

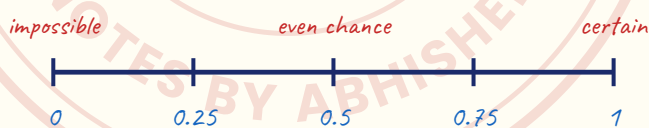
7.1 What is probability?

Will it rain today? Will our school win the hockey match? Will my name come out in the lucky draw? We do not know for sure. These are **random events**: we know the possible results, but **not which one will happen**. **Probability** is a number that measures **how likely** an event is.

Random experiment: something you can repeat (toss a coin, roll a die) where the result can be different every time and you cannot predict it. You know **what could happen**, not **what will happen**. That is why a **coin toss** is a fair way to decide who bats first: neither captain can know or control the result, and both sides have the same chance.

The probability scale

Probability is a number from **0 to 1**. **0** means impossible. **1** means certain. **0.5** means an even chance (50%). Most events lie in between. Probability of an event E is written $P(E)$, and $0 \leq P(E) \leq 1$.



The probability scale

Event	Meaning
Number greater than 6 on a die	Impossible ($P = 0$)
Rolling a 3 on a die	Less likely ($1/6$)
Heads on a coin	Even chance ($1/2$)
A number 2 to 10 from a pack of 52 cards	More likely ($36/52$)
Red sweet from a bag of only red sweets	Certain ($P = 1$)

Exercise Set 7.1 (solved)

Q.1 Rank each event and give a reason

Ans. (i) The next Monday will come after Sunday: **Certain** (1). A Monday always follows a Sunday.

(ii) Snow in Mumbai in July: **Impossible** (0). Mumbai is hot and rainy in July, snow never happens there.

(iii) An elephant walks through your classroom today: **Impossible, or extremely unlikely** (near 0). It is not forbidden by nature, but it practically never happens.

(iv) You greet at least one friend at school tomorrow: **More likely** (close to 1). You meet many friends, though you might be absent.

7.2 Measuring probability objectively

Two ways: (1) **Experimental probability**, from evidence of experiments or past data. (2) **Theoretical probability**, by reasoning when all outcomes are equally likely. Each result of an experiment is an **outcome**. The set of all outcomes is the **sample space**. Coin: {H, T}. Die: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

$$\text{Experimental } P = (\text{times the event occurred}) \div (\text{total trials})$$

Example: Roll a die 50 times, and get a 4 eight times

Step 1: Experimental probability = $8/50 = 0.16 = 16\%$. This is also the **relative frequency** of rolling a 4.

$$\text{Theoretical } P(E) = (\text{favourable outcomes}) \div (\text{all possible outcomes})$$

Example 3: Die, getting a 4

Step 1: Favourable = 1, possible = 6. $P = 1/6 \approx 0.167$.

Example 4: Letter B from the word PROBABILITY

Step 1: The word has 11 letters and 2 Bs. $P = 2/11 \approx 0.182$.

Example 5: Favourite fruit of 50 students: mango 20, apple 15, banana 10, grape 5

Step 1: $P(\text{mango}) = 20/50 = 0.4$.

Step 2: For a school of 1500: mangoes $\approx 40\%$ of 1500 = 600. This works by taking a **sample** from the **population**. A bigger and more varied (representative) sample gives a better estimate.

Teacher's Note: Experimental probability can differ from theoretical probability when trials are few. As trials increase, it comes closer to the theoretical value. This is the **Law of Large Numbers**.

Think! If you have rolled a 4 eight times in a row, the chance of a 4 next time is **still** $1/6$. Probability tells what happens in the **long run**, not what will happen next.

Careful! Gambler's Fallacy. After 6 heads in a row, many people think tails is "due". Wrong! A coin has **no memory**. Each toss is independent, and tails is still $1/2$. Same for three 6s in a row in Snakes and Ladders: the chance of 6 next time is still $1/6$.

Teacher's Note: A coin or die is **fair (unbiased)** if it is symmetrical, so no side is favoured. A "random toss" means it falls freely.

Exercise Set 7.2 (solved)

Q.1 Sample of 30 sweets: 10 red, 8 green, 7 yellow, 5 blue

Ans. (i) $P(\text{green}) = 8/30 = 4/15 \approx 0.267$.

(ii) $P(\text{yellow}) = 7/30$. Out of 600 sweets: $7/30 \times 600 = 140$ yellow.

Q.2 40 students: Science 14, Arts 11, Sports 9, Debate 6. School has 800

Ans. (i) $P(\text{Arts}) = 11/40 = 0.275$.

(ii) $P(\text{Sports}) = 9/40$. $9/40 \times 800 = 180$ students.

