$C = A - B$$



C से दोहराओ ... 6174 मिलेगा

कॉलट्ज नियम

कोई भी संख्या लो



सम? → आधी करो



विषम? → $3 \times$ संख्या + 1



1 मिलने तक दोहराओ

n अंकों वाली कितनी संख्याएँ?

अंक	1	2	3	4	5
संख्याएँ	9	90	900	9,000	90,000

कापरेकर: 6382 → 6174

चरण	A	B	$C = A - B$
1	8632	2368	6264
2	6642	2466	4176
3	7641	1467	6174

पाठ्यपुस्तक अभ्यास प्रश्न

प्र.1 (Math Talk) ऐसी पाँच स्थितियाँ लिखो जहाँ संख्याएँ काम आती हैं।

उत्तर- समय, कैलेंडर (तारीखें), चीज़ें और अंक गिनना, ऊँचाई-वज़न नापना, और पैसे। और भी बहुत हैं - दोस्तों से बाँटो।

प्र.2 (3.1) बच्चों की बोली संख्याओं का क्या मतलब है?

उत्तर- हर बच्चा अपने बगल में खड़े लंबे बच्चों की संख्या बोलता है: कोई पड़ोसी लंबा नहीं तो 0, सिर्फ़ एक लंबा तो 1, दोनों लंबे तो 2।

प्र.3 (3.1, प्र.1) क्या बच्चे ऐसे खड़े हो सकते हैं कि दोनों कोनों के बच्चे '2' बोलें?

उत्तर- नहीं। कोने के बच्चे का सिर्फ़ एक पड़ोसी होता है, इसलिए दोनों पड़ोसी लंबे नहीं हो सकते।

प्र.4 क्या सब बच्चे सिर्फ़ 0 बोल सकते हैं?

उत्तर- हाँ, अगर सब बच्चे बराबर लंबाई के हों (किसी का भी पड़ोसी लंबा नहीं)।

प्र.5 क्या बगल-बगल के दो बच्चे एक ही संख्या बोल सकते हैं?

उत्तर- हाँ। जैसे पंक्ति के बीच के दो बच्चों का एक-एक पड़ोसी लंबा हो सकता है (किताब का चित्र देखो)।

प्र.6 5 अलग-अलग ऊँचाई के बच्चे: क्या चार '1' और आखिरी '0' बोल सकते हैं? क्यों?

उत्तर- हाँ। अगर वे छोटे से लंबे के क्रम में खड़े हों तो चार छोटे बच्चों का एक-एक पड़ोसी (अगला) लंबा होगा और सबसे लंबा 0 बोलेगा।

प्र.7 क्या 5 बच्चों के लिए क्रम 1, 1, 1, 1, 1 संभव है?

उत्तर- नहीं। सबसे लंबे बच्चे का कोई पड़ोसी लंबा नहीं होता, इसलिए वह 1 नहीं, 0 बोलेगा।

प्र.8 क्या क्रम 0, 1, 2, 1, 0 संभव है?

उत्तर- हाँ, संभव है। दो सबसे लंबे कोनों पर, सबसे छोटा बीच में: जैसे ऊँचाइयाँ 4, 3, 1, 2, 5 से 0, 1, 2, 1, 0 मिलता है।

प्र.9 5 बच्चों को कैसे खड़ा करें कि ज्यादा से ज्यादा बच्चे '2' बोलें?

