

Introduction: A shop, a garden and a wire

Before we start, a promise. This chapter looks big, but it has only **one** idea: *a quantity that changes by the same amount every time*. Your mobile recharge, an auto fare, the water in a tank, even a pile of matchsticks, all follow this idea. Read slowly, do every example with a pencil, and by the end you will see it everywhere.

We begin with something you already know: an **algebraic expression**. It is a mix of numbers, letters and operation signs (+, -, ×).

Example 1: Raju and the boxes

Step 1: A shop sells red boxes (4 pens in each) and blue boxes (5 pencils in each). Raju buys **x** red boxes and **y** blue boxes.

Step 2: x red boxes have $4 \times x = 4x$ pens. y blue boxes have $5 \times y = 5y$ pencils.

Step 3: He also gets 3 pens free. Total things = $4x + 5y + 3$.

Let us name the parts, because the book will use these words again and again. In $4x + 5y + 3$: **4x**, **5y** and **3** are the **terms** (parts joined by + or -). **x** and **y** are letter-numbers, and from now on we call them **variables** (a variable is a number that can change). **4** and **5** are the **coefficients** (the number multiplying the variable). **3** is the **constant** (a number that never changes).

Example 2: The garden fence

Step 1: Garden: length l m, width w m. Wire fence on the two lengths costs ₹100 per m: $2l \times 100 = 200l$.

Step 2: Wooden fence on the two widths costs ₹80 per m: $2w \times 80 = 160w$.

Step 3: Seeds on the whole area at ₹50 per m^2 : $l \times w \times 50 = 50lw$.

Step 4: Total cost = $200l + 160w + 50lw$.

Think! Terms: $200l$, $160w$, $50lw$. Variables: l and w . Coefficients: 200, 160 and 50. How is it different from Example 1? Here two variables get **multiplied together** (the term $50lw$). In Example 1 they were only added.

Example 3: A wire bent into a rectangle

Step 1: A 20 cm wire is bent into a rectangle. The wire is the perimeter, so
length + width = 10.

Step 2: If the length is x cm, the width is $(10 - x)$ cm.

Step 3: Area = $x(10 - x) = 10x - x^2$.

Think! Terms: $10x$ and $-x^2$. Variable: x only. Coefficients: 10 and -1 .

Difference from Example 1: this one has **one** variable, and x also appears with a **power** (x^2).

What is a polynomial?

In this chapter we study expressions with **only one variable**, like $4x$, $x^2 + 1$, $2y - 5$, $5y^3 + y^2 + 2y - 1$, $3z + 7$. They are called **one-variable polynomials**, **univariate polynomials**, or simply **polynomials** (uni = one, variate = variable).

Look at $5y^3 + y^2 + 2y - 1$. The coefficient of y^3 is 5, of y^2 is 1, of y is 2, and the constant term is -1 . The **highest power** of the variable is called the **degree** of the polynomial. Here the highest power is 3, so the degree is 3.

Polynomial	Highest power	Degree	Name
$5y^3 + y^2 + 2y - 1$	3	3	Cubic
$x^2 + 5x + 1$	2	2	Quadratic
$3z + 7$	1	1	Linear
8	0 ($8 = 8x^0$)	0	Constant

Teacher's Note: Why is the degree of 8 equal to zero? Because 8 can be written as $8x^0$, and $x^0 = 1$. The power of x is 0. Never say a constant has 'no degree'; its degree is 0.

Careful! Degree is the **highest** power, not the number of terms and not the last power you see. In $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x + 7$ the degree is 4 (not 5 terms, not 7).

Exercise Set 2.1 (solved)

Q.1 Find the degrees of: (i) $2x^2 - 5x + 3$ (ii) $y^3 + 2y - 1$ (iii) -9 (iv) $4z - 3$

Ans. (i) highest power is 2, so degree **2**. (ii) highest power is 3, so degree **3**.
(iii) -9 is a constant, degree **0**. (iv) highest power is 1, degree **1**.

Q.2 Write polynomials of degrees 1, 2 and 3.

Ans. Many answers are right. Degree 1: $x + 5$. Degree 2: $x^2 + 2x + 1$.
Degree 3: $x^3 - 4$.

Q.3 Coefficients of x^2 and x^3 in $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x + 7$?

Ans. Coefficient of x^2 is **6**. Coefficient of x^3 is **-3** (do not forget the minus sign, it belongs to the coefficient).

Q.4 Coefficient of z in $4z^3 + 5z^2 - 11$?

Ans. There is no z term. It is the same as $0 \cdot z$. So the coefficient is **0**.

Q.5 Constant term of $9x^3 + 5x^2 - 8x - 10$?

Ans. The term without any variable is **-10**.

2.2 Linear polynomials

A polynomial of degree 1 is a **linear polynomial**. Why 'linear'? Because when we draw its graph we get a **line**. You will see this at the end of the chapter.

Examples: $3z + 7$, $4x$, $5 - 4y$.

Example 4: Perimeter of a square

Step 1: Side = x , so perimeter = $x + x + x + x = 4x$. This is linear.

Step 2: Try sides 1, 1.5, 2, 2.5, 3 cm. Perimeters: 4, 6, 8, 10, 12 cm.

Step 3: The side goes up by 0.5 cm every time, and the perimeter goes up by **2 cm** every time. Same jump each time.

Example 5: The chess club

Step 1: Joining fee ₹200 plus ₹50 for every match. For m matches, you pay **$200 + 50m$** .

Step 2: $m = 1 \rightarrow 250$, $m = 2 \rightarrow 300$, $m = 3 \rightarrow 350$, $m = 4 \rightarrow 400$, $m = 5 \rightarrow 450$.

Step 3: Each extra match adds the same ₹50.

Think! A player paid ₹750. How many matches? Put $200 + 50m = 750$. Then $50m = 550$ and $m = \mathbf{11}$ matches.

This 'same jump every time' is the heart of linear polynomials. When the values go up (or down) by a **constant amount** at equal steps, we call it a **linear pattern**.

Linear equation: a linear polynomial equals a numberExample 6: Two numbers with sum 64

Step 1: One number is 10 more than the other. Let the smaller be x . The bigger is **$x + 10$** .

Step 2: Sum is 64: $x + (x + 10) = 64$, so $2x + 10 = 64$.

Step 3: $2x = 54$, so $x = 27$. The numbers are **27 and 37**. Check: $27 + 37 = 64 \checkmark$.

Teacher's Note: Always check your answer by putting it back in the question. It takes ten seconds and saves marks.

A polynomial is a machine

Think of $2x + 3$ as a machine. You drop a number in (input x), the machine doubles it and adds 3 (output). If $x = 4$, output $= 2 \times 4 + 3 = 11$. If $x = -6$, output $= 2 \times (-6) + 3 = -12 + 3 = -9$. This is called a **function**. You will study functions in higher classes.

Think! Area of the rectangle in Example 3 is $10x - x^2$. At $x = 6$: $10 \times 6 - 6^2 = 60 - 36 = 24 \text{ cm}^2$. Yes, it is also an input-output machine. $2x + 3$ is a **linear** function; $10x - x^2$ is a **quadratic** function.

Exercise Set 2.2 (solved)

Q.1 Value of $5x - 3$ if (i) $x = 0$ (ii) $x = -1$ (iii) $x = 2$

Ans. (i) $5(0) - 3 = -3$. (ii) $5(-1) - 3 = -5 - 3 = -8$. (iii) $5(2) - 3 = 10 - 3 = 7$.

Q.2 Value of $7s^2 - 4s + 6$ if (i) $s = 0$ (ii) $s = -3$ (iii) $s = 4$

Ans. (i) 6 . (ii) $7(9) - 4(-3) + 6 = 63 + 12 + 6 = 81$ (square first: $(-3)^2 = 9$, positive). (iii) $7(16) - 16 + 6 = 112 - 16 + 6 = 102$.

Q.3 Salil's mother is 3 times his age. After 5 years their ages add to 70. Present ages?

Ans. Let Salil be x years. Mother $= 3x$. After 5 years: $(x + 5) + (3x + 5) = 70$. So $4x + 10 = 70$, $4x = 60$, $x = 15$. Salil is 15 , mother is 45 . Check: after 5 years $20 + 50 = 70 \checkmark$.

Q.4 Two positive integers differ by 63 and are in ratio $2 : 5$. Find them.

Ans. Take the numbers as $2k$ and $5k$. Difference: $5k - 2k = 3k = 63$, so $k = 21$. The numbers are 42 and 105 . Check: $105 - 42 = 63$ and $42 : 105 = 2 : 5 \checkmark$.

Q.5 Ruby has 3 times as many ₹2 coins as ₹5 coins, total ₹88. How many of each?

Ans. Let ₹5 coins be x . Then ₹2 coins are $3x$. Money: $5x + 2(3x) = 88$. So $11x = 88$, $x = 8$. She has **8 coins of ₹5** and **24 coins of ₹2**. Check: $40 + 48 = 88$ ✓.

Q.6 A 300 ft fence is cut in two; the longer piece is 4 times the shorter. Lengths?

Ans. Shorter = x , longer = $4x$. $x + 4x = 300$, $5x = 300$, $x = 60$. Pieces are **60 ft** and **240 ft**.

Q.7 Length of a rectangle is 3 more than twice its width; perimeter 24 cm. Dimensions?

Ans. Width = w , length = $2w + 3$. Perimeter = $2(\text{length} + \text{width}) = 2(3w + 3) = 24$. So $3w + 3 = 12$, $w = 3$. Width **3 cm**, length $2(3) + 3 = \mathbf{9\text{ cm}}$. Check: $2(9 + 3) = 24$ ✓.

2.3 Exploring linear patterns

Look at the tiles pattern: stage 1 has 1 tile, stage 2 has 3, stage 3 has 5, stage 4 has 7. Every stage gets **2 more tiles**.

Stage	1	2	3	4	5	6	7
Tiles	1	3	5	7	9	11	13

Now find the **rule**. Stage 2: $2 \times 2 - 1 = 3$. Stage 5: $2 \times 5 - 1 = 9$. So at stage n the tiles are **$2n - 1$** . This is a linear polynomial (degree 1). The difference between consecutive terms is always **2**. We say the relationship between the stage number and tiles is **linear**.

Think! 15th stage: $2 \times 15 - 1 = 29$ tiles. 26th stage: $2 \times 26 - 1 = 51$ tiles.
Which stage has 21 tiles? $2n - 1 = 21$ gives $n = 11$. And 47 tiles? $2n - 1 = 47$ gives $n = 24$.

Example 7: Bela's pocket money

Step 1: She has ₹100 and spends ₹5 every day. After 1 day: $100 - 5 = 95$.

After 2 days: $100 - 10 = 90$.

Step 2: After n days: $100 - 5n$.

Step 3: She is left with ₹40 when $100 - 5n = 40$, so $n = 12$. Check: on day 12, $100 - 60 = 40$ ✓.

Think! Day 15: $100 - 75 = ₹25$. All money is spent when $100 - 5n = 0$, so $n = 20$ days.

Example 8: Auto-rickshaw fare

Step 1: Fare is ₹25 for the first 2 km. After that, ₹15 for every extra km.

Step 2: For 10 km: $25 + 15 \times 8 = ₹145$ (8 extra km).

Step 3: For n km ($n \geq 2$): $25 + 15(n - 2) = 25 + 15n - 30 = 15n - 5$.

Think! Fare ₹130: $15n - 5 = 130$, $15n = 135$, $n = 9$ km.

In all these examples the n th term is a linear expression in n . **A linear pattern is a sequence in which the difference between two consecutive terms is constant.**

Exercise Set 2.3 (solved)

Q.1 A student has ₹500 and gets ₹150 more every month. Find the amount and a linear expression for the n th month.

Ans. Start with 500. After 1 month: 650. After 2 months: 800. After 3 months: 950. Each month adds 150. After n months: $500 + 150n$. (If

you count the ₹500 as the amount of month 1, the rule becomes $350 + 150n$. Both describe the same +150 pattern.)

Q.2 A rally starts with 120 members and 9 drop out every hour. Members after 1, 2, 3 ... hours? Expression for the n th hour?

Ans. After 1 hour: 111. After 2 hours: 102. After 3 hours: 93. After n hours: $120 - 9n$. The difference is -9 every time, so it is linear.

Q.3 Rectangle with length 13 cm. Area when breadth is (i) 12 (ii) 10 (iii) 8 cm? Pattern?

Ans. Area = $13 \times \text{breadth}$. (i) $13 \times 12 = 156 \text{ cm}^2$. (ii) $13 \times 10 = 130 \text{ cm}^2$. (iii) $13 \times 8 = 104 \text{ cm}^2$. The areas 156, 130, 104 drop by 26 each time the breadth drops by 2. In general area = $13b$, a linear pattern.

Q.4 Box with length 7 cm, breadth 11 cm. Volume when height is (i) 5 (ii) 9 (iii) 13 cm?

Ans. Volume = $7 \times 11 \times h = 77h$. (i) $77 \times 5 = 385 \text{ cm}^3$. (ii) $77 \times 9 = 693 \text{ cm}^3$. (iii) $77 \times 13 = 1001 \text{ cm}^3$. The volumes go up by 308 each time h goes up by 4, a linear pattern.