Q.3 Toss a coin 20 times

Ans. Your numbers will differ. Example: 11 heads, 9 tails.

(i) Heads = 11. (ii) Tails = 9. (iii) Experimental $P(\text{heads}) = 11/20 = 0.55$.

(iv) For the next toss $P(\text{tails}) = 1/2$, whatever happened before (no memory).

Q.4 Toss a paper cup 100 times

Ans. Do it and count. Example result: bottom 60, top 10, side 30.

$P(\text{bottom}) = 60/100 = 0.6$, $P(\text{top}) = 0.1$, $P(\text{side}) = 0.3$. They add up to 1. Your numbers will be a little different.

Q.5 Even number on a fair die

Ans. Favourable: 2, 4, 6 = 3. $P = 3/6 = 1/2$.

Q.6 Die rolled 12 times, 3 appeared three times

Ans. (i) Experimental = $3/12 = 0.25$.

(ii) Theoretical = $1/6 \approx 0.167$.

(iii) They differ because 12 trials are too few. With more trials they come close: 60 rolls $\rightarrow$ about 10 threes, 600 $\rightarrow$ about 100, 6000 $\rightarrow$ about 1000. The experimental probability gets close to $1/6$.

7.3 Sample space and events

The **sample space** S lists **every** possible outcome, each **once**. Its size is $n(S)$.

Examples: rain tomorrow: $S = \{\text{Rain, No Rain}\}$, $n = 2$. A match: $S = \{\text{Win, Lose, Draw}\}$, $n = 3$. Two coins: $S = \{\text{HH, HT, TH, TT}\}$, $n = 4$.

Teacher's Note: The sample space must match the question. For rainfall amounts, use {No Rain, Drizzle, Light Rain, Heavy Rain}.

An **event** is a **subset** of the sample space. Two coins, "at least one head": $E = \{HH, HT, TH\}$. Die, "number greater than 4": $E = \{5, 6\}$. Fruit basket, "yellow fruit": $E = \{\text{Banana}\}$.

Exercise Set 7.3 (solved)

Q.1 Outcomes when one die is rolled

Ans. 6.

Q.2 Sample spaces

Ans. (i) Die and coin together: $S = \{1H, 2H, 3H, 4H, 5H, 6H, 1T, 2T, 3T, 4T, 5T, 6T\}$, 12 outcomes.

(ii) Random integer from -5 to 5: $S = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 11 outcomes.

(iii) 5 green and 7 red balls: $S = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, R_1, \dots, R_7\}$, 12 equally likely balls. By colour, $S = \{\text{green, red}\}$ (but then the two outcomes are not equally likely).

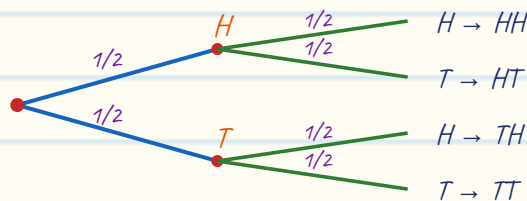
Q.3 Snacks: Samosa, Pakora, Bhaji. Drinks: Chai, Lassi

Ans. (i) $S = \{\text{Samosa-Chai, Samosa-Lassi, Pakora-Chai, Pakora-Lassi, Bhaji-Chai, Bhaji-Lassi}\}$. $3 \times 2 = 6$ combinations.

(ii) Event "Samosa": $\{\text{Samosa-Chai, Samosa-Lassi}\}$.

7.4 Tree diagrams

A **tree diagram** lists all outcomes of a **multi-step** experiment. Each path from start to end is one complete outcome. Write the probability on each branch.



Two coin tosses: 4 outcomes, each $1/4$

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$. $P(HH) = 1/4 = 0.25 = 25\%$.

Think! One head and one tail means HT or TH: 2 outcomes out of 4, so $P = 2/4 = 1/2$.

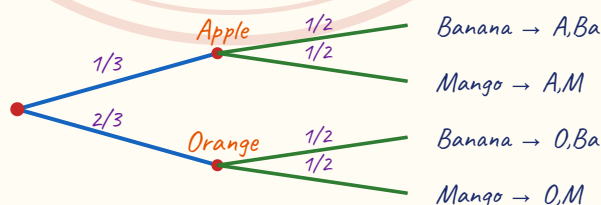
Exercise Set 7.4 (solved)

Q.1 Basket A: 1 apple, 2 oranges. Basket B: 1 banana, 1 mango

Ans. (i) Tree (see figure). Basket A has 3 fruits, so $P(\text{apple}) = 1/3$, $P(\text{orange}) = 2/3$. Basket B: banana $1/2$, mango $1/2$.