उत्तर- अधिकतम 2 बच्चे ही '2' बोल सकते हैं। उदाहरण: लंबा, छोटा, लंबा, छोटा, लंबा - इससे 0, 2, 0, 2, 0 मिलता है।

प्र.10 (3.2, प्र.1) तालिका 6828, 670, 9435, 3780, 3708, 7308, 8000, 5583, 52 में सुपरसेल रंगो।

उत्तर- सुपरसेल हैं 6828 (670 से बड़ा), 9435 (670 और 3780 से बड़ा) और 8000 (7308 और 5583 से बड़ा)। इन तीनों पर निशान लगाओ।

प्र.11 4-अंकीय संख्याओं से तालिका ऐसे भरो कि सुपरसेल ठीक रंगे हुए खाने हों।

उत्तर- नियम: रंगे खाने में दोनों पड़ोसियों से बड़ी संख्या रखो, और हर सफेद खाने के कम से कम एक पड़ोसी की संख्या उससे बड़ी रखो। अपनी संख्याएँ रखकर हर खाने की पड़ोसियों से तुलना करके जाँचो।

प्र.12 9 खानों की तालिका ऐसे भरो कि ज्यादा से ज्यादा सुपरसेल हों (100 से 1000 के बीच, बिना दोहराव)।

उत्तर- एक-एक छोड़कर हर खाना सुपरसेल बनाओ। एक तरीका: 110, 100, 150, 130, 280, 200, 230, 210, 270 - सुपरसेल 110, 150, 280, 230, 270 हैं।

प्र.13 इन 9 संख्याओं में कितने सुपरसेल हैं?

उत्तर- 5 सुपरसेल (खाने 1, 3, 5, 7, 9)।

प्र.14 अलग-अलग खानों की संख्या के लिए कितने सुपरसेल संभव हैं? तरीका क्या है?

उत्तर- सम खाने (2, 4, 6 ...): 1, 2, 3 ... सुपरसेल $(n \div 2)$ । विषम खाने (1, 3, 5, 7 ...): 1, 2, 3, 4 ... $((n + 1) \div 2)$ ।

तरीका: पहला खाना सुपरसेल बनाओ, फिर बारी-बारी से भरो - बड़ा, छोटा, बड़ा, छोटा ...

प्र.15 क्या बिना दोहराव के तालिका भरकर एक भी सुपरसेल न हो ऐसा हो सकता है?

उत्तर- नहीं। सबसे बड़ी संख्या वाला खाना जहाँ भी हो, हमेशा सुपरसेल होगा।

प्र.16 क्या सबसे बड़ी संख्या वाला खाना हमेशा सुपरसेल होगा? क्या सबसे छोटी वाला हो सकता है?

उत्तर- हाँ, सबसे बड़ी संख्या हमेशा सुपरसेल है। नहीं, सबसे छोटी कभी नहीं, क्योंकि उसके सब पड़ोसी उससे बड़े होते हैं।

प्र.17 तालिका ऐसे भरो कि दूसरी सबसे बड़ी संख्या सुपरसेल न हो।

उत्तर- दूसरी सबसे बड़ी को सबसे बड़ी के पास रखो: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8 - यहाँ 8, 9 के पास है इसलिए सुपरसेल नहीं।

प्र.18 दूसरी सबसे बड़ी सुपरसेल न हो पर दूसरी सबसे छोटी सुपरसेल हो - क्या संभव है?

उत्तर- हाँ। उदाहरण: 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8 - यहाँ 2 अपने पड़ोसी 1 से बड़ा है (सुपरसेल) और 8, 9 के पास है (सुपरसेल नहीं)।

प्र.19 इस पहेली के अपने रूप बनाओ।

उत्तर- उदाहरण: क्या 9 खानों में 5 से ज्यादा सुपरसेल हो सकते हैं? (नहीं।) क्या 9 खानों में ठीक 4 सुपरसेल हो सकते हैं? (हाँ।)

प्र.20 (3.2, तालिका 2) अंक 1, 0, 6, 3, 9 से 5-अंकीय संख्याएँ बनाकर तालिका 2 पूरी करो। सबसे बड़ी संख्या, सबसे छोटी सम और 50,000 से बड़ी सबसे छोटी संख्या बताओ।

उत्तर- एक भराव (NCERT से): 96,310 | 96,301 | 36,109 | 39,160 // 96,103 | 13,609 | 60,319 | 19,306 // 13,906 | 10,396 | 60,193 | 60,931 // 10,369 | 10,963 | 10,936 | 69,031।