Q.5 Sarita reads 20 pages a day from a 500-page book. Pages left after 15 days? Pattern?

Ans. Pages left after n days = $500 - 20n$. For $n = 15$: $500 - 300 = 200$ pages left. The pattern 480, 460, 440 ... drops by 20 each day.

2.4 Linear growth and linear decay

Linear growth: a quantity goes up by the same amount in equal steps (like your savings when you add ₹100 every week). **Linear decay:** a quantity goes down by the same amount in equal steps (like phone balance used up every day).

Example 9: Cost of a journey, $C(d) = 100 + 60d$

Step 1: $d = 0 \rightarrow 100$, $d = 1 \rightarrow 160$, $d = 2 \rightarrow 220$, $d = 3 \rightarrow 280$, $d = 4 \rightarrow 340$, $d = 5 \rightarrow 400$.

Step 2: Each extra km adds ₹60. So this is **linear growth**.

Think! 15 km: $100 + 60 \times 15 = \text{₹}1000$. Cost ₹700: $100 + 60d = 700$, $d = 10$ km.

Example 10: Water in a tank, $h(t) = 3 - 0.5t$

Step 1: $t = 0 \rightarrow 3$ m, $t = 1 \rightarrow 2.5$, $t = 2 \rightarrow 2$, $t = 3 \rightarrow 1.5$, $t = 4 \rightarrow 1$.

Step 2: Each month the height drops by 0.5 m. This is **linear decay**.

Think! After 5 months: $3 - 0.5 \times 5 = 0.5$ m.

Teacher's Note: Quick test. Is the number you add or subtract the same every step? Yes $\rightarrow$ linear. Is it a plus (growth) or a minus (decay)? That decides the name.

Exercise Set 2.4 (solved)

Q.1 A plant is 1.75 ft tall and grows 0.5 ft every month. (i) Height after 7 months. (ii) Table for $t = 0$ to 10. (iii) Expression and why it is linear growth.

Ans. (i) $1.75 + 0.5 \times 7 = 1.75 + 3.5 = 5.25$ ft.

(ii) Table: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ gives $h = 1.75, 2.25, 2.75, 3.25, 3.75, 4.25, 4.75, 5.25, 5.75, 6.25, 6.75$.

(iii) $h = 1.75 + 0.5t$. The height increases by the same 0.5 ft every month, so it is **linear growth**.

Q.2 A phone costing ₹10,000 loses ₹800 of value every year. (i) Value after 3 years. (ii) Table for $t = 0$ to 8. (iii) Expression and why linear decay.

Ans. (i) $10000 - 800 \times 3 = \text{₹}7600$.

(ii) $t = 0$ to 8 gives $v = 10000, 9200, 8400, 7600, 6800, 6000, 5200, 4400, 3600$.

(iii) $v = 10000 - 800t$. The value falls by the same ₹800 every year, so it is **linear decay**.

Q.3 A village has 750 people and 50 move in every year. (i) Population after 6 years. (ii) Table for $t = 0$ to 10. (iii) Expression.

Ans. (i) $750 + 50 \times 6 = 1050$.

(ii) $t = 0$ to 10 gives $P = 750, 800, 850, 900, 950, 1000, 1050, 1100, 1150, 1200, 1250$.

(iii) $P = 750 + 50t$. Same +50 every year, so **linear growth**.

Q.4 A ₹600 recharge loses ₹15 every day. (i) Equation for balance $b(x)$. (ii) After how many days is it zero? (iii) Table for $x = 1$ to 10.

Ans. (i) $b(x) = 600 - 15x$. It falls by 15 every day, so it is linear decay.

(ii) $600 - 15x = 0$ gives $x = 40$ days.

(iii) $x = 1$ to 10 gives $b = 585, 570, 555, 540, 525, 510, 495, 480, 465, 450$.

2.5 Linear relationships: $y = ax + b$

A **linear relationship** between two quantities x and y is written $y = ax + b$, where a and b are fixed numbers. In the tiles pattern, $x =$ stage number and $y =$ tiles, so $y = 2x - 1$. Here $a = 2$ and $b = -1$.

Often we are not given a and b . We are given two situations and must find them. The trick: **each situation gives one equation; two equations let us find a and b** .

Example 11: The telecom bill

Step 1: She used 10 GB and paid ₹350; she used 20 GB and paid ₹550. Put in $y = ax + b$: $350 = 10a + b$ and $550 = 20a + b$.

Step 2: From the first, $b = 350 - 10a$. Put this in the second: $550 = 20a + 350 - 10a$. So $550 = 10a + 350$, $10a = 200$, $a = 20$.

Step 3: Then $b = 350 - 10(20) = 350 - 200 = 150$.

Step 4: Relationship: $y = 20x + 150$.

Think! What do 20 and 150 mean? **150 is the fixed monthly fee** (you pay it even if you use 0 GB) and **20 is the extra price per GB**. In every such problem, a = rate per unit and b = fixed starting amount.

Teacher's Note: Shortcut. Subtract the two equations: $550 - 350 = (20a + b) - (10a + b)$, so $200 = 10a$. The b disappears. Many students like this method more.

Exercise Set 2.5 (solved)

Q.1 A platform charges a fixed fee plus a price per module. 10 modules cost ₹400, 14 modules cost ₹500. Find a and b .

Ans. $400 = 10a + b$ and $500 = 14a + b$. Subtract: $100 = 4a$, so $a = 25$. Then $b = 400 - 250 = 150$. So $y = 25x + 150$: ₹150 fixed and ₹25 per module.

Q.2 A gym: 10 hours of court cost ₹800, 15 hours cost ₹1100. Find a and b .

Ans. $800 = 10a + b$ and $1100 = 15a + b$. Subtract: $300 = 5a$, so $a = 60$. Then $b = 800 - 600 = 200$. So $y = 60x + 200$: ₹200 fixed and ₹60 per hour.

Q.3 $^{\circ}\text{C} = a^{\circ}\text{F} + b$. Ice melts at $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$ and water boils at $100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$. Find a and b .

Ans. Here the first variable is $^{\circ}\text{C}$ and the input is $^{\circ}\text{F}$. $0 = 32a + b$ and $100 = 212a + b$. Subtract: $100 = 180a$, so $a = 100/180 = 5/9$. Then $b = -32a = -32 \times 5/9 = -160/9$.

So $^{\circ}\text{C} = (5/9)^{\circ}\text{F} - 160/9 = (5/9)(^{\circ}\text{F} - 32)$. Check with 212:
 $(5/9)(180) = 100 \checkmark$.

2.6 Seeing linear relationships: graphs

The graph of $y = ax + b$ is always a **straight line**. To draw a straight line you only need **two points**. Use a third point to double-check.

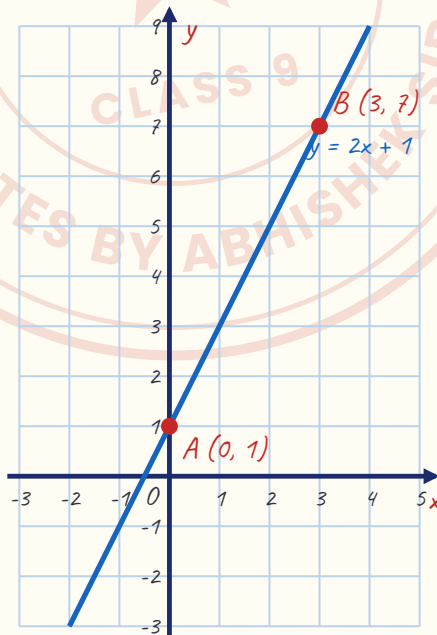
Example: Draw $y = 2x + 1$

Step 1: Take $x = 0$: $y = 2(0) + 1 = 1$. Point **$A(0, 1)$** .

Step 2: Take $x = 3$: $y = 2(3) + 1 = 7$. Point **$B(3, 7)$** .

Step 3: Plot A and B on graph paper, join them with a ruler and extend both ways with arrows.

Step 4: Check: $x = 1$ gives $y = 3$, so $(1, 3)$ must be on the line. $x = 7$ gives 15, so $(7, 15)$ is on it too.



The line $y = 2x + 1$ through $A(0, 1)$ and $B(3, 7)$

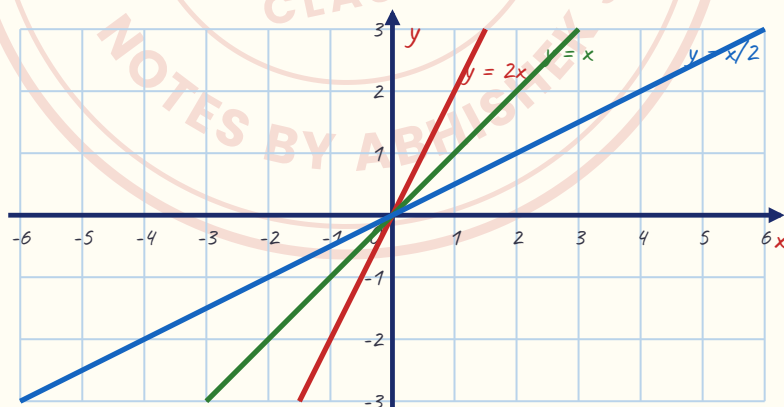
Teacher's Note: A point is on the line **only if its coordinates satisfy the equation**. Is $(7, 15)$ on $y = 2x + 1$? Put $x = 7$: $2(7) + 1 = 15$ ✓. Yes. Is $(2, 6)$? $2(2) + 1 = 5$, not 6, so **no**.

Guessing the equation from points. Look at the points $(-1, -3)$, $(0, 0)$, $(1, 3)$, $(3, 9)$, $(4, 12)$. Every y is **3 times** its x , so the line is **$y = 3x$** . For $(-3, 6)$, $(-2, 4)$, $(0, 0)$, $(1, -2)$, $(2, -4)$, $(3, -6)$ every y is **-2 times** x , so the line is **$y = -2x$** .

The role of a : slope

Draw $y = x/2$, $y = x$ and $y = 2x$ on the same axes. What do you see?

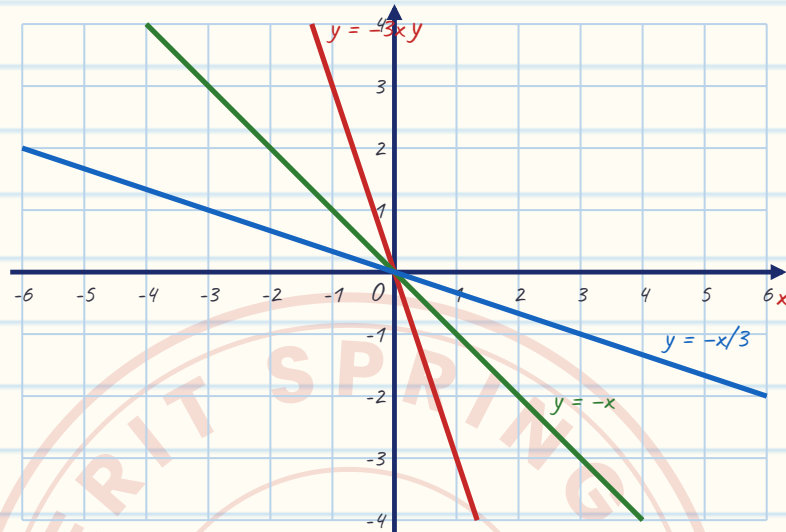
- All three lines pass through the **origin $(0, 0)$** . Whenever $b = 0$, i.e. $y = ax$, the line goes through the origin.
- $y = x$ makes equal angles with both axes (45°).
- $y = 2x$ ($a > 1$) is **steeper** than $y = x$. $y = x/2$ ($a < 1$) is **flatter**.



$y = x/2$, $y = x$, $y = 2x$: bigger a , steeper line

The number a is called the **slope** of the line. Slope tells us how steep the line is: how much y changes when x increases by 1. In $y = 2x - 1$ (the tiles), the slope 2 is exactly the constant difference between consecutive terms.

Now try $y = -x/3$, $y = -x$ and $y = -3x$. They also pass through the origin, but they slant the other way, going **down to the right**.



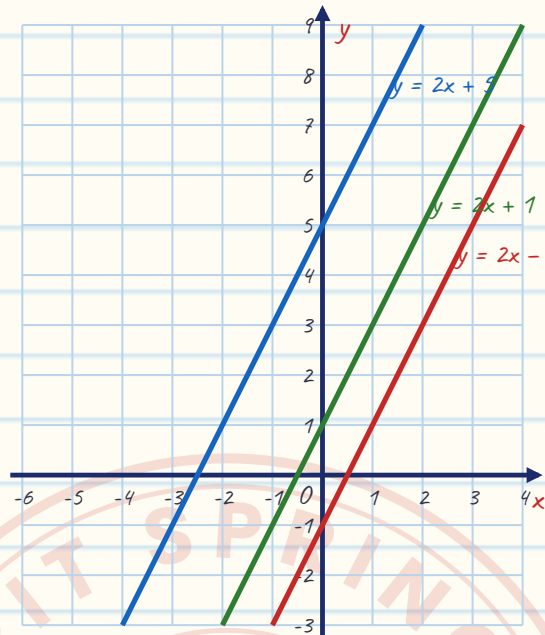
$y = -x/3$, $y = -x$, $y = -3x$: all go down to the right

Slope a	Line goes	Pattern
$a > 0$ (positive)	up to the right	linear growth
$a < 0$ (negative)	down to the right	linear decay
$a = 0$	flat (horizontal)	constant

Think! $y = 3x + 1$ and $y = -3x + 1$: both cut the y-axis at $(0, 1)$, because $b = 1$ for both. The first rises (slope 3), the second falls (slope -3). They are mirror images of each other in the y-axis.