(ii) $S = \{(\text{Apple}, \text{Banana}), (\text{Apple}, \text{Mango}), (\text{Orange}_1, \text{Banana}), (\text{Orange}_1, \text{Mango}), (\text{Orange}_2, \text{Banana}), (\text{Orange}_2, \text{Mango})\}$. 6 outcomes.

(iii) $P(\text{apple and banana}) = 1/3 \times 1/2 = 1/6$.



Ex 7.4 Q1: one fruit from each basket

Q.2 Box: 3 red, 4 black, 2 green pens. Pick, put back, friend picks

Ans. (i) 9 pens. $P(R) = 3/9$, $P(B) = 4/9$, $P(G) = 2/9$ each time. Outcomes: RR, RB, RG, BR, BB, BG, GR, GB, GG: 9 colour pairs.

(ii) Same colour: $RR = 3/9 \times 3/9 = 9/81$. $BB = 16/81$. $GG = 4/81$. Total = $29/81$. So $P = 29/81 \approx 0.358$.

End-of-Chapter Exercises (solved)

Q.1 Fill in the blanks

Ans. (i) 0. (ii) sample space. (iii) 1. (iv) $1/2$.

Q.2 50 students, 15 like football

Ans. The relative frequency is $15/50 = 0.3$.

Q.3 Equally likely outcomes?

Ans. (i) Car starts or not: **No**. Starting is far more likely.

(ii) Fair coin: **Yes**. (iii) Fair die: **Yes**.

(iv) 3 red and 7 blue marbles, by colour: **No** (blue is more likely). Each single marble is equally likely, though.

(v) Boy or girl: **roughly yes**; we usually take them as equally likely.

Q.4 Sample space and probability

Ans. (i) Two coins, $S = \{HH, HT, TH, TT\}$. At least one head: 3 of 4, $P = 3/4$.

(ii) Cards 1 to 10: even = 2, 4, 6, 8, 10, so $P = 5/10 = 1/2$.

(iii) Die, greater than 4: $\{5, 6\}$, $P = 2/6 = 1/3$.

(iv) 3 red, 2 blue, 1 green (6 balls). Not red = $2 + 1 = 3$, $P = 3/6 = 1/2$.

(v) Three coins: $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$, 8 outcomes. Exactly two heads: $HHT, HTH, THH = 3$. $P = 3/8$.

Q.5 3 candies, strawberry?

Ans. $1/3$.

Q.6 2 shirts and 3 pants, outfits

Ans. $2 \times 3 = 6$ outfits.

Table: Red-Jeans, Red-Khakis, Red-Shorts, Blue-Jeans, Blue-Khakis, Blue-Shorts.

Q.7 Tyre table (1000 cases): 20, 210, 325, 445

Ans. (i) Less than 4000 km: $20/1000 = 0.02$.

(ii) Between 4000 and 14000: $(210 + 325)/1000 = 0.535$.

(iii) More than 14000: $445/1000 = 0.445$.

Check: $0.02 + 0.535 + 0.445 = 1 \checkmark$.

Q.8 Word PEACE (5 cards: P, E, A, C, E)

Ans. (i) P, E or C: $P(1) + E(2) + C(1) = 4$ cards. $P = 4/5$.

(ii) Not E: 3 cards (P, A, C). $P = 3/5$.

Q.9 Spinner with 1 to 8

Ans. (i) 8: $1/8$. (ii) Odd (1, 3, 5, 7): $4/8 = 1/2$.

(iii) Greater than 2 (3 to 8): $6/8 = 3/4$.

(iv) Less than 9: all 8, $P = 1$ (certain).

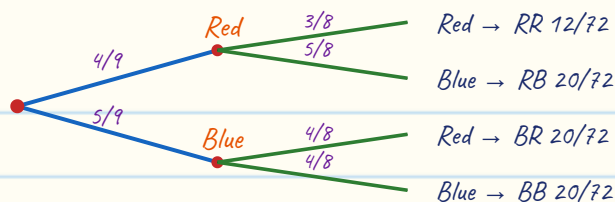
(v) Multiple of 3 (3, 6): $2/8 = 1/4$.

Q.10 4 red, 5 blue, two balls without replacement

Ans. See the tree.

(i) $P(\text{red then blue}) = 4/9 \times 5/8 = 20/72 = 5/18$.

(ii) $P(\text{two blue}) = 5/9 \times 4/8 = 20/72 = 5/18$.



EOC Q10: 4 red, 5 blue, no replacement

Q.11 Pair of dice: an event with probability 0, an outcome with probability 1

Ans. Event with probability 0: "the sum is 1" (the smallest sum is 2) or "the sum is more than 12".