तालिका की सबसे बड़ी संख्या = 96,310। सबसे छोटी सम = 10,396। 50,000 से बड़ी सबसे छोटी = 60,193।

प्र.21 (3.3) 2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050, 3050, 5030, 5300, 8400 को 1000-10,000 की संख्या रेखा पर रखो।

उत्तर- क्रम में: 1050, 1500, 2180, 2754, 3050, 3600, 5030, 5300, 8400, 9590, 9950। हर संख्या के पहले हजार, फिर सैकड़े देखकर निशान लगाओ (जैसे 2754, 2000 और 3000 के बीच 3000 के पास)।

प्र.22 (Figure it Out) संख्या रेखाओं (a)-(d) पर निशान वाली संख्याएँ पहचानो और बाकी लिखो।

उत्तर- (a) 5-5 के कदम: 1990, 1995, 2000, 2005, 2010, 2015, 2020, 2025, 2030, 2035।

(b) 1-1 के कदम: 9993, 9994, 9995, 9996, 9997, 9998, 9999, 10,000, 10,001, 10,002।

(c) 1-1 के कदम: 15,077, 15,078, 15,079 ... 15,086।

(d) 1000-1000 के कदम: 83,705, 84,705, 85,705, 86,705, 87,705, 88,705, 89,705, 90,705, 91,705, 92,705।

हर रेखा पर पहली (सबसे छोटी) संख्या पर गोला और आखिरी (सबसे बड़ी) पर डिब्बा बनाओ।

प्र.23 (3.4) 2, 3, 4 और 5 अंकों वाली कितनी संख्याएँ हैं?

उत्तर- 1-अंक: 9; 2-अंक: 90; 3-अंक: 900; 4-अंक: 9,000; 5-अंक: 90,000।

प्र.24 (अंक-योग 14, प्र.1a) और संख्याएँ लिखो जिनके अंकों का योग 14 हो।

उत्तर- जैसे 248, 653, 356, 815, 833, 12,335, 23,351।

प्र.25 (प्र.1b) वह सबसे छोटी संख्या जिसका अंक-योग 14 हो?

उत्तर- 59 ($5 + 9 = 14$)।

प्र.26 (प्र.1c) अंक-योग 14 वाली सबसे बड़ी 5-अंकीय संख्या?

उत्तर- 95,000 ($9 + 5 + 0 + 0 + 0 = 14$)।

प्र.27 (प्र.1d) अंक-योग 14 वाली कितनी बड़ी संख्या बना सकते हो? क्या इससे भी बड़ी बन सकती है?

उत्तर- 95, 905, 9005, 90,005 ... शून्य बढ़ाते जाओ: 9,00,00,00,005 और आगे भी। इसलिए सबसे बड़ी संख्या नहीं है - हमेशा और बड़ी बन सकती है।

प्र.28 40 से 70 तक सब संख्याओं के अंक-योग निकालो। अपने अवलोकन बताओ।

उत्तर- 40 → 4, 41 → 5 ... 49 → 13; 50 → 5 ... 59 → 14; 60 → 6 ... 69 → 15; 70 → 7।

अवलोकन: एक दहाई-समूह में अंक-योग हर बार 1 बढ़ता है; अगला समूह 1 ऊँचे से शुरू होता है (4, 5, 6, 7)।

प्र.29 क्रमागत अंकों वाली 3-अंकीय संख्याओं के अंक-योग निकालो। पैटर्न? क्या चलता रहेगा?

उत्तर- 123 → 6, 234 → 9, 345 → 12, 456 → 15, 567 → 18, 678 → 21, 789 → 24।
पैटर्न: योग हर बार 3 बढ़ता है (सब 3 के गुणज)। 789 के बाद नहीं चल सकता क्योंकि अंक 9 से आगे नहीं जा सकते।

प्र.30 (डिजिट डिटेक्टिव) 1-100 में अंक 7 कितनी बार आता है? 1-1000 में?