The role of b : y-intercept

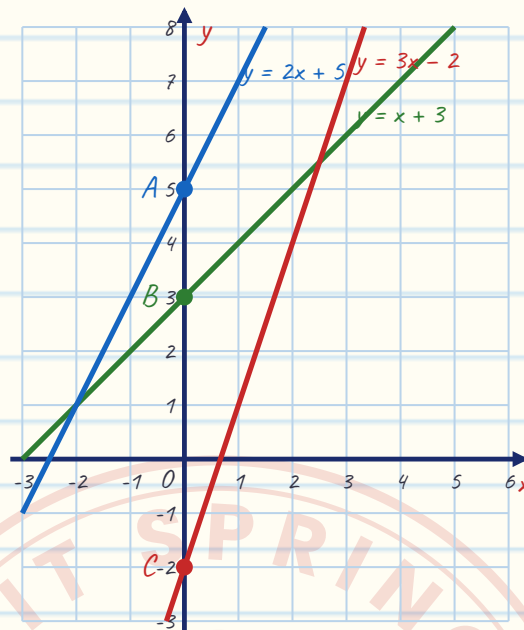
Keep $a = 2$ fixed and change b : $y = 2x - 1$, $y = 2x + 1$, $y = 2x + 5$. What happens?



$y = 2x - 1, 2x + 1, 2x + 5$: same slope, parallel lines

All three lines **slant equally** but are **shifted** up or down. They never meet. They are **parallel**. So: **same slope, different $b \Rightarrow$ parallel lines**.

Now see where $y = 2x + 5$, $y = x + 3$ and $y = 3x - 2$ meet the y-axis. At the y-axis $x = 0$, so $y = b$. They cut at $A(0, 5)$, $B(0, 3)$ and $C(0, -2)$.



Where the lines cut the y-axis (y-intercepts)

So any line $y = ax + b$ cuts the y-axis at $(0, b)$. The number b is the **y-intercept**: the distance from the origin to the point where the line cuts the y-axis. If b is positive, the point is above 0. If b is negative (like -2), it is below 0.

Summary of the three conclusions

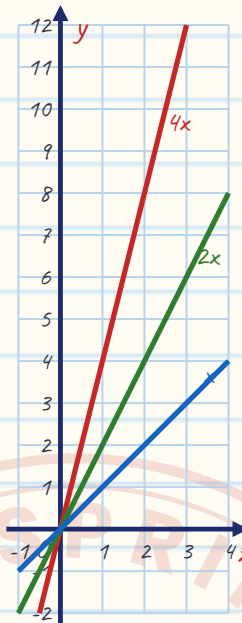
- In $y = ax + b$, a is the **slope** and b is the **y-intercept**.
- Change a , keep b : the slope changes, the y-intercept stays the same (the lines turn around the same point on the y-axis).
- Change b , keep a : lines shift but stay **parallel**.

Exercise Set 2.6 (solved)

To draw each line, find two points. Look at the roles of a and b .

Q.1 (i) $y = 4x$, $y = 2x$, $y = x$

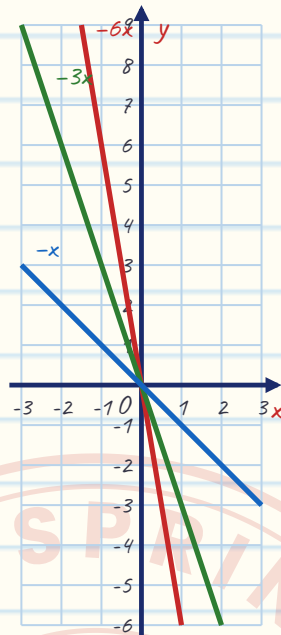
Ans. Points: $(0, 0)$ and $(1, 4)$ for $4x$; $(0, 0)$ and $(1, 2)$ for $2x$; $(0, 0)$ and $(1, 1)$ for x . Every line goes through 0. **Bigger a gives a steeper line.**



(i) $y = 4x, 2x, x$

(ii) $y = -6x, y = -3x, y = -x$

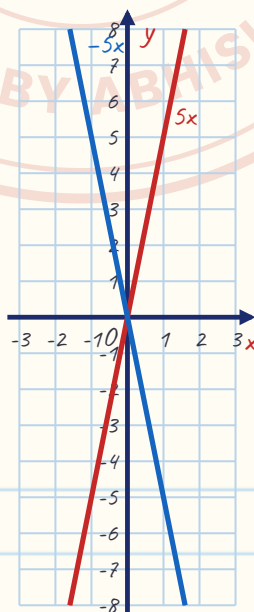
Ans. Points: $(0, 0)$ and $(1, -6)$; $(0, 0)$ and $(1, -3)$; $(0, 0)$ and $(1, -1)$. All slope **downward** ($a < 0$) and go through 0. The bigger the number ignoring sign, the steeper the line.



(ii) $y = -6x, -3x, -x$

(iii) $y = 5x, y = -5x$

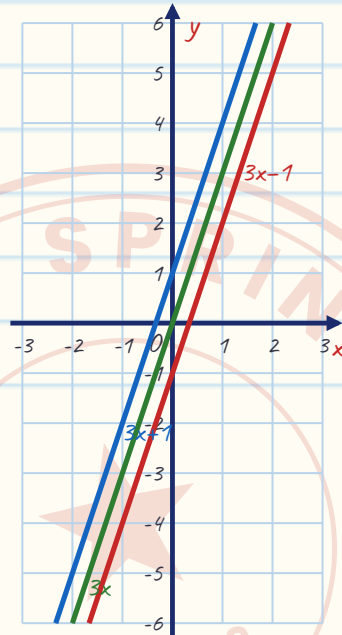
Ans. Points: $(0, 0), (1, 5)$ and $(0, 0), (1, -5)$. Same steepness, opposite directions. They are **mirror images** in the y-axis (and in the x-axis).



(iii) $y = 5x$ and $y = -5x$

(iv) $y = 3x - 1$, $y = 3x$, $y = 3x + 1$

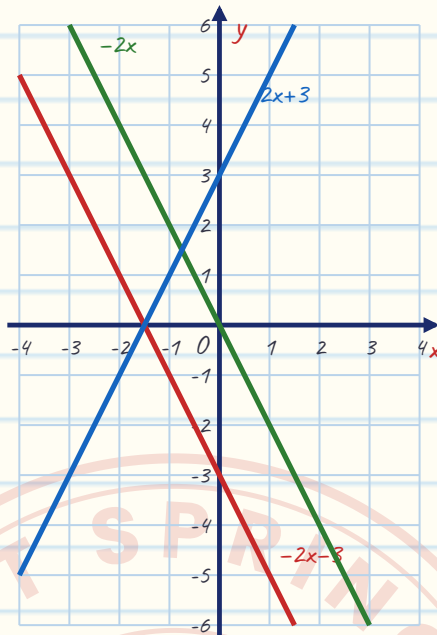
Ans. Points: $(0, -1)$, $(1, 2)$ for $3x - 1$; $(0, 0)$, $(1, 3)$ for $3x$; $(0, 1)$, $(1, 4)$ for $3x + 1$. Slope 3 for all, so the lines are **parallel**. They cut the y-axis at -1 , 0 and 1 .



(iv) $y = 3x - 1$, $3x$, $3x + 1$

(v) $y = -2x - 3$, $y = -2x$, $y = 2x + 3$

Ans. Points: $(0, -3)$, $(-1, -1)$ for $-2x - 3$; $(0, 0)$, $(1, -2)$ for $-2x$; $(0, 3)$, $(-1, 1)$ for $2x + 3$. The first two have slope -2 , so they are **parallel**. The third has slope $+2$ and cuts the y-axis at 3 .



(v) $y = -2x - 3, -2x, 2x + 3$

End-of-Chapter Exercises (solved)

Q.1 Write a polynomial of degree 3 in x in which the coefficient of x^2 is -7 .

Ans. Example: $2x^3 - 7x^2 + x + 4$. Highest power 3 (degree 3) and x^2 has coefficient -7 ✓.

Q.2 Value of (i) $5x^2 - 3x + 7$ at $x = 1$, (ii) $4t^3 - t^2 + 6$ at $t = a$.

Ans. (i) $5(1) - 3(1) + 7 = 5 - 3 + 7 = 9$. (ii) Just replace t by a : $4a^3 - a^2 + 6$.

Q.3 Multiply a number by $5/2$ and add $2/3$. The result is $-7/12$. Find the number.

Ans. Let the number be x . $(5/2)x + 2/3 = -7/12$. Subtract $2/3$ ($= 8/12$):
 $(5/2)x = -7/12 - 8/12 = -15/12 = -5/4$. Multiply by $2/5$: $x =$
 $(-5/4)(2/5) = -1/2$. Check: $(5/2)(-1/2) = -5/4$; $-5/4 + 2/3 = -15/12 + 8/12 = -7/12$ ✓.

Q.4 A positive number is 5 times another. If 21 is added to both, one new number is twice the other. Find the numbers.

Ans. Let the smaller be n , the bigger is $5n$. After adding 21: $n + 21$ and $5n + 21$. Bigger is twice the smaller: $5n + 21 = 2(n + 21) = 2n + 42$. So $3n = 21$, $n = 7$. The numbers are **7 and 35**. Check: 28 and 56, and $56 = 2 \times 28 \checkmark$.

Q.5 You have ₹800 and save ₹250 every month. Amount after (i) 6 months (ii) 2 years? Linear pattern?

Ans. After m months: $A = 800 + 250m$. (i) $m = 6$: $800 + 1500 = \text{₹}2300$. (ii) 2 years = 24 months: $800 + 6000 = \text{₹}6800$.

Q.6 Digits of a two-digit number differ by 3. Reverse the digits and add to the original: 143. Find the numbers.

Ans. Let the digits be a (tens) and b (units). Number = $10a + b$, reversed = $10b + a$. Sum = $11a + 11b = 143$, so $a + b = 13$. Also $a - b = 3$ or $b - a = 3$. If $a - b = 3$: $a = 8, b = 5$. If $b - a = 3$: $a = 5, b = 8$. The numbers are **85 and 58**. Check: $85 + 58 = 143 \checkmark$.

Q.7 Draw graphs, find slope and y-intercept, and the point where each cuts the y-axis: (i) $y = -3x + 4$ (ii) $2y = 4x + 7$ (iii) $5y = 6x - 10$ (iv) $3y = 6x - 11$. Are any parallel?

Ans. First write each in the form $y = ax + b$ by dividing.

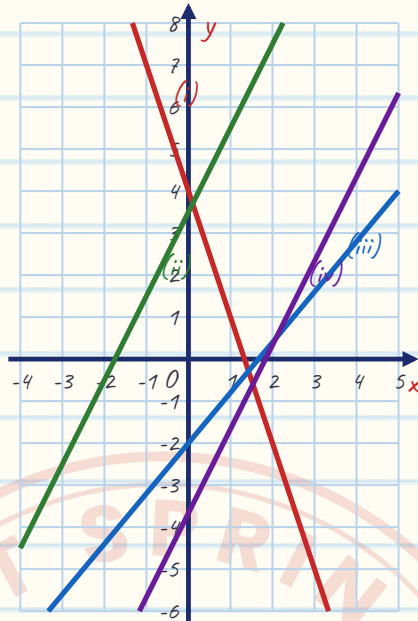
(i) $y = -3x + 4$: slope **-3**, y-intercept **4**, cuts at **(0, 4)**.

(ii) $y = 2x + 7/2$: slope **2**, y-intercept **3.5**, cuts at **(0, 3.5)**.

(iii) $y = (6/5)x - 2$: slope **6/5**, y-intercept **-2**, cuts at **(0, -2)**.

(iv) $y = 2x - 11/3$: slope **2**, y-intercept **-11/3 $\approx$ -3.67**, cuts at **(0, -11/3)**.

Lines (ii) and (iv) are parallel, both have slope 2.



Exercise 7: the four lines

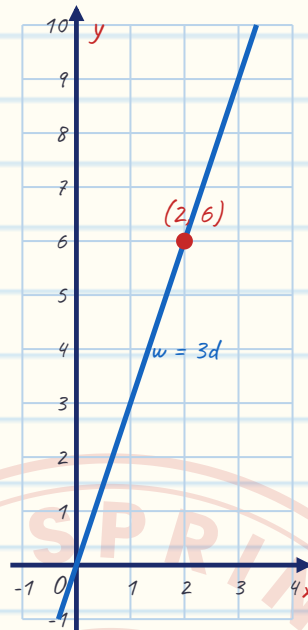
Q.8 $y = (9/5)(x - 273) + 32$ gives $^{\circ}\text{F}$ (y) from Kelvin (x). (i) $^{\circ}\text{F}$ at 313 K? (ii) K at 158 $^{\circ}\text{F}$?