Probability 1 belongs to the **event** "the sum is between 2 and 12", which is certain. No single outcome has probability 1, since each of the 36 outcomes has $1/36$.

Q.12 Probabilities

Ans. (i) Two dice, sum a prime greater than 5: sum 7 (6 ways) or sum 11 (2 ways). 8 of 36: $P = 2/9$.

(ii) 4 red, 3 green, 2 blue (9 balls), 2 drawn: total pairs = 36. Same colour: $6 + 3 + 1 = 10$. Different: 26. $P = 26/36 = 13/18$.

(iii) Three coins, first is heads and exactly two heads in total: HHT, HTH. $P = 2/8 = 1/4$.

(iv) 4-digit numbers from 1, 2, 3, 4, no repeat: 24 in all. Even needs last digit 2 or 4: $2 \times 6 = 12$. $P = 12/24 = 1/2$.

(v) 3 questions, each right with probability $1/4$: exactly two right = 3 ways $\times (1/4)(1/4)(3/4) = 9/64$.

Q.13 Balls 1 to 4, two draws

Ans. (i) With replacement: $4 \times 4 = 16$ outcomes (1,1), (1,2), ... (4,4).

(ii) Without replacement: $4 \times 3 = 12$ outcomes (no pair like (1,1)).

(iii) Sizes: **16** and **12**.

Q.14 Coin with a card from 1 to 6

Ans. $S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$. 12 outcomes.

Q.15 Three coins, number of heads

Ans. The correct sample space is (iv) $\{0, 1, 2, 3\}$.

- (i) $\{1, 2, 3\}$ leaves out 0 (all tails). (ii) $\{0, 1, 2\}$ leaves out 3 (all heads).
 (iii) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ has 4, which cannot happen with 3 coins.

Q.16 Die dropped on a $3 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ rectangle, circle diameter 1 m

Ans. Rectangle area = $3 \times 2 = 6 \text{ m}^2$. Circle area = $\pi \times (0.5)^2 = \pi/4 \text{ m}^2$.

$$P = (\pi/4) \div 6 = \pi/24 \approx 0.131.$$

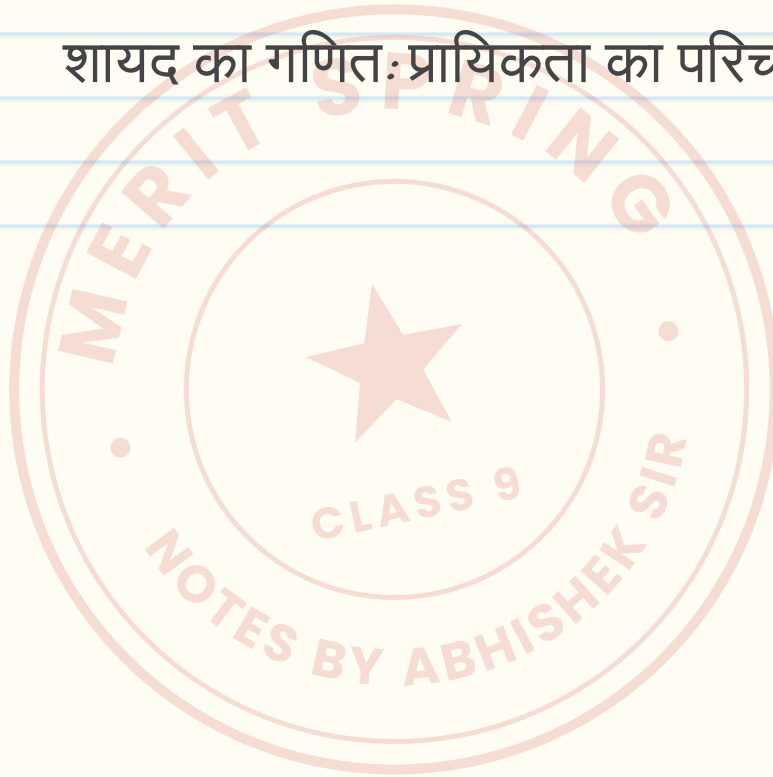


Q16: the die lands inside the circle

Teacher's Note: Chapter summary: $0 \leq P(E) \leq 1$. Experimental $P = \text{times it happened} \div \text{trials}$. Theoretical $P = \text{favourable} \div \text{possible (equally likely)}$. Sample space = all outcomes. Event = subset of the sample space. Tree diagrams list the outcomes of multi-step experiments.

हिंदी संस्करण

शायद का गणित: प्रायिकता का परिचय



7.1 प्रायिकता क्या है?