उत्तर- 1-100 में: 20 बार (10 बार इकाई में और 10 बार दहाई में)। 1-1000 में: 300 बार।

प्र.31 (3.5) अंक 1, 2, 3 से सब 3-अंकीय पैलिंड्रोम लिखो।

उत्तर- 111, 121, 131, 212, 222, 232, 313, 323, 333।

प्र.32 (Explore) क्या 2-अंकीय संख्या से उलटो-और-जोड़ो करने पर हमेशा पैलिंड्रोम मिलता है?

उत्तर- हाँ, 2-अंकीय संख्याओं में मिलता है। उदाहरण: $12 + 21 = 33$; $47 + 74 = 121$ (3-अंकीय संख्याओं, जैसे 196, के लिए कोई नहीं जानता।)

प्र.33 (पहेली) मैं 5-अंकीय पैलिंड्रोम, विषम; दहाई मेरी इकाई से दुगुनी, सैकड़ा दहाई से दुगुना। मैं कौन?

उत्तर- इकाई = 1 (विषम और पैलिंड्रोम होने से दस हजार का अंक भी 1), दहाई = 2, सैकड़ा = 4। संख्या है 12421 - बारह हजार चार सौ इक्कीस।

प्र.34 (3.6) 3-अंकीय संख्या से कापरेकर कदम करो। कौन-सी संख्या दोहराती है?

उत्तर- 321 लो: $321 - 123 = 198$; $981 - 189 = 792$; $972 - 279 = 693$; $963 - 369 = 594$; $954 - 459 = 495$; फिर $954 - 459 = 495$ संख्या 495 दोहराने लगती है।

प्र.35 (3.7) 12-घंटे की घड़ी के सब पैलेंड्रोम समय खोजो।

उत्तर- उदाहरण: 4:44, 2:22, 3:33, 11:11, 10:01, 12:21, 5:50, 1:01। गिनती: 1 से 9 घंटों के लिए मिनट 0h, 1h, 2h, 3h, 4h, 5h हो सकते हैं (जैसे 7:07, 7:17 ... 7:57), यानी $9 \times 6 = 54$, और 10:01, 11:11, 12:21 मिलाकर 57 समय।

प्र.36 (3.7) 20/12/2012 जैसी और 11/02/2011 जैसी (पैलेंड्रोम) तारीखें खोजो।

उत्तर- 20/12/2012 जैसी: 20/04/2004, 20/06/2006।
पैलेंड्रोम: 11/02/2011, 02/02/2020, 12/02/2021 (स्लैश हटाकर दोनों ओर से एक जैसी)। और खोजो!

प्र.37 (3.7) क्या किसी साल का कैलेंडर कुछ सालों बाद दोहराता है?

उत्तर- हाँ। लीप वर्षों के हिसाब से कैलेंडर कुछ सालों बाद दोहराता है। जैसे 2021 और 2027 का कैलेंडर एक जैसा है।

प्र.38 (Figure it Out प्र.1) अंक 4, 7, 3, 2 से अंतर 5085 और योग 9779 मिला। 4 अंक चुनकर बनाओ: (a) अंतर 5085 से ज्यादा, (b) कम, (c) योग 9779 से ज्यादा, (d) कम।

उत्तर- कुछ संभावनाएँ: (a) अंक 7, 4, 3, 1: $7431 - 1347 = 6084$ । (b) अंक 7, 4, 3, 3: $7433 - 3347 = 4086$ । (c) $7433 + 3347 = 10,780$ । (d) $7431 + 1347 = 8778$ ।

प्र.39 सबसे छोटी और सबसे बड़ी 5-अंकीय पैलेंड्रोम का योग और अंतर?