Ans. (i) $x - 273 = 40$. $y = (9/5)(40) + 32 = 72 + 32 = 104^{\circ}\text{F}$.

(ii) $158 = (9/5)(x - 273) + 32$. So $(9/5)(x - 273) = 126$, $x - 273 = 126 \times 5/9 = 70$, $x = 343\text{ K}$.

Q.9 Work = force $\times$ distance. Write w in terms of d for force 3 units, draw its graph, and find the work for $d = 2$.

Ans. $w = 3d$. This is $y = ax$ with $a = 3$. Points: $(0, 0)$, $(1, 3)$, $(2, 6)$. For $d = 2$, $w = 6$ units. On the graph, go up from $d = 2$ on the horizontal axis to the line, then read 6 on the vertical axis.



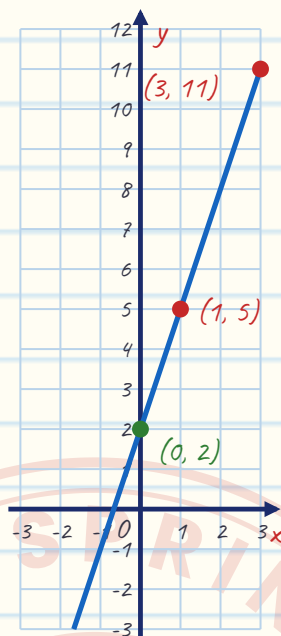
$$w = 3d$$

Q.10 The graph of a linear polynomial $p(x)$ passes through $(1, 5)$ and $(3, 11)$. (i) Find $p(x)$. (ii) Where does it cut the axes? (iii) Verify by graph.

Ans. (i) Let $p(x) = ax + b$. Then $5 = a + b$ and $11 = 3a + b$. Subtract: $6 = 2a$, $a = 3$, and $b = 5 - 3 = 2$. So $p(x) = 3x + 2$.

(ii) y-axis: $x = 0$ gives $y = 2$, so $(0, 2)$. x-axis: $3x + 2 = 0$ gives $x = -2/3$, so $(-2/3, 0)$.

(iii) The graph through $(1, 5)$, $(3, 11)$, $(0, 2)$ is a straight line that cuts the axes as shown.



$$p(x) = 3x + 2$$

Q.11 $p(x) = ax + b$, $q(x) = cx + d$. (i) $p(0) = 5$. (ii) $p(x) - q(x)$ cuts the x-axis at $(3, 0)$. (iii) $p(x) + q(x) = 6x + 4$. Find p and q .

Ans. (i) $p(0) = b = 5$.

(iii) $(a + c)x + (b + d) = 6x + 4$, so $a + c = 6$ and $b + d = 4$. As $b = 5$, $d = -1$.

(ii) $p - q = (a - c)x + (b - d) = (a - c)x + 6$. It is zero at $x = 3$: $3(a - c) + 6 = 0$, so $a - c = -2$.

Now $a + c = 6$ and $a - c = -2$. Add: $2a = 4$, $a = 2$, and $c = 4$.

So $p(x) = 2x + 5$ and $q(x) = 4x - 1$. Check: $p + q = 6x + 4$ ✓.

Q.12 Matchstick hexagons: stage 1 has 1 hexagon (6 sticks); each new hexagon shares a side with the last. (i) Next two stages. (ii) Table. (iii) Rule for stage n . (iv) 15th stage. (v) Can 200 sticks make a stage?

Ans. Stage 1: 6 sticks. A new hexagon shares one side, so it needs only 5 new sticks.

(i) Stage 4: 21 sticks. Stage 5: 26 sticks.

- (ii) Stage $n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots n$ gives sticks $6, 11, 16, 21, 26 \dots 5n + 1$.
- (iii) Rule: $5n + 1$ (6 for the first hexagon, then 5 more each stage; check $n = 1: 5 + 1 = 6 \checkmark$).
- (iv) $n = 15: 5 \times 15 + 1 = 76$ sticks.
- (v) $5n + 1 = 200$ gives $n = 199/5 = 39.8$, which is not a whole number. So **no**, 200 sticks cannot form an exact stage. (Stage 39 uses 196 and stage 40 uses 201.)

Q.13 $p(x) = ax + b$ passes through $(2, 3)$ and $(6, 11)$. $q(x) = cx + d$ passes through $(4, -1)$ and is parallel to $p(x)$. Find p, q and where they meet the x -axis.

Ans. $p: 3 = 2a + b$ and $11 = 6a + b$. Subtract: $8 = 4a$, $a = 2$, $b = 3 - 4 = -1$. So $p(x) = 2x - 1$.

q is parallel, so it has the same slope $c = 2$. Using $(4, -1)$: $-1 = 8 + d$, $d = -9$. So $q(x) = 2x - 9$.

x -axis meeting points: $p = 0$ gives $x = 1/2$, point $(1/2, 0)$. $q = 0$ gives $x = 9/2$, point $(9/2, 0)$.

Q.14 What do all functions $f(x) = ax + a$ ($a > 0$) have in common?

Ans. $f(x) = a(x + 1)$. Put $x = -1$: $f(-1) = 0$. So **every such line passes through the point $(-1, 0)$** . Also, since $a > 0$, each line has positive slope and its y -intercept equals its slope (both a).

Quick Revision

- An **algebraic expression** has terms, variables, coefficients and constants. A **polynomial** in one variable has a **degree** = highest power. Degree 1 = linear, 2 = quadratic, 3 = cubic, 0 = constant.
- A **linear pattern** changes by the same amount at each step. Rising = **linear growth**, falling = **linear decay**.
- $y = ax + b$: a = **slope**, b = **y-intercept** (the line cuts the y -axis at $(0, b)$).

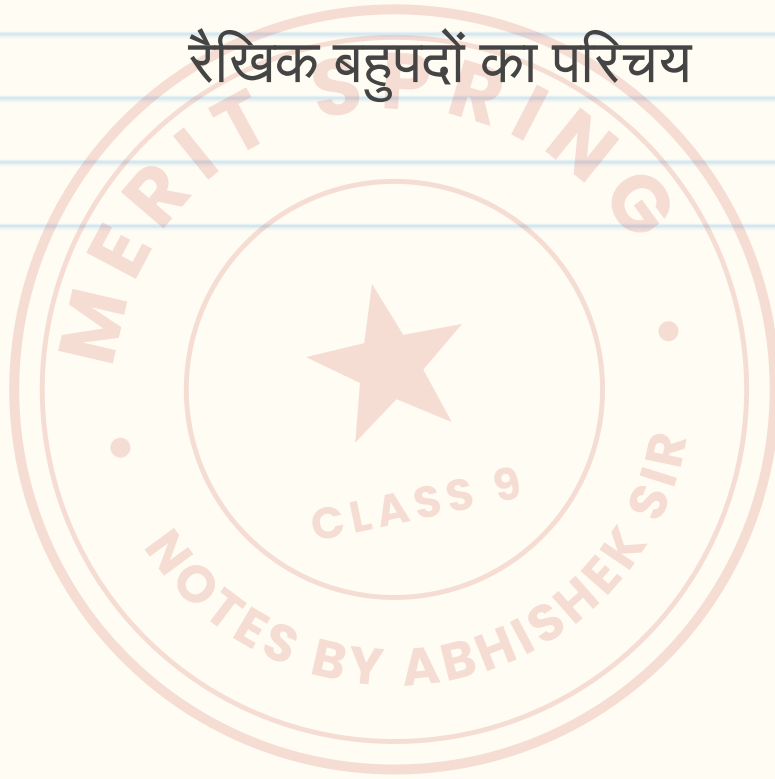
- If $b = 0$ the line passes through the origin.
- $a > 0$ means growth (line goes up), $a < 0$ means decay (line goes down).
- Same a , different $b \Rightarrow$ **parallel lines**.
- To find a and b from two points, make two equations and subtract.

Teacher's Note: Do it yourself: Ask your mother how much the milkman charges each day. Make a rule for the bill after n days and draw its graph. Is it growth or decay?



हिंदी संस्करण

रैखिक बहुपदों का परिचय



भूमिका: एक दुकान, एक बगीचा और एक तार

शुरू करने से पहले एक वादा। यह अध्याय बड़ा दिखता है, पर इसमें **एक ही** विचार है: *कोई मात्रा हर बार बराबर-बराबर बदलती है*। तुम्हारा मोबाइल रिचार्ज, ऑटो का किराया, टंकी का पानी, माचिस की तीलियों का ढेर, सब इसी विचार पर चलते हैं। धीरे-धीरे पढ़ो, हर उदाहरण पेंसिल से हल करो, और अंत तक तुम इसे हर जगह देखने लगोगे।

शुरुआत उससे करते हैं जो तुम पहले से जानते हो: **बीजीय व्यंजक**। यह संख्याओं, अक्षरों और चिह्नों (+, -, ×) का मेल होता है।

उदाहरण 1: राजू और डिब्बे

चरण 1: एक दुकान में लाल डिब्बे (हर एक में 4 पेन) और नीले डिब्बे (हर एक में 5 पेंसिल) बिकते हैं। राजू **x** लाल और **y** नीले डिब्बे खरीदता है।

चरण 2: x लाल डिब्बों में $4 \times x = 4x$ पेन हैं। y नीले डिब्बों में $5 \times y = 5y$ पेंसिल हैं।

चरण 3: उसे 3 पेन मुफ्त भी मिले। कुल चीज़ें = $4x + 5y + 3$ ।

अब हिस्सों के नाम जान लो, क्योंकि किताब बार-बार इन्हें इस्तेमाल करेगी। $4x + 5y + 3$ में: **4x, 5y और 3 पद** हैं (+ या - से जुड़े हिस्से)। **x और y** अक्षर-संख्याएँ हैं, जिन्हें अब हम **चर** कहेंगे (चर वह संख्या है जो बदल सकती है)। **4 और 5 गुणांक** हैं (चर को गुणा करने वाली संख्या)। **3 अचर** है (वह संख्या जो कभी नहीं बदलती)।

उदाहरण 2: बगीचे की बाड़

चरण 1: बगीचे की लंबाई l मी और चौड़ाई w मी। दोनों लंबाइयों पर तार की बाड़, ₹100 प्रति मी: $2l \times 100 = 200l$ ।

चरण 2: दोनों चौड़ाइयों पर लकड़ी की बाड़, ₹80 प्रति मी: $2w \times 80 = 160w$ ।

चरण 3: पूरे क्षेत्रफल पर बीज, ₹50 प्रति मी²: $l \times w \times 50 = 50lw$ ।

चरण 4: कुल खर्च = $200l + 160w + 50lw$ ।

सोचो! पद: 200l, 160w, 50lw। चर: l और w। गुणांक: 200, 160, 50। उदाहरण। से फ़र्क? यहाँ दो चर आपस में **गुणा** हुए हैं (पद 50lw)। उदाहरण। में वे केवल जोड़े गए थे।

उदाहरण 3: तार से बना आयत

चरण 1: 20 सेमी के तार को मोड़कर आयत बनाया। तार परिमाप है, इसलिए लंबाई + चौड़ाई = 10।

चरण 2: लंबाई x सेमी हो तो चौड़ाई $(10 - x)$ सेमी होगी।

चरण 3: क्षेत्रफल = $x(10 - x) = 10x - x^2$ ।

सोचो! पद: $10x$ और $-x^2$ । चर: केवल x । गुणांक: 10 और -1 । उदाहरण 1 से फ़र्क: यहाँ **एक** ही चर है, और x की **घात** (x^2) भी आई है।

बहुपद क्या है?

इस अध्याय में हम **केवल एक चर** वाले व्यंजक पढ़ते हैं, जैसे $4x$, $x^2 + 1$, $2y - 5$, $5y^3 + y^2 + 2y - 1$, $3z + 7$ इन्हें **एक चर वाले बहुपद** या सीधे **बहुपद** कहते हैं।

$5y^3 + y^2 + 2y - 1$ देखो। y^3 का गुणांक 5, y^2 का 1, y का 2, और अचर पद -1 है। चर की **सबसे बड़ी घात** को बहुपद की **घात (डिग्री)** कहते हैं। यहाँ सबसे बड़ी घात 3 है, इसलिए घात 3 है।

बहुपद	सबसे बड़ी घात	घात	नाम
$5y^3 + y^2 + 2y - 1$	3	3	घन बहुपद
$x^2 + 5x + 1$	2	2	द्विघात
$3z + 7$	1	1	रैखिक
8	0 ($8 = 8x^0$)	0	अचर

शिक्षक की बात: 8 की घात शून्य क्यों है? क्योंकि $8 = 8x^0$ लिखा जा सकता है और $x^0 = 1$ होता है। x की घात 0 है। कभी मत कहना कि अचर की घात नहीं होती; उसकी घात 0 होती है।

ध्यान रखो! घात का मतलब **सबसे बड़ी** घात है, पदों की संख्या नहीं और अंतिम दिखने वाली घात भी नहीं। $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x + 7$ की घात 4 है (5 नहीं, 7 नहीं)।

प्रश्नावली 2.1 (हल सहित)

प्र.1 घात ज्ञात करो: (i) $2x^2 - 5x + 3$ (ii) $y^3 + 2y - 1$ (iii) -9 (iv) $4z - 3$

उत्तर- (i) सबसे बड़ी घात 2, इसलिए घात **2** । (ii) सबसे बड़ी घात 3, इसलिए घात **3** । (iii) -9 अचर है, घात **0** । (iv) सबसे बड़ी घात 1, घात **1** ।

प्र.2 घात 1, 2 और 3 के बहुपद लिखो।

उत्तर- कई उत्तर सही हैं। घात 1: $x + 5$ । घात 2: $x^2 + 2x + 1$ । घात 3: $x^3 - 4$ ।

प्र.3 $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x + 7$ में x^2 और x^3 के गुणांक?