क्या आज बारिश होगी? क्या हमारा स्कूल हॉकी मैच जीतेगा? क्या लकी ड्रॉ में मेरा नाम निकलेगा? हमें पक्का पता नहीं। ये **यादृच्छिक घटनाएँ** हैं: संभव परिणाम पता हैं, पर **कौन-सा होगा यह नहीं पता**। **प्रायिकता** एक संख्या है जो बताती है कि घटना **कितनी संभावित** है।

यादृच्छिक प्रयोग: ऐसा काम जिसे दोहरा सकते हैं (सिक्का उछालना, पासा फेंकना) और हर बार नतीजा अलग हो सकता है, पहले से बता नहीं सकते। पता होता है **क्या हो सकता है**, **क्या होगा** यह नहीं। इसीलिए **सिक्का उछालना** तय करने का निष्पक्ष तरीका है कि पहले बल्लेबाज़ी कौन करेगा: कोई कप्तान नतीजा जान या बदल नहीं सकता, और दोनों का मौका बराबर है।

प्रायिकता पैमाना

प्रायिकता **0 से 1** तक की संख्या है। **0** का मतलब असंभव। **1** का मतलब निश्चित। **0.5** का मतलब बराबर मौका (50%)। ज्यादातर घटनाएँ बीच में आती हैं। घटना E की प्रायिकता **$P(E)$** लिखते हैं, और **$0 \leq P(E) \leq 1$** ।



घटना	मतलब
पासे पर 6 से बड़ी संख्या	असंभव ($P = 0$)
पासे पर 3 आना	कम संभावित ($1/6$)
सिक्के पर चित (H)	बराबर मौका ($1/2$)
52 पत्तों में से 2 से 10 वाला पत्ता	अधिक संभावित ($36/52$)
सिर्फ लाल मिठाइयों के थैले से लाल मिठाई	निश्चित ($P = 1$)

प्रश्नावली 7.1 (हल सहित)

प्र.1 हर घटना को क्रम दो और कारण बताओ

उत्तर- (i) अगला सोमवार रविवार के बाद आएगा: **निश्चित** (1)। रविवार के बाद हमेशा सोमवार आता है।

(ii) जुलाई में मुंबई में बर्फ गिरना: **असंभव** (0)। जुलाई में मुंबई गर्म और बारिश वाला होता है, बर्फ वहाँ कभी नहीं गिरती।

(iii) आज आपकी कक्षा में हाथी आना: **असंभव या बेहद कम संभावित** (0 के पास)। प्रकृति इसे मना नहीं करती, पर व्यवहार में ऐसा कभी नहीं होता।

(iv) कल स्कूल में कम से कम एक दोस्त को नमस्ते कहना: **अधिक संभावित** (1 के पास)। कई दोस्त मिलते हैं, बस अगर आप अनुपस्थित न हों।

7.2 प्रायिकता को वस्तुनिष्ठ रूप से मापना

दो तरीके: (1) **प्रयोगात्मक प्रायिकता**, प्रयोगों या पुराने आँकड़ों के प्रमाण से। (2) **सैद्धांतिक प्रायिकता**, तर्क से, जब सब परिणाम समसंभाव्य हों। प्रयोग का हर नतीजा एक **परिणाम** है। सब परिणामों का समूह **प्रतिदर्श समष्टि** है। सिक्का: {H, T}। पासा: {1, 2, 3, 4, 5, 6}।

$$\text{प्रयोगात्मक } P = (\text{घटना कितनी बार हुई}) \div (\text{कुल प्रयास})$$

उदाहरण: पासा 50 बार फेंका, 4 आठ बार आया

चरण 1: प्रयोगात्मक प्रायिकता = $8/50 = 0.16 = 16\%$ । इसे 4 आने की **आपेक्षिक बारंबारता** भी कहते हैं।

$$\text{सैद्धांतिक } P(E) = (\text{अनुकूल परिणाम}) \div (\text{कुल संभव परिणाम})$$

उदाहरण 3: पासे पर 4 आना

चरण 1: अनुकूल = 1, कुल = 6। $P = 1/6 \approx 0.167$ ।

उदाहरण 4: शब्द PROBABILITY से अक्षर B

चरण 1: शब्द में 11 अक्षर हैं और 2 B। $P = 2/11 \approx 0.182$ ।

उदाहरण 5: 50 छात्रों का पसंदीदा फल: आम 20, सेब 15, केला 10, अंगूर 5

चरण 1: $P(\text{आम}) = 20/50 = 0.4$ ।

चरण 2: 1500 छात्रों के स्कूल के लिए: आम ≈ 1500 का 40% = 600 । यह जनसंख्या में से नमूना लेकर किया जाता है। बड़ा और अलग-अलग तरह का (प्रतिनिधि) नमूना बेहतर अनुमान देता है।