उत्तर- सबसे छोटी = 10,001, सबसे बड़ी = 99,999। योग = 1,10,000। अंतर = 89,998।

प्र.40 अभी 10:01 है। अगला पैलेंड्रोम समय कितने मिनट बाद? उसके बाद वाला?

उत्तर- अगला पैलेंड्रोम समय 11:11 है, 70 मिनट (1 घंटा 10 मिनट) बाद। उसके बाद 12:21 है - 70 मिनट और बाद, यानी 10:01 से 140 मिनट बाद।

प्र.41 5683 को कापरेकर स्थिरांक तक पहुँचने में कितने चरण लगते हैं?

उत्तर- $5683 \rightarrow 8653 - 3568 = 5085$ (1) $\rightarrow 8550 - 5058 = 3492$ (2) $\rightarrow 9432 - 2349 = 7083$ (3) $\rightarrow 8730 - 3078 = 5652$ (4) $\rightarrow 6552 - 2556 = 3996$ (5) $\rightarrow 9963 - 3699 = 6264$ (6) $\rightarrow 6642 - 2466 = 4176$ (7) $\rightarrow 7641 - 1467 = 6174$ (8)।

इसलिए 8 चरण लगते हैं (NCERT उत्तर के अनुसार)।

प्र.42 (3.8) क्या बीच की संख्याओं से 1,000 बन सकता है? 14,000, 15,000, 16,000? कौन-से हज़ार नहीं बन सकते?

उत्तर- 1,000 नहीं। बीच की 1,000 से छोटी संख्या सिर्फ़ 400 हैं और 1,000, 400 का गुणज नहीं।
 $14,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 5$; $15,000 = 13,000 + 400 \times 5$; $16,000 = 1,500 \times 8 + 400 \times 10$ । सिर्फ़ 1,000 नहीं बन सकता।

प्र.43 (जोड़-घटाव) 40,000, 7,000, 300, 1,500, 12,000, 800 से 45,000, 5,900, 17,500, 21,400 बनाओ।

उत्तर- एक-एक तरीका: $45,000 = 40,000 + 12,000 - 7,000$ ।
 $5,900 = 7,000 - 800 - 300$ ।
 $17,500 = 12,000 + 7,000 - 1,500$ ।
 $21,400 = 12,000 + 12,000 - 1,500 - 800 - 300$ ।

प्र.44 (अंक और संक्रियाएँ, प्र.1) उदाहरण दो: 5-अंक + 5-अंक > 90,250 ...

उत्तर- 5-अंक + 5-अंक > 90,250: $45,000 + 45,400 = 90,400$ ।
 5-अंक + 3-अंक = 6-अंक: $99,999 + 999 = 1,00,998$ ।
 4-अंक + 4-अंक = 6-अंक: संभव नहीं ($9999 + 9999 = 19,998$)।
 5-अंक + 5-अंक = 6-अंक: $60,000 + 40,000 = 1,00,000$ ।
 5-अंक + 5-अंक = 18,500: संभव नहीं (सबसे छोटा योग $10,000 + 10,000 = 20,000$)।
 5-अंक - 5-अंक < 56,503: $80,000 - 50,000 = 30,000$ ।
 5-अंक - 3-अंक = 4-अंक: $10,000 - 999 = 9,001$ ।
 5-अंक - 4-अंक = 4-अंक: $12,000 - 2,500 = 9,500$ ।

$$5\text{-अंक} - 5\text{-अंक} = 3\text{-अंक: } 50,999 - 50,000 = 999।$$

$$5\text{-अंक} - 5\text{-अंक} = 91,500: \text{ संभव नहीं (सबसे बड़ा अंतर } 99,999 - 10,000 = 89,999)।$$

प्र.45 हमेशा, कभी-कभी या कभी नहीं सच?