उत्तर- x^2 का गुणांक **6** है। x^3 का गुणांक **-3** है (ऋण चिह्न गुणांक का ही भाग है, भूलना मत)।

प्र.4 $4z^3 + 5z^2 - 11$ में z का गुणांक?

उत्तर- इसमें z वाला पद है ही नहीं। यह $0 \cdot z$ के बराबर है। इसलिए गुणांक **0** है।

प्र.5 $9x^3 + 5x^2 - 8x - 10$ का अचर पद?

उत्तर- जिस पद में चर नहीं है, वह **-10** है।

2.2 रैखिक बहुपद

घात 1 वाला बहुपद **रैखिक बहुपद** कहलाता है। 'रैखिक' क्यों? क्योंकि इसका आलेख एक **रेखा** होता है। यह तुम अध्याय के अंत में देखोगे। उदाहरण: $3z + 7$, $4x$, $5 - 4y$ ।

उदाहरण 4: वर्ग का परिमाण

चरण 1: भुजा = x , तो परिमाण = $x + x + x + x = 4x$ । यह रैखिक है।

चरण 2: भुजा 1, 1.5, 2, 2.5, 3 सेमी लो। परिमाण: 4, 6, 8, 10, 12 सेमी।

चरण 3: भुजा हर बार 0.5 सेमी बढ़ती है और परिमाण हर बार **2 सेमी** बढ़ता है। हर बार उतनी ही छलांग।

उदाहरण 5: शतरंज क्लब

चरण 1: प्रवेश शुल्क ₹200 और हर मैच के ₹50। m मैचों के लिए तुम देते हो **$200 + 50m$** ।

चरण 2: $m = 1 \rightarrow 250$, $m = 2 \rightarrow 300$, $m = 3 \rightarrow 350$, $m = 4 \rightarrow 400$, $m = 5 \rightarrow 450$ ।

चरण 3: हर अतिरिक्त मैच में वही ₹50 जुड़ते हैं।

सोचो! एक खिलाड़ी ने ₹750 दिए। कितने मैच? $200 + 50m = 750$ रखो। तब $50m = 550$ और $m = 11$ मैच।

‘हर बार उतनी ही छलांग’ रैखिक बहुपदों का दिल है। जब मान बराबर कदमों पर **एक स्थिर मात्रा** से बढ़ें (या घटें), तो उसे **रैखिक पैटर्न** कहते हैं।

रैखिक समीकरण: रैखिक बहुपद = एक संख्या

उदाहरण 6: दो संख्याएँ जिनका योग 64

चरण 1: एक संख्या दूसरी से 10 अधिक है। छोटी संख्या x लो। बड़ी $x + 10$ है।

चरण 2: योग 64: $x + (x + 10) = 64$, इसलिए $2x + 10 = 64$ ।

चरण 3: $2x = 54$, अतः $x = 27$ । संख्याएँ **27 और 37** हैं। जाँच: $27 + 37 = 64$ ✓।

शिक्षक की बात: उत्तर को हमेशा प्रश्न में वापस रखकर जाँचो। दस सेकंड लगते हैं और अंक बच जाते हैं।

बहुपद एक मशीन है

$2x + 3$ को एक मशीन समझो। तुम एक संख्या अंदर डालते हो (निवेश x), मशीन उसे दोगुना करके 3 जोड़ देती है (निर्गत)। $x = 4$ हो तो निर्गत $= 2 \times 4 + 3 = 11$ । $x = -6$ हो तो $2 \times (-6) + 3 = -12 + 3 = -9$ । इसे **फलन** कहते हैं। इसे तुम ऊँची कक्षाओं में पढ़ोगे।

सोचो! उदाहरण 3 में क्षेत्रफल $10x - x^2$ है। $x = 6$ पर: $10 \times 6 - 6^2 = 60 - 36 = 24$

सेमी²। हाँ, यह भी निवेश-निर्गत मशीन है। $2x + 3$ **रैखिक** फलन है; $10x - x^2$ **द्विघात** फलन है।

प्रश्नावली 2.2 (हल सहित)

प्र.1 $5x - 3$ का मान: (i) $x = 0$ (ii) $x = -1$ (iii) $x = 2$

उत्तर- (i) $5(0) - 3 = -3$ । (ii) $5(-1) - 3 = -5 - 3 = -8$ । (iii) $5(2) - 3 = 10 - 3 = 7$ ।

प्र.2 $7s^2 - 4s + 6$ का मान: (i) $s = 0$ (ii) $s = -3$ (iii) $s = 4$

उत्तर- (i) **6** | (ii) $7(9) - 4(-3) + 6 = 63 + 12 + 6 = \mathbf{81}$ (पहले वर्ग करो: $(-3)^2 = 9$, धनात्मक) | (iii) $7(16) - 16 + 6 = 112 - 16 + 6 = \mathbf{102}$ |

प्र.3 सलिल की माँ की आयु उसकी आयु की 3 गुनी है। 5 वर्ष बाद दोनों की आयु का योग 70 है। वर्तमान आयु?

उत्तर- सलिल x वर्ष का है। माँ $3x$ की है। 5 वर्ष बाद: $(x + 5) + (3x + 5) = 70$ । अतः $4x + 10 = 70$, $4x = 60$, $x = \mathbf{15}$ | सलिल **15** वर्ष का और माँ **45** वर्ष की है। जाँच: 5 वर्ष बाद $20 + 50 = 70$ ✓ |

प्र.4 दो धनात्मक पूर्णाकों का अंतर 63 है और अनुपात 2 : 5 है। संख्याएँ?

उत्तर- संख्याएँ $2k$ और $5k$ लो। अंतर: $5k - 2k = 3k = 63$, इसलिए $k = 21$ । संख्याएँ **42** और **105** हैं। जाँच: $105 - 42 = 63$ और $42 : 105 = 2 : 5$ ✓ |

प्र.5 रूबी के पास ₹5 के सिक्कों से 3 गुने ₹2 के सिक्के हैं, कुल ₹88। प्रत्येक के कितने सिक्के?

उत्तर- ₹5 के सिक्के x हों। तब ₹2 के सिक्के $3x$ हैं। धन: $5x + 2(3x) = 88$ । अतः $11x = 88$, $x = \mathbf{8}$ | उसके पास **₹5 के 8 सिक्के** और **₹2 के 24 सिक्के** हैं। जाँच: $40 + 48 = 88$ ✓ |

प्र.6 300 फुट की बाड़ दो टुकड़ों में काटी गई; लंबा टुकड़ा छोटे का 4 गुना है। लंबाईयाँ?

उत्तर- छोटा = x , लंबा = $4x$ । $x + 4x = 300$, $5x = 300$, $x = 60$ । टुकड़े **60 फुट और 240 फुट** के हैं।

प्र.7 आयत की लंबाई चौड़ाई के दोगुने से 3 अधिक है और परिमाप 24 सेमी है। विमाएँ?

उत्तर- चौड़ाई = w , लंबाई = $2w + 3$ । परिमाप = $2(\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) = 2(3w + 3) = 24$ । अतः $3w + 3 = 12$, $w = 3$ । चौड़ाई **3 सेमी**, लंबाई $2(3) + 3 = \mathbf{9 सेमी}$ । जाँच: $2(9 + 3) = 24$ ✓ |

2.3 रैखिक पैटर्न की खोज

टाइलों का पैटर्न देखो: चरण 1 में 1 टाइल, चरण 2 में 3, चरण 3 में 5, चरण 4 में 7। हर चरण में **2 टाइलें अधिक** होती हैं।

चरण	1	2	3	4	5	6	7
टाइलें	1	3	5	7	9	11	13

अब **नियम** खोजो। चरण 2: $2 \times 2 - 1 = 3$ । चरण 5: $2 \times 5 - 1 = 9$ । तो चरण n में टाइलें $2n - 1$ हैं। यह रैखिक बहुपद है (घात 1)। क्रमागत पदों का अंतर हमेशा **2** है। हम कहते हैं कि चरण-संख्या और टाइलों का संबंध **रैखिक** है।

सोचो! 15वाँ चरण: $2 \times 15 - 1 = 29$ टाइलें। 26वाँ चरण: $2 \times 26 - 1 = 51$ टाइलें। किस चरण में 21 टाइलें? $2n - 1 = 21$ से $n = 11$ । और 47 टाइलें? $2n - 1 = 47$ से $n = 24$ ।

उदाहरण 7: बेला का जेब-खर्च

चरण 1: उसके पास ₹100 हैं और वह रोज ₹5 खर्च करती है। 1 दिन बाद: $100 - 5 = 95$ । 2 दिन बाद: $100 - 10 = 90$ ।

चरण 2: n दिन बाद: $100 - 5n$ ।

चरण 3: जब $100 - 5n = 40$ हो तो ₹40 बचते हैं, अतः $n = 12$ । जाँच: 12वें दिन $100 - 60 = 40$ ✓।

सोचो! 15वें दिन: $100 - 75 = ₹25$ । सारा धन खत्म तब जब $100 - 5n = 0$, अतः $n = 20$ दिन।

उदाहरण 8: ऑटो-रिक्शा का किराया

चरण 1: पहले 2 किमी का किराया ₹25 है। उसके बाद हर किमी के ₹15।

चरण 2: 10 किमी के लिए: $25 + 15 \times 8 = ₹145$ (8 अतिरिक्त किमी)।

चरण 3: n किमी ($n \geq 2$) के लिए: $25 + 15(n - 2) = 25 + 15n - 30 = 15n - 5$ ।

सोचो! किराया ₹130: $15n - 5 = 130$, $15n = 135$, $n = 9$ किमी।

इन सब उदाहरणों में n -वाँ पद n का रैखिक व्यंजक है। **रैखिक पैटर्न वह अनुक्रम है जिसमें दो क्रमागत पदों का अंतर स्थिर रहता है।**

प्रश्नावली 2.3 (हल सहित)

प्र.1 एक छात्रा के पास ₹500 हैं और हर माह ₹150 और मिलते हैं। राशि और n -वें माह का रैखिक व्यंजक?

उत्तर- शुरू में 500। 1 माह बाद: 650। 2 माह बाद: 800। 3 माह बाद: 950। हर माह 150 जुड़ते हैं। n माह बाद: $500 + 150n$ । (यदि ₹500 को पहले माह की राशि मानो तो नियम $350 + 150n$ बनता है। दोनों एक ही +150 पैटर्न बताते हैं।)

प्र.2 एक रैली 120 सदस्यों से शुरू होती है और हर घंटे 9 सदस्य चले जाते हैं। 1, 2, 3 ... घंटे बाद सदस्य? n -वें घंटे का व्यंजक?

उत्तर- 1 घंटे बाद: 111। 2 घंटे बाद: 102। 3 घंटे बाद: 93। n घंटे बाद: $120 - 9n$ । हर बार अंतर -9 है, इसलिए यह रैखिक है।

प्र.3 आयत की लंबाई 13 सेमी है। चौड़ाई (i) 12 (ii) 10 (iii) 8 सेमी हो तो क्षेत्रफल? पैटर्न?

उत्तर- क्षेत्रफल = $13 \times$ चौड़ाई। (i) $13 \times 12 = 156$ सेमी²। (ii) $13 \times 10 = 130$ सेमी²। (iii) $13 \times 8 = 104$ सेमी²। चौड़ाई 2 घटने पर क्षेत्रफल हर बार 26 घटता है। सामान्यतः क्षेत्रफल = $13b$, जो रैखिक पैटर्न है।

प्र.4 डिब्बे की लंबाई 7 सेमी और चौड़ाई 11 सेमी है। ऊँचाई (i) 5 (ii) 9 (iii) 13 सेमी हो तो आयतन?

उत्तर- आयतन = $7 \times 11 \times h = 77h$ । (i) $77 \times 5 = 385$ सेमी³। (ii) $77 \times 9 = 693$ सेमी³। (iii) $77 \times 13 = 1001$ सेमी³। h के 4 बढ़ने पर आयतन 308 बढ़ता है, यह रैखिक पैटर्न है।

प्र.5 सरिता 500 पृष्ठ की किताब रोज 20 पृष्ठ पढ़ती है। 15 दिन बाद कितने पृष्ठ बचे? पैटर्न?