शिक्षक की बात: प्रयास कम हों तो प्रयोगात्मक प्रायिकता सैद्धांतिक से अलग हो सकती है। प्रयास बढ़ाने पर वह सैद्धांतिक मान के पास आती जाती है। इसे बड़ी संख्याओं का नियम कहते हैं।

सोचो! अगर पासे पर लगातार आठ बार 4 आया है, तब भी अगली बार 4 आने की संभावना अब भी $1/6$ है। प्रायिकता लंबे समय में क्या होगा बताती है, अगला नतीजा नहीं।

ध्यान रखो! जुआरी की भ्रांति। लगातार 6 बार चित आने के बाद लोग सोचते हैं कि अब पट की बारी है। गलत! सिक्के की याददाश्त नहीं होती। हर उछाल स्वतंत्र है, पट की प्रायिकता अब भी $1/2$ है। साँप-सीढ़ी में लगातार तीन 6 के बाद भी अगले 6 की प्रायिकता $1/6$ ही है।

शिक्षक की बात: सिक्का या पासा निष्पक्ष तब है जब वह सममित हो, यानी कोई पक्ष ज्यादा नहीं आता। "यादृच्छिक उछाल" का मतलब है कि वह खुला गिरे।

प्रश्नावली 7.2 (हल सहित)

प्र.1 30 मिठाइयों का नमूना: 10 लाल, 8 हरी, 7 पीली, 5 नीली

उत्तर- (i) $P(\text{हरी}) = 8/30 = 4/15 \approx 0.267$ ।

(ii) $P(\text{पीली}) = 7/30$ । 600 मिठाइयों में: $7/30 \times 600 = 140$ पीली ।

प्र.2 40 छात्र: विज्ञान 14, कला 11, खेल 9, वाद-विवाद 6। स्कूल में 800 छात्र

उत्तर- (i) $P(\text{कला}) = 11/40 = 0.275$ ।

(ii) $P(\text{खेल}) = 9/40$ । $9/40 \times 800 = 180$ छात्र ।

प्र.3 सिक्का 20 बार उछालो

उत्तर- आपके नतीजे अलग होंगे। उदाहरण: 11 चित, 9 पट।

(i) चित = 11। (ii) पट = 9। (iii) प्रयोगात्मक $P(\text{चित}) = 11/20 = 0.55$ ।

(iv) अगली उछाल में $P(\text{पट}) = 1/2$, पहले जो भी हुआ हो (याददाश्त नहीं)।

प्र.4 कागज़ का कप 100 बार उछालो

उत्तर- करके गिनो। उदाहरण नतीजा: तली पर 60, उलटा 10, बगल पर 30।

$P(\text{तली}) = 60/100 = 0.6$, $P(\text{उलटा}) = 0.1$, $P(\text{बगल}) = 0.3$ । जोड़। आता है।

आपके अंक थोड़े अलग होंगे।

प्र.5 निष्पक्ष पासे पर सम संख्या

उत्तर- अनुकूल: 2, 4, 6 = 3। $P = 3/6 = 1/2$ ।

प्र.6 पासा 12 बार, 3 तीन बार आया

उत्तर- (i) प्रयोगात्मक = $3/12 = 0.25$ ।

(ii) सैद्धांतिक = $1/6 \approx 0.167$ ।

(iii) अंतर इसलिए कि 12 प्रयास बहुत कम हैं। ज्यादा प्रयासों में दोनों पास आ जाते हैं:

60 बार → लगभग 10 बार तीन, 600 → लगभग 100, 6000 → लगभग 1000।

प्रयोगात्मक प्रायिकता $1/6$ के पास पहुँचती है।

7.3 प्रतिदर्श समष्टि और घटनाएँ

प्रतिदर्श समष्टि S में हर संभव परिणाम एक बार लिखा जाता है। इसका आकार $n(S)$ है।

उदाहरण: कल बारिश: $S = \{\text{बारिश, बारिश नहीं}\}$, $n = 2$ । मैच: $S = \{\text{जीत, हार, ड्रॉ}\}$, $n = 3$ ।

दो सिक्के: $S = \{HH, HT, TH, TT\}$, $n = 4$ ।

शिक्षक की बात: प्रतिदर्श समष्टि प्रश्न के अनुसार हो। बारिश की मात्रा के लिए {बारिश नहीं, फुहार, हल्की बारिश, तेज़ बारिश} लो।