उत्तर- (a) $5\text{-अंक} + 5\text{-अंक} = 5\text{-अंक: कभी-कभी सच } (20,000 + 80,000 = 1,00,000 \text{ 6-अंकीय है})।$

(b) $4\text{-अंक} + 2\text{-अंक} = 4\text{-अंक: कभी-कभी सच } (9,999 + 99 = 10,098 \text{ 5-अंकीय है})।$

(c) $4\text{-अंक} + 2\text{-अंक} = 6\text{-अंक: कभी नहीं (सबसे बड़ा } 10,098)।$

(d) $5\text{-अंक} - 5\text{-अंक} = 5\text{-अंक: कभी-कभी सच } (12,000 - 10,000 = 2,000 \text{ 4-अंकीय है})।$

(e) $5\text{-अंक} - 2\text{-अंक} = 3\text{-अंक: कभी नहीं } (10,000 - 99 = 9,901 \text{ 4-अंकीय है})।$

प्र.46 (3.9) आकृति (a) और (c) की संख्याओं का योग निकालो।

उत्तर- एक-एक जोड़ने के बजाय बराबर संख्याओं के समूह बनाओ। (a) 12 चालीस और 10 पचास: $12 \times 40 + 10 \times 50 = 480 + 500 = 980।$ (c) 32 के 32 खाने और 64 के 16 खाने: $32 \times 32 + 16 \times 64 = 1024 + 1024 = 2048।$

प्र.47 (3.10) कुछ और कॉलटज़ अनुक्रम बनाओ। क्या हमेशा 1 मिलता है?

उत्तर- 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 11

19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 11

हाँ, जितनी बार आज़माया हर बार 1 मिला। पर सब संख्याओं के लिए अभी तक किसी ने सिद्ध नहीं किया, इसलिए यह अब भी अनुमान है।

प्र.48 (3.11) अपने आस-पास की ऐसी चीज़ें बताओ जो (a) कुछ हजार हों (b) दस हजार से ज्यादा हों।

उत्तर- कुछ हजार: गाड़ियों के नंबर, 4-अंकीय पिन। दस हजार से ज्यादा: मोबाइल नंबर, वेतन (रुपयों में)।

प्र.49 (अनुमान लगाओ, प्र.3) रेशन 5 लोगों के फ्रूट कस्टर्ड के दूध और 3 फलों का खर्च ₹100 अनुमान लगाता है। क्या तुम सहमत हो?

उत्तर- थोड़ी मात्रा और सस्ते फलों (हर फल का 1 नग) से संभव है। महँगे फल और ज्यादा मात्रा में खर्च ज्यादा होगा। इसलिए यह निर्भर करता है।

प्र.50 गांधीनगर (गुजरात) से कोहिमा (नागालैंड) की दूरी का अनुमान लगाओ।

उत्तर- लगभग 2,500 किमी (भारत के नक्शे से मोटा अनुमान)।

प्र.51 शीतल कहती है कि उसने अब तक स्कूल में लगभग 13,000 घंटे बिताए हैं। क्या सहमत हो?

उत्तर- नहीं। रोज लगभग 6 घंटे × साल में 200 दिन = 1,200 घंटे प्रति वर्ष। 8 साल (नर्सरी से कक्षा 6) में सिर्फ लगभग 9,600 घंटे होते हैं, इसलिए 13,000 घंटे बहुत ज्यादा हैं।

प्र.52 कुछ अनुमान वाले सवाल बनाओ।

उत्तर- जैसे: तुम्हारे स्कूल में कितने विद्यार्थी हैं? एक व्यक्ति अपने जीवन में औसतन कितने घंटे सोता है?

प्र.53 (3.12) '21' के खेल में कौन-सा खिलाड़ी हमेशा जीतता है? पैटर्न क्या है?

उत्तर- पहला खिलाड़ी जीतता है: पहले 1, फिर 5, 9, 13, 17, 21 बोलकर - हमेशा ऐसी संख्या तक पहुँचाओ जो 4 के गुणज से 1 ज्यादा हो।

प्र.54 (खेल 2) 1 से 10 जोड़कर 99 तक पहुँचना है। कौन जीतता है?