उत्तर- n दिन बाद बचे पृष्ठ = $500 - 20n$ । $n = 15$ के लिए: $500 - 300 = 200$ पृष्ठ बचे। पैटर्न 480, 460, 440 ... हर दिन 20 घटता है।

2.4 रैखिक वृद्धि और रैखिक क्षय

रैखिक वृद्धि: कोई मात्रा बराबर कदमों में **उतनी ही बढ़ती** है (जैसे हर हफ्ते ₹100 जोड़ने पर तुम्हारी बचत)। **रैखिक क्षय:** मात्रा बराबर कदमों में **उतनी ही घटती** है (जैसे रोज़ खर्च होता फ़ोन का बैलेंस)।

उदाहरण 9: यात्रा का खर्च, $C(d) = 100 + 60d$

चरण 1: $d = 0 \rightarrow 100, d = 1 \rightarrow 160, d = 2 \rightarrow 220, d = 3 \rightarrow 280, d = 4 \rightarrow 340, d = 5 \rightarrow 400$

चरण 2: हर अतिरिक्त किमी पर ₹60 बढ़ते हैं। अतः यह **रैखिक वृद्धि** है।

सोचो! 15 किमी: $100 + 60 \times 15 = \text{₹}1000$ । खर्च ₹700: $100 + 60d = 700, d = 10$ किमी।

उदाहरण 10: टंकी में पानी, $h(t) = 3 - 0.5t$

चरण 1: $t = 0 \rightarrow 3$ मी, $t = 1 \rightarrow 2.5, t = 2 \rightarrow 2, t = 3 \rightarrow 1.5, t = 4 \rightarrow 1$

चरण 2: हर माह ऊँचाई 0.5 मी घटती है। यह **रैखिक क्षय** है।

सोचो! 5 माह बाद: $3 - 0.5 \times 5 = 0.5$ मी।

शिक्षक की बात: झटपट जाँच। क्या हर कदम पर जोड़ी या घटाई जाने वाली संख्या वही है? हाँ → रैखिक। वह धन है (वृद्धि) या ऋण (क्षय)? उससे नाम तय होता है।

प्रश्नावली 2.4 (हल सहित)

प्र.1 एक पौधा 1.75 फुट ऊँचा है और हर माह 0.5 फुट बढ़ता है। (i) 7 माह बाद ऊँचाई। (ii) $t = 0$ से 10 की सारणी। (iii) व्यंजक और क्यों रैखिक वृद्धि।

उत्तर- (i) $1.75 + 0.5 \times 7 = 1.75 + 3.5 = 5.25$ फुट।

(ii) $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ पर $h = 1.75, 2.25, 2.75, 3.25, 3.75, 4.25, 4.75, 5.25, 5.75, 6.25, 6.75$ ।

(iii) $h = 1.75 + 0.5t$ । ऊँचाई हर माह उतनी ही 0.5 फुट बढ़ती है, इसलिए यह **रैखिक वृद्धि** है।

प्र.2 ₹10,000 का फ़ोन हर वर्ष ₹800 मूल्य खोता है। (i) 3 वर्ष बाद मूल्य। (ii) $t = 0$ से 8 की सारणी। (iii) व्यंजक और क्यों रैखिक क्षय।

उत्तर- (i) $10000 - 800 \times 3 = \text{₹}7600$ ।

(ii) $t = 0$ से 8 पर $v = 10000, 9200, 8400, 7600, 6800, 6000, 5200, 4400, 3600$ ।

(iii) $v = 10000 - 800t$ । मूल्य हर वर्ष उतना ही ₹800 घटता है, इसलिए यह रैखिक क्षय है।

प्र.3 गाँव की जनसंख्या 750 है और हर वर्ष 50 लोग आते हैं। (i) 6 वर्ष बाद जनसंख्या। (ii) $t = 0$ से 10 की सारणी। (iii) व्यंजक।

उत्तर- (i) $750 + 50 \times 6 = 1050$ ।

(ii) $t = 0$ से 10 पर $P = 750, 800, 850, 900, 950, 1000, 1050, 1100, 1150, 1200, 1250$ ।

(iii) $P = 750 + 50t$ । हर वर्ष वही +50, इसलिए रैखिक वृद्धि ।

प्र.4 ₹600 के रिचार्ज का बैलेंस रोल ₹15 घटता है। (i) बैलेंस $b(x)$ का समीकरण। (ii) कितने दिन में शून्य? (iii) $x = 1$ से 10 की सारणी।

उत्तर- (i) $b(x) = 600 - 15x$ । यह हर दिन 15 घटता है, इसलिए रैखिक क्षय है।

(ii) $600 - 15x = 0$ से $x = 40$ दिन ।

(iii) $x = 1$ से 10 पर $b = 585, 570, 555, 540, 525, 510, 495, 480, 465, 450$ ।

2.5 रैखिक संबंध: $y = ax + b$

दो राशियों x और y के बीच रैखिक संबंध $y = ax + b$ के रूप में लिखा जाता है, जहाँ a और b निश्चित संख्याएँ हैं। टाइल वाले पैटर्न में $x =$ चरण-संख्या और $y =$ टाइलें, इसलिए $y = 2x - 1$ । यहाँ $a = 2$ और $b = -1$ ।

अक्सर a और b दिए नहीं होते। हमें दो स्थितियाँ दी जाती हैं और a, b ढूँढने होते हैं। तरकीब: हर स्थिति एक समीकरण देती है; दो समीकरणों से a और b मिल जाते हैं ।

उदाहरण 11: टेलीकॉम का बिल

चरण 1: उसने 10 GB चलाया और ₹350 दिए; 20 GB चलाया और ₹550 दिए। $y = ax + b$ में रखो: $350 = 10a + b$ और $550 = 20a + b$ ।

चरण 2: पहले से $b = 350 - 10a$ । इसे दूसरे में रखो: $550 = 20a + 350 - 10a$ अतः $550 = 10a + 350$, $10a = 200$, $a = 20$ ।

चरण 3: तब $b = 350 - 10(20) = 350 - 200 = 150$ ।

चरण 4: संबंध: $y = 20x + 150$ ।

सोचो! 20 और 150 का अर्थ? **150 निश्चित मासिक शुल्क है** (0 GB चलाने पर भी देना पड़ता है) और **20 प्रति GB अतिरिक्त कीमत है**। ऐसे हर प्रश्न में a = प्रति इकाई दर और b = शुरुआती निश्चित राशि।

शिक्षक की बात: शॉर्टकट। दोनों समीकरण घटा दो: $550 - 350 = (20a + b) - (10a + b)$, अतः $200 = 10a$ । b गायब हो जाता है। कई छात्रों को यह तरीका अधिक पसंद आता है।

प्रश्नावली 2.5 (हल सहित)

प्र.1 एक प्लेटफॉर्म निश्चित शुल्क और प्रति मॉड्यूल कीमत लेता है। 10 मॉड्यूल का बिल ₹400, 14 मॉड्यूल का ₹500। a और b ज्ञात करो।

उत्तर- $400 = 10a + b$ और $500 = 14a + b$ । घटाओ: $100 = 4a$, अतः $a = 25$ । तब $b = 400 - 250 = 150$ । इसलिए $y = 25x + 150$: ₹150 निश्चित और ₹25 प्रति मॉड्यूल।

प्र.2 जिम में 10 घंटे कोर्ट का बिल ₹800 और 15 घंटे का ₹1100 है। a और b ज्ञात करो।

उत्तर- $800 = 10a + b$ और $1100 = 15a + b$ । घटाओ: $300 = 5a$, अतः $a = 60$ । तब $b = 800 - 600 = 200$ । इसलिए $y = 60x + 200$: ₹200 निश्चित और ₹60 प्रति घंटा।

प्र.3 $^{\circ}\text{C} = a^{\circ}\text{F} + b$ । बर्फ $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$ पर पिघलती है और पानी $100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$ पर उबलता है। a और b ज्ञात करो।

उत्तर- यहाँ पहला चर $^{\circ}\text{C}$ है और निवेश $^{\circ}\text{F}$ है। $0 = 32a + b$ और $100 = 212a + b$ । घटाओ: $100 = 180a$, अतः $a = 100/180 = 5/9$ । तब $b = -32a = -32 \times 5/9 = -160/9$ ।

इसलिए $^{\circ}\text{C} = (5/9)^{\circ}\text{F} - 160/9 = (5/9)(^{\circ}\text{F} - 32)$ । 212 से जाँच: $(5/9)(180) = 100 \checkmark$ ।

2.6 रैखिक संबंधों को देखना: आलेख

$y = ax + b$ का आलेख हमेशा एक **सीधी रेखा** होता है। सीधी रेखा खींचने के लिए केवल **दो बिंदु** चाहिए। जाँचने के लिए तीसरा बिंदु भी ले लो।

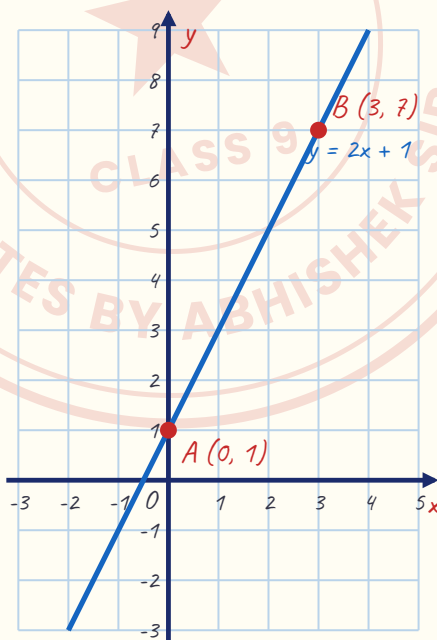
उदाहरण: $y = 2x + 1$ खींचो

चरण 1: $x = 0$ लो: $y = 2(0) + 1 = 1$ बिंदु **A(0, 1)** ।

चरण 2: $x = 3$ लो: $y = 2(3) + 1 = 7$ बिंदु **B(3, 7)** ।

चरण 3: A और B को ग्राफ पेपर पर अंकित करो, पटरी से जोड़ो और दोनों ओर बढ़ा दो।

चरण 4: जाँच: $x = 1$ पर $y = 3$, अतः (1, 3) रेखा पर होना चाहिए। $x = 7$ पर 15, अतः (7, 15) भी इस पर है।



रेखा $y = 2x + 1$, जो A(0, 1) और B(3, 7) से गुजरती है

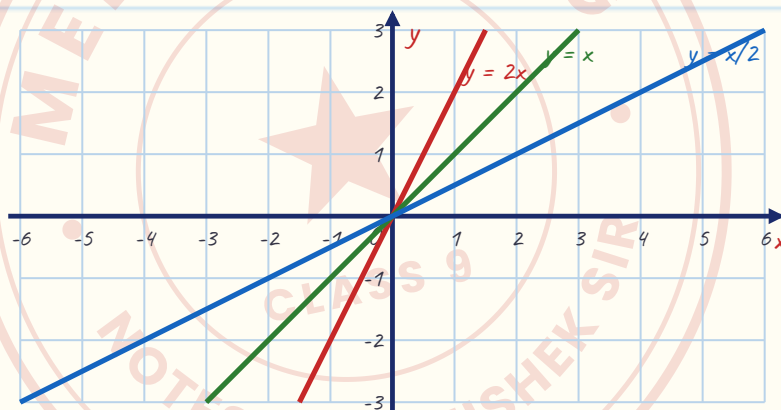
शिक्षक की बात: कोई बिंदु रेखा पर **तभी** है जब उसके निर्देशांक समीकरण को संतुष्ट करें। क्या (7, 15) $y = 2x + 1$ पर है? $x = 7$ रखो: $2(7) + 1 = 15 \checkmark$ । हाँ। क्या (2, 6)? $2(2) + 1 = 5$, 6 नहीं, अतः **नहीं** ।

बिंदुओं से समीकरण का अनुमान। बिंदु $(-1, -3)$, $(0, 0)$, $(1, 3)$, $(3, 9)$, $(4, 12)$ देखो। हर y अपने x का **3 गुना** है, इसलिए रेखा **$y = 3x$** है। $(-3, 6)$, $(-2, 4)$, $(0, 0)$, $(1, -2)$, $(2, -4)$, $(3, -6)$ के लिए हर y अपने x का **-2 गुना** है, इसलिए रेखा **$y = -2x$** है।

a की भूमिका: ढाल

$y = x/2$, $y = x$ और $y = 2x$ को एक ही अक्षों पर खींचो। क्या दिखता है?