घटना प्रतिदर्श समष्टि का उपसमुच्चय है। दो सिक्के, "कम से कम एक चित": $E = \{HH, HT, TH\}$ ।

पासा, "4 से बड़ी संख्या": $E = \{5, 6\}$ । फल की टोकरी, "पीला फल": $E = \{\text{केला}\}$ ।

प्रश्नावली 7.3 (हल सहित)

प्र.1 एक पासा फेंकने पर कुल परिणाम

उत्तर- 6 ।

प्र.2 प्रतिदर्श समष्टि

उत्तर- (i) पासा और सिक्का साथ में: $S = \{1H, 2H, 3H, 4H, 5H, 6H, 1T, 2T, 3T, 4T, 5T, 6T\}$, 12 परिणाम।

(ii) -5 से 5 तक का यादृच्छिक पूर्णांक: $S = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 11 परिणाम।

(iii) 5 हरी और 7 लाल गेंदें: $S = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, R_1, \dots, R_7\}$, 12 समसंभाव्य गेंदें। रंग के हिसाब से $S = \{\text{हरी, लाल}\}$ (पर तब दोनों परिणाम समसंभाव्य नहीं हैं)।

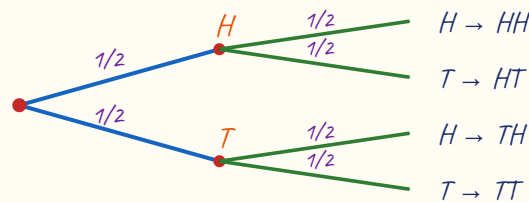
प्र.3 नाश्ता: समोसा, पकोड़ा, भजिया। पेय: चाय, लस्सी

उत्तर- (i) $S = \{\text{समोसा-चाय, समोसा-लस्सी, पकोड़ा-चाय, पकोड़ा-लस्सी, भजिया-चाय, भजिया-लस्सी}\}$ । $3 \times 2 = 6$ जोड़ियाँ।

(ii) घटना "समोसा": $\{\text{समोसा-चाय, समोसा-लस्सी}\}$ ।

7.4 वृक्ष आरेख

वृक्ष आरेख बहु-चरण प्रयोग के सब परिणाम दिखाता है। शुरू से अंत तक हर रास्ता एक पूरा परिणाम है। हर शाखा पर प्रायिकता लिखो।



दो सिक्कों की उछाल: 4 परिणाम, हर एक $1/4$

$$S = \{HH, HT, TH, TT\} \quad P(HH) = 1/4 = 0.25 = 25\%$$

सोचो! एक चित और एक पट का मतलब HT या TH: 4 में से 2 परिणाम, इसलिए $P = 2/4 = 1/2$ ।

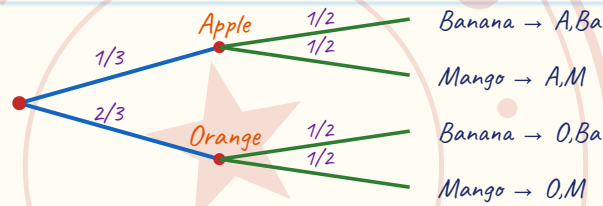
प्रश्नावली 7.4 (हल सहित)

प्र.1 टोकरी A: 1 सेब, 2 संतरा। टोकरी B: 1 केला, 1 आम

उत्तर- (i) वृक्ष आरेख (चित्र देखो)। टोकरी A में 3 फल हैं, इसलिए $P(\text{सेब}) = 1/3$, $P(\text{संतरा}) = 2/3$ । टोकरी B: केला $1/2$, आम $1/2$ ।

(ii) $S = \{(\text{सेब, केला}), (\text{सेब, आम}), (\text{संतरा}_1, \text{केला}), (\text{संतरा}_1, \text{आम}), (\text{संतरा}_2, \text{केला}), (\text{संतरा}_2, \text{आम})\}$ । 6 परिणाम।

(iii) $P(\text{सेब और केला}) = 1/3 \times 1/2 = 1/6$ ।



प्रश्नावली 7.4 प्र.1: हर टोकरी से एक फल

प्र.2 डिब्बा: 3 लाल, 4 काले, 2 हरे पेन। एक निकालो, वापस रखो, फिर दोस्त निकाले

उत्तर- (i) 9 पेन। हर बार $P(\text{लाल}) = 3/9$, $P(\text{काला}) = 4/9$, $P(\text{हरा}) = 2/9$ । परिणाम: RR, RB, RG, BR, BB, BG, GR, GB, GG: 9 रंग जोड़ियाँ।

(ii) एक ही रंग: $RR = 3/9 \times 3/9 = 9/81$ । $BB = 16/81$ । $GG = 4/81$ । कुल = $29/81$ । इसलिए $P = 29/81 \approx 0.358$ ।

अध्याय के अंत की प्रश्नावली (हल सहित)

प्र.1 रिक्त स्थान भरो

उत्तर- (i) 0। (ii) प्रतिदर्श समष्टि। (iii) 1। (iv) $1/2$ ।

प्र.2 50 छात्र, 15 को फुटबॉल पसंद

उत्तर- आपेक्षिक बारंबारता $15/50 = 0.3$ ।

प्र.3 समसंभाव्य परिणाम कौन-से?