उत्तर- दूसरा खिलाड़ी जीतता है। जीतने वाली संख्याएँ 11, 22, 33, ... , 99 (11 के गुणज) हैं। पहला खिलाड़ी जो भी बोले, दूसरा जोड़कर 11 बना देता है, फिर 22 ...

प्र.55 (Figure it Out प्र.1) इस गिड में सिर्फ एक सुपरसेल है। किसी संख्या के दो अंक बदलने पर 4 सुपरसेल हो जाएँगे। कौन-से अंक बदलें?

उत्तर- 62,871 में अंक 6 और 1 की अदला-बदली करो तो 12,876 बनेगा। तब सुपरसेल 39,344, 23,609, 45,306 और 50,319 होंगे - ठीक 4।

प्र.56 तुम्हारे जन्म वर्ष को कापरेकर स्थिरांक तक पहुँचने में कितने चरण लगते हैं?

उत्तर- उदाहरण वर्ष 1980: $9810 - 1089 = 8721$; $8721 - 1278 = 7443$; $7443 - 3447 = 3996$; $9963 - 3699 = 6264$; $6642 - 2466 = 4176$; $7641 - 1467 = 6174$ । 6

चरण लगे। अब अपने जन्म वर्ष से करके देखो।

प्र.57 35,000 और 75,000 के बीच सब अंक विषम वाली 5-अंकीय संख्याएँ: सबसे बड़ी, सबसे छोटी, 50,000 के सबसे पास?

उत्तर- सबसे बड़ी = 73,999 (अलग-अलग अंकों के साथ 73,951)। सबसे छोटी = 35,111 (अलग अंकों के साथ 35,179)। 50,000 के सबसे पास = 51,111 (अलग अंकों के साथ 51,379)।

प्र.58 (प्र.4-5) साल की छुट्टियों की संख्या और मग, बाल्टी, ओवरहेड टंकी में लीटर का अनुमान लगाओ।

उत्तर- ये अनुमान के सवाल हैं, इसलिए उत्तर अलग हो सकते हैं। उदाहरण: छुट्टियाँ $\approx$ 52 रविवार + लगभग 20 और दिन $\approx$ 70-100। मग $\approx$ $\frac{1}{4}$ लीटर, बाल्टी $\approx$ 15-20 लीटर, ओवरहेड टंकी $\approx$ 500-1000 लीटर।

प्र.59 एक 5-अंकीय और दो 3-अंकीय संख्याएँ लिखो जिनका योग 18,670 हो।

उत्तर- $18,000 + 300 + 370 = 18,670$ । (और भी कई उत्तर संभव हैं।)

प्र.60 210 और 390 के बीच कोई संख्या चुनो और खंड 3.9 जैसा संख्या पैटर्न बनाओ जिसका योग वही हो।

उत्तर- 250 चुनो: 10 के 5×5 ग्रिड का पैटर्न: $25 \times 10 = 250$ ।

प्र.61 2 की सब घातों के लिए कॉलटज़ अनुमान सही क्यों हैं?

उत्तर- 2 की घात, जैसे $2^8 = 256$, सम हैं, इसलिए बार-बार आधा करते हैं: 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1 हमेशा 1 पर पहुँचते हैं।

प्र.62 100 के लिए कॉलटज़ अनुमान जाँचो।

उत्तर- 100, 50, 25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1 - 1 तक पहुँचता है।

प्र.63 0 से शुरू, हर बार 1-3 जोड़ो, जो पहले 22 पर पहुँचे वह जीते। रणनीति?

उत्तर- जीतने वाली संख्याएँ 2, 6, 10, 14, 18, 22 (अंतर 4)। पहला खिलाड़ी 2 बोले और फिर हमेशा 4 और आगे की संख्या तक पहुँचाए; इसलिए पहला खिलाड़ी जीतता है।