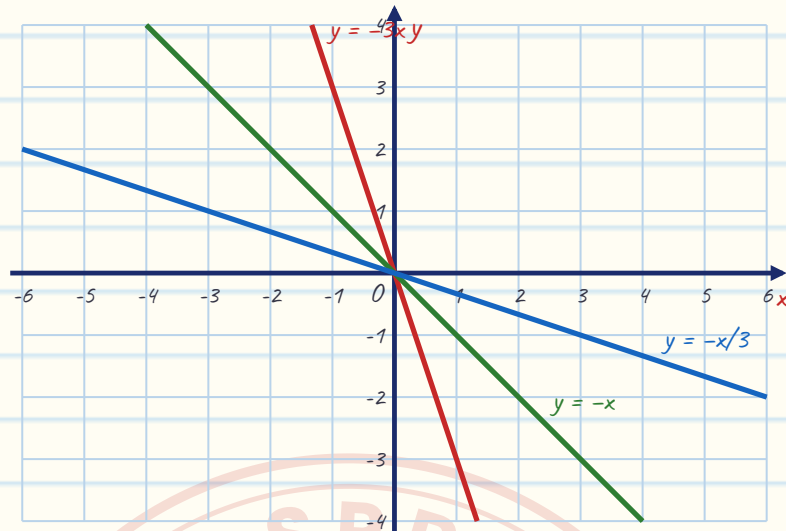
- तीनों रेखाएँ **मूल बिंदु $(0, 0)$** से गुजरती हैं। जब $b = 0$, यानी $y = ax$, रेखा मूल बिंदु से जाती है।
- $y = x$ दोनों अक्षों से बराबर कोण (45°) बनाती है।
- $y = 2x$ ($a > 1$) $y = x$ से **अधिक तीखी** है। $y = x/2$ ($a < 1$) **अधिक सपाट** है।



$y = x/2$, $y = x$, $y = 2x$: a जितना बड़ा, रेखा उतनी तीखी

संख्या a रेखा की **ढाल** कहलाती है। ढाल बताती है कि रेखा कितनी तीखी है: x के 1 बढ़ने पर y कितना बदलता है। $y = 2x - 1$ (टाइलें) में ढाल 2 ठीक वही स्थिर अंतर है जो क्रमागत पदों में है।

अब $y = -x/3$, $y = -x$ और $y = -3x$ लो। ये भी मूल बिंदु से जाती हैं, पर दूसरी ओर झुकती हैं, यानी **दाईं ओर नीचे** जाती हैं।



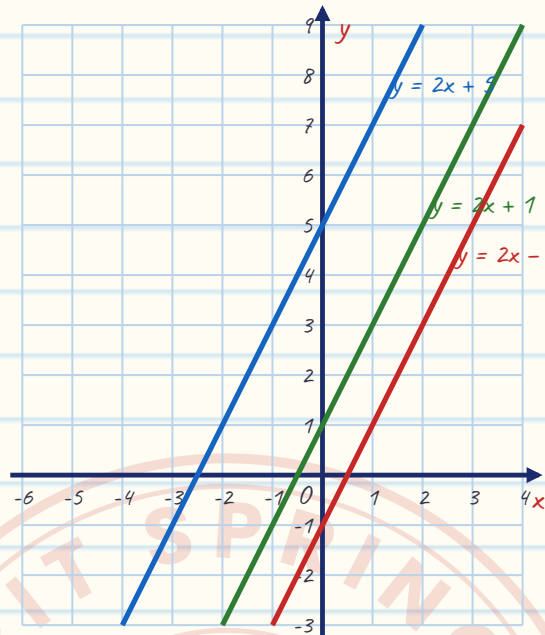
$y = -x/3$, $y = -x$, $y = -3x$: सब दाईं ओर नीचे जाती हैं

ढाल a	रेखा	पैटर्न
$a > 0$ (धनात्मक)	दाईं ओर ऊपर	रैखिक वृद्धि
$a < 0$ (ऋणात्मक)	दाईं ओर नीचे	रैखिक क्षय
$a = 0$	सपाट (क्षैतिज)	अचर

सोचो! $y = 3x + 1$ और $y = -3x + 1$: दोनों y -अक्ष को $(0, 1)$ पर काटती हैं, क्योंकि दोनों में $b = 1$ है। पहली ऊपर चढ़ती है (ढाल 3), दूसरी नीचे उतरती है (ढाल -3)। ये y -अक्ष में एक-दूसरे के दर्पण-प्रतिबिंब हैं।

b की भूमिका: y -अंतःखंड

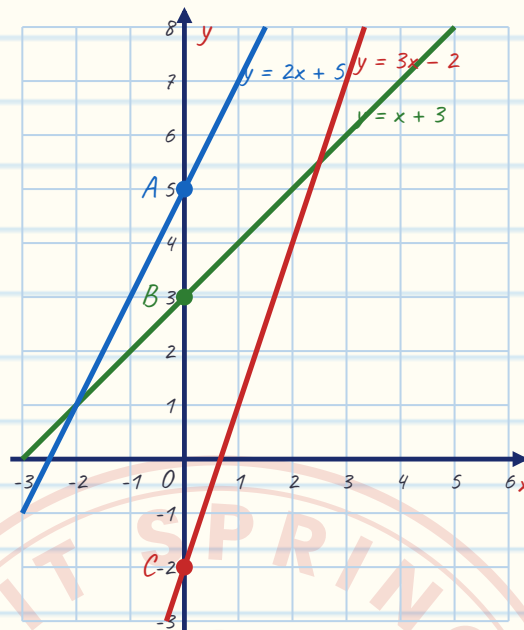
$a = 2$ स्थिर रखो और b बदलो: $y = 2x - 1$, $y = 2x + 1$, $y = 2x + 5$ । क्या होता है?



$y = 2x - 1, 2x + 1, 2x + 5$: समान ढाल, समांतर रेखाएँ

तीनों रेखाएँ बराबर झुकी हैं पर ऊपर-नीचे खिसकी हैं। ये कभी नहीं मिलतीं। ये समांतर हैं। अतः ढाल समान, b अलग $\Rightarrow$ समांतर रेखाएँ।

अब देखो $y = 2x + 5, y = x + 3$ और $y = 3x - 2$ y -अक्ष को कहाँ काटती हैं। y -अक्ष पर $x = 0$ होता है, इसलिए $y = b$ । ये $A(0, 5), B(0, 3)$ और $C(0, -2)$ पर काटती हैं।



रेखाएँ y -अक्ष को कहाँ काटती हैं (y -अंतःखंड)

अतः कोई भी रेखा $y = ax + b$, y -अक्ष को $(0, b)$ पर काटती है। b को y -अंतःखंड कहते हैं। मूल बिंदु से उस बिंदु तक की दूरी जहाँ रेखा y -अक्ष को काटती है। b धनात्मक हो तो बिंदु 0 के ऊपर, ऋणात्मक (जैसे -2) हो तो 0 के नीचे होता है।

तीन निष्कर्षों का सार

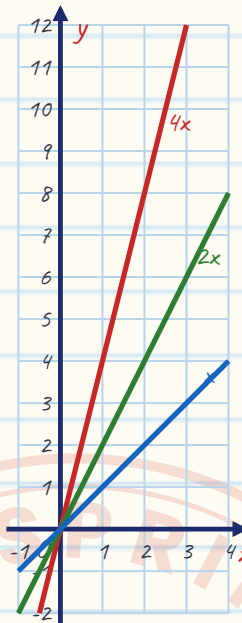
- $y = ax + b$ में a ढाल है और b y -अंतःखंड है।
- a बदलो, b वही रखो: ढाल बदलती है, y -अंतःखंड वही रहता है (रेखाएँ y -अक्ष के उसी बिंदु के चारों ओर घूमती हैं)।
- b बदलो, a वही रखो: रेखाएँ खिसकती हैं पर समांतर रहती हैं।

प्रश्नावली 2.6 (हल सहित)

हर रेखा के लिए दो बिंदु निकालो। a और b की भूमिका देखो।

प्र.1 (i) $y = 4x$, $y = 2x$, $y = x$

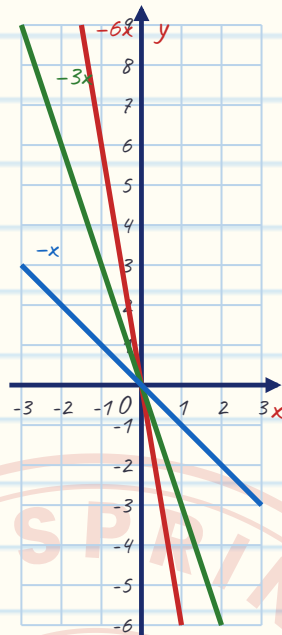
उत्तर- बिंदु: $4x$ के लिए $(0, 0)$ और $(1, 4)$; $2x$ के लिए $(0, 0)$ और $(1, 2)$; x के लिए $(0, 0)$ और $(1, 1)$ । हर रेखा 0 से जाती है। a जितना बड़ा, रेखा उतनी तीखी।



(i) $y = 4x, 2x, x$

(ii) $y = -6x, y = -3x, y = -x$

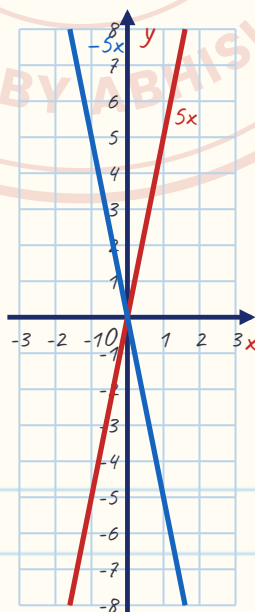
उत्तर- बिंदु: $(0, 0)$ और $(1, -6)$; $(0, 0)$ और $(1, -3)$; $(0, 0)$ और $(1, -1)$ । तीनों **नीचे** की ओर ढलती हैं ($a < 0$) और 0 से जाती हैं। चिह्न छोड़कर संख्या जितनी बड़ी, रेखा उतनी तीखी।



(ii) $y = -6x, -3x, -x$

(iii) $y = 5x, y = -5x$

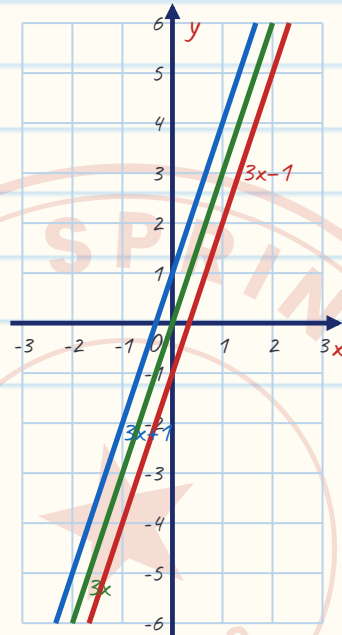
उत्तर- बिंदु: $(0, 0), (1, 5)$ और $(0, 0), (1, -5)$ । तीखापन समान, दिशाएँ उलटी। ये y -अक्ष (और x -अक्ष) में दर्पण-प्रतिबिंब हैं।



(iii) $y = 5x$ और $y = -5x$

(iv) $y = 3x - 1$, $y = 3x$, $y = 3x + 1$

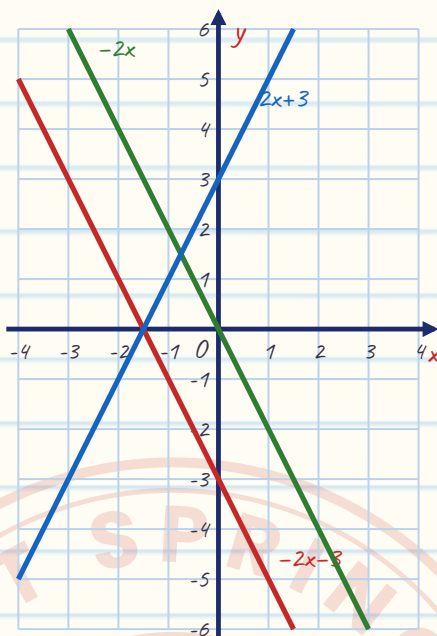
उत्तर- बिंदु: $3x - 1$ के लिए $(0, -1)$, $(1, 2)$; $3x$ के लिए $(0, 0)$, $(1, 3)$; $3x + 1$ के लिए $(0, 1)$, $(1, 4)$ । सबकी ढाल 3 है, इसलिए रेखाएँ **समांतर** हैं। ये y -अक्ष को -1 , 0 और 1 पर काटती हैं।



(iv) $y = 3x - 1$, $3x$, $3x + 1$

(v) $y = -2x - 3$, $y = -2x$, $y = 2x + 3$

उत्तर- बिंदु: $-2x - 3$ के लिए $(0, -3)$, $(-1, -1)$; $-2x$ के लिए $(0, 0)$, $(1, -2)$; $2x + 3$ के लिए $(0, 3)$, $(-1, 1)$ । पहली दो की ढाल -2 है, इसलिए वे **समांतर** हैं। तीसरी की ढाल $+2$ है और वह y -अक्ष को 3 पर काटती है।



(v) $y = -2x - 3, -2x, 2x + 3$

अध्याय के अंत के प्रश्न (हल सहित)

प्र.1 x में घात 3 का एक बहुपद लिखो जिसमें x^2 का गुणांक -7 हो।

उत्तर- उदाहरण: $2x^3 - 7x^2 + x + 4$ । सबसे बड़ी घात 3 (घात 3) और x^2 का गुणांक -7 ✓।

प्र.2 मान ज्ञात करो: (i) $5x^2 - 3x + 7$, $x = 1$ पर (ii) $4t^3 - t^2 + 6$, $t = a$ पर।

उत्तर- (i) $5(1) - 3(1) + 7 = 5 - 3 + 7 = 9$ । (ii) बस t की जगह a रखो: $4a^3 - a^2 + 6$ ।

प्र.3 किसी संख्या को $5/2$ से गुणा करके $2/3$ जोड़ने पर $-7/12$ मिलता है। संख्या?

उत्तर- संख्या x है। $(5/2)x + 2/3 = -7/12$ । $2/3 (= 8/12)$ घटाओ: $(5/2)x = -7/12 - 8/12 = -15/12 = -5/4$ । $2/5$ से गुणा करो: $x = (-5/4)(2/5) = -1/2$ । जाँच: $(5/2)(-1/2) = -5/4$; $-5/4 + 2/3 = -15/12 + 8/12 = -7/12$ ✓।

प्र.4 एक धनात्मक संख्या दूसरी की 5 गुनी है। दोनों में 21 जोड़ने पर एक नई संख्या दूसरी की दोगुनी हो जाती है। संख्याएँ?

उत्तर- छोटी n है, बड़ी $5n$ है। 21 जोड़ने पर: $n + 21$ और $5n + 21$ । बड़ी, छोटी की दोगुनी है: $5n + 21 = 2(n + 21) = 2n + 42$ । अतः $3n = 21$, $n = 7$ । संख्याएँ 7 और 35 हैं।

जाँच: 28 और 56, और $56 = 2 \times 28 \checkmark$

प्र.5 तुम्हारे पास ₹800 हैं और हर माह ₹250 बचाते हो। (i) 6 माह (ii) 2 वर्ष बाद राशि? रैखिक पैटर्न?

उत्तर- m माह बाद: $A = 800 + 250m$ | (i) $m = 6$: $800 + 1500 = ₹2300$ | (ii) 2 वर्ष = 24 माह: $800 + 6000 = ₹6800$ |

प्र.6 दो अंकों की संख्या के अंकों का अंतर 3 है। अंक उलटकर मूल संख्या में जोड़ने पर 143 मिलता है। संख्याएँ?

उत्तर- अंक a (दहाई) और b (इकाई) हैं। संख्या = $10a + b$, उलटी = $10b + a$ | योग = $11a + 11b = 143$, अतः $a + b = 13$ | साथ ही $a - b = 3$ या $b - a = 3$ | यदि $a - b = 3$: $a = 8, b = 5$ | यदि $b - a = 3$: $a = 5, b = 8$ | संख्याएँ **85 और 58** हैं। जाँच: $85 + 58 = 143 \checkmark$

प्र.7 आलेख खींचो, ढाल और y -अंतःखंड बताओ और वह बिंदु भी जहाँ रेखा y -अक्ष को काटती है: (i) $y = -3x + 4$ (ii) $2y = 4x + 7$ (iii) $5y = 6x - 10$ (iv) $3y = 6x - 11$ | कोई समांतर हैं?

उत्तर- पहले हर समीकरण को भाग देकर $y = ax + b$ रूप में लिखो।

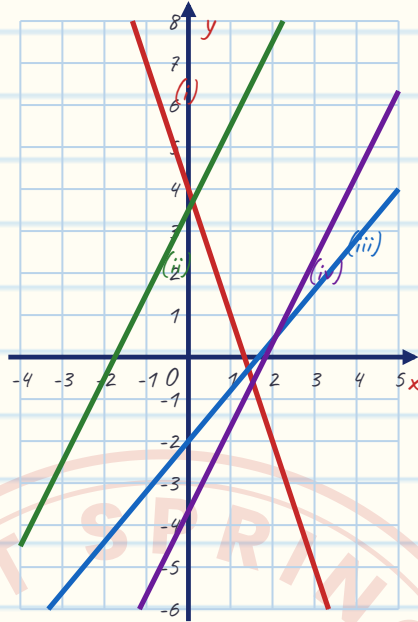
(i) $y = -3x + 4$: ढाल **-3**, y -अंतःखंड **4**, बिंदु **(0, 4)** |

(ii) $y = 2x + 7/2$: ढाल **2**, y -अंतःखंड **3.5**, बिंदु **(0, 3.5)** |

(iii) $y = (6/5)x - 2$: ढाल **6/5**, y -अंतःखंड **-2**, बिंदु **(0, -2)** |

(iv) $y = 2x - 11/3$: ढाल **2**, y -अंतःखंड **$-11/3 \approx -3.67$** , बिंदु **(0, -11/3)** |

(ii) और (iv) समांतर हैं, दोनों की ढाल 2 है।



प्रश्न 7: चारों रेखाएँ

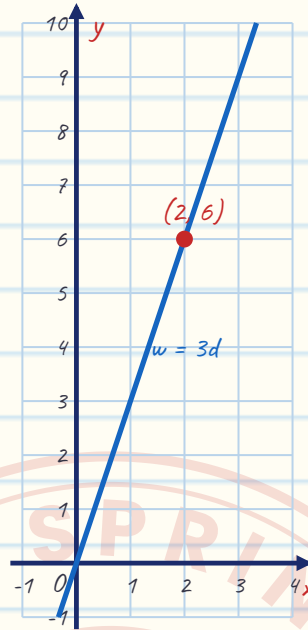
प्र.8 $y = (9/5)(x - 273) + 32$ केल्विन (x) से $^{\circ}\text{F}$ (y) देता है। (i) 313 K पर $^{\circ}\text{F}$? (ii) 158 $^{\circ}\text{F}$ पर K?

उत्तर- (i) $x - 273 = 40$ $y = (9/5)(40) + 32 = 72 + 32 = 104^{\circ}\text{F}$ ।

(ii) $158 = (9/5)(x - 273) + 32$ अतः $(9/5)(x - 273) = 126$, $x - 273 = 126 \times 5/9 = 70$, $x = 343$ K ।

प्र.9 कार्य = बल $\times$ दूरी। बल 3 इकाई लेकर w को d में लिखो, आलेख खींचो और $d = 2$ पर कार्य निकालो।

उत्तर- $w = 3d$ । यह $y = ax$ है जिसमें $a = 3$ । बिंदु: $(0, 0)$, $(1, 3)$, $(2, 6)$ । $d = 2$ पर $w = 6$ इकाई । आलेख पर $d = 2$ से ऊपर रेखा तक जाओ, फिर ऊर्ध्वाधर अक्ष पर 6 पढ़ो।



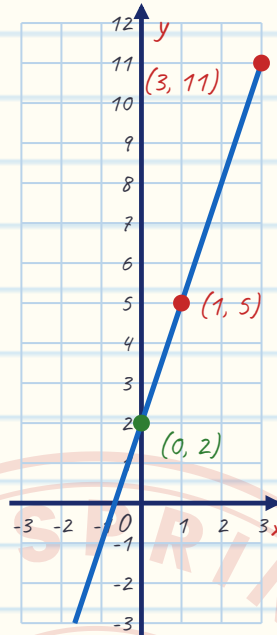
$$w = 3d$$

प्र.10 रैखिक बहुपद $p(x)$ का आलेख $(1, 5)$ और $(3, 11)$ से गुज़रता है। (i) $p(x)$ ज्ञात करो।
(ii) यह अक्षों को कहाँ काटता है? (iii) आलेख से जाँचो।

उत्तर- (i) $p(x) = ax + b$ लो। तब $5 = a + b$ और $11 = 3a + b$ घटाओ: $6 = 2a$, $a = 3$, और $b = 5 - 3 = 2$ । अतः $p(x) = 3x + 2$ ।

(ii) y -अक्ष: $x = 0$ पर $y = 2$, अतः $(0, 2)$ । x -अक्ष: $3x + 2 = 0$ से $x = -2/3$, अतः $(-2/3, 0)$ ।

(iii) $(1, 5)$, $(3, 11)$, $(0, 2)$ से गुज़रने वाला आलेख सीधी रेखा है और अक्षों को दिखाए अनुसार काटता है।



$$p(x) = 3x + 2$$

प्र.11 $p(x) = ax + b$, $q(x) = cx + d$ । (i) $p(0) = 5$ । (ii) $p(x) - q(x)$, x -अक्ष को $(3, 0)$ पर काटता है। (iii) $p(x) + q(x) = 6x + 4$ । p और q ज्ञात करो।

उत्तर- (i) $p(0) = b = 5$ ।

(iii) $(a + c)x + (b + d) = 6x + 4$, अतः $a + c = 6$ और $b + d = 4$ । $b = 5$ है, इसलिए $d = -1$ ।

(ii) $p - q = (a - c)x + (b - d) = (a - c)x + 6$ । यह $x = 3$ पर शून्य है: $3(a - c) + 6 = 0$, अतः $a - c = -2$ ।

अब $a + c = 6$ और $a - c = -2$ । जोड़ो: $2a = 4$, $a = 2$, और $c = 4$ ।

अतः $p(x) = 2x + 5$ और $q(x) = 4x - 1$ । जाँच: $p + q = 6x + 4$ ✓।

प्र.12 माचिस की तीलियों से षट्भुज: चरण 1 में 1 षट्भुज (6 तीलियाँ); हर नया षट्भुज पिछले के साथ एक भुजा साझा करता है। (i) अगले दो चरण। (ii) सारणी। (iii) चरण n का नियम। (iv) 15वाँ चरण। (v) क्या 200 तीलियों से कोई चरण बन सकता है?

उत्तर- चरण 1: 6 तीलियाँ। नया षट्भुज एक भुजा साझा करता है, इसलिए उसे केवल 5 नई तीलियाँ चाहिए।

(i) चरण 4: 21 तीलियाँ। चरण 5: 26 तीलियाँ।

(ii) चरण $n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots n$ पर तीलियाँ $6, 11, 16, 21, 26 \dots 5n + 1$ ।

(iii) नियम: $5n + 1$ (पहले षट्भुज के 6, फिर हर चरण में 5 और; $n = 1$ जाँचो: $5 + 1 = 6 \checkmark$) ।

(iv) $n = 15$: $5 \times 15 + 1 = 76$ तीलियाँ ।

(v) $5n + 1 = 200$ से $n = 199/5 = 39.8$, जो पूर्ण संख्या नहीं है। अतः **नहीं**, 200 तीलियों से ठीक कोई चरण नहीं बनता। (चरण 39 में 196 और चरण 40 में 201 लगती हैं।)

प्र.13 $p(x) = ax + b$, $(2, 3)$ और $(6, 11)$ से गुज़रता है। $q(x) = cx + d$, $(4, -1)$ से गुज़रता है और $p(x)$ के समांतर है। p , q और x -अक्ष पर मिलने के बिंदु ज्ञात करो।

उत्तर- p : $3 = 2a + b$ और $11 = 6a + b$ । घटाओ: $8 = 4a$, $a = 2$, $b = 3 - 4 = -1$ ।

अतः $p(x) = 2x - 1$ ।

q समांतर है, इसलिए उसकी ढाल वही $c = 2$ है। $(4, -1)$ से: $-1 = 8 + d$, $d = -9$ ।

अतः $q(x) = 2x - 9$ ।

x -अक्ष पर मिलना: $p = 0$ से $x = 1/2$, बिंदु $(1/2, 0)$ । $q = 0$ से $x = 9/2$, बिंदु $(9/2, 0)$ ।

प्र.14 $f(x) = ax + a$ ($a > 0$) के सभी फलनों में क्या समान है?

उत्तर- $f(x) = a(x + 1)$ । $x = -1$ रखो: $f(-1) = 0$ । अतः **ऐसी हर रेखा बिंदु $(-1, 0)$ से गुज़रती है**। साथ ही $a > 0$ होने से हर रेखा की ढाल धनात्मक है और उसका y -अंतःखंड उसकी ढाल के बराबर (दोनों a) है।

त्वरित दोहराव

- **बीजीय व्यंजक** में पद, चर, गुणांक और अचर होते हैं। एक चर वाले **बहुपद** की **घात** = सबसे बड़ी घात। घात 1 = रैखिक, 2 = द्विघात, 3 = घन, 0 = अचर।
- **रैखिक पैटर्न** हर कदम पर समान मात्रा से बदलता है। बढ़ना = **रैखिक वृद्धि**, घटना = **रैखिक क्षय** ।
- $y = ax + b$: a = **ढाल**, b = **y -अंतःखंड** (रेखा y -अक्ष को $(0, b)$ पर काटती है)।
- यदि $b = 0$ तो रेखा मूल बिंदु से जाती है।
- $a > 0$ का अर्थ वृद्धि (रेखा ऊपर जाती है), $a < 0$ का अर्थ क्षय (रेखा नीचे जाती है)।

- a समान, b अलग $\Rightarrow$ **समांतर रेखाएँ** ।
- दो बिंदुओं से a और b निकालने के लिए दो समीकरण बनाओ और घटाओ।

शिक्षक की बात: खुद करो: अपनी माँ से पूछो कि दूधवाला रोज़ कितना लेता है। n दिन के बिल का नियम बनाओ और उसका आलेख खींचो। यह वृद्धि है या क्षय?