- उत्तर-** (i) कार स्टार्ट होती है या नहीं: **नहीं**। स्टार्ट होना कहीं ज्यादा संभव है।
 (ii) निष्पक्ष सिक्का: **हाँ**। (iii) निष्पक्ष पासा: **हाँ**।
 (iv) 3 लाल और 7 नीली मार्बल, रंग के हिसाब से: **नहीं** (नीली ज्यादा संभव)। हर अकेली मार्बल समसंभाव्य है।
 (v) लड़का या लड़की: **लगभग हाँ**; आम तौर पर समसंभाव्य माने जाते हैं।

प्र.4 प्रतिदर्श समष्टि और प्रायिकता

- उत्तर-** (i) दो सिक्के, $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ । कम से कम एक चित: 4 में से 3, $P = 3/4$ ।
 (ii) कार्ड 1 से 10: सम = 2, 4, 6, 8, 10, इसलिए $P = 5/10 = 1/2$ ।
 (iii) पासा, 4 से बड़ी संख्या: $\{5, 6\}$, $P = 2/6 = 1/3$ ।
 (iv) 3 लाल, 2 नीली, 1 हरी (6 गेंदें)। लाल नहीं = $2 + 1 = 3$, $P = 3/6 = 1/2$ ।
 (v) तीन सिक्के: $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$, 8 परिणाम। ठीक दो चित: $HHT, HTH, THH = 3$ । $P = 3/8$ ।

प्र.5 3 टॉफी, स्ट्रॉबेरी निकलना

उत्तर- $1/3$ ।

प्र.6 2 कमीज़ और 3 पैट, पहनावे

उत्तर- $2 \times 3 = 6$ पहनावे।

तालिका: लाल-जीन्स, लाल-खाकी, लाल-शॉर्ट्स, नीली-जीन्स, नीली-खाकी, नीली-शॉर्ट्स।

प्र.7 टायर तालिका (1000 मामले): 20, 210, 325, 445

- उत्तर-** (i) 4000 किमी से कम: $20/1000 = 0.02$ ।
 (ii) 4000 और 14000 के बीच: $(210 + 325)/1000 = 0.535$ ।
 (iii) 14000 से अधिक: $445/1000 = 0.445$ ।
 जाँच: $0.02 + 0.535 + 0.445 = 1 \checkmark$ ।

प्र.8 शब्द PEACE (5 कार्ड: P, E, A, C, E)

उत्तर- (i) P, E या C: $P(1) + E(2) + C(1) = 4$ कार्ड। $P = 4/5$ ।

(ii) E नहीं: 3 कार्ड (P, A, C)। $P = 3/5$ ।

प्र.9 1 से 8 वाला स्पिनर

उत्तर- (i) 8: $1/8$ । (ii) विषम (1, 3, 5, 7): $4/8 = 1/2$ ।

(iii) 2 से बड़ी (3 से 8): $6/8 = 3/4$ ।

(iv) 9 से छोटी: सभी 8, $P = 1$ (निश्चित)।

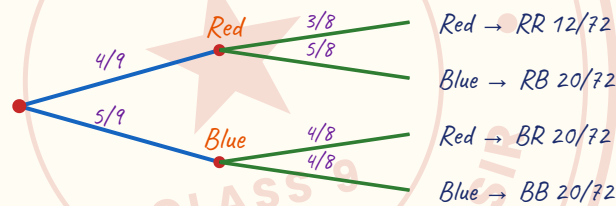
(v) 3 का गुणज (3, 6): $2/8 = 1/4$ ।

प्र.10 4 लाल, 5 नीली, दो गेंदें बिना वापस रखे

उत्तर- वृक्ष आरेख देखो।

(i) $P(\text{पहले लाल फिर नीली}) = 4/9 \times 5/8 = 20/72 = 5/18$ ।

(ii) $P(\text{दोनों नीली}) = 5/9 \times 4/8 = 20/72 = 5/18$ ।



अंत प्र 10: 4 लाल, 5 नीली, वापस रखे बिना

प्र.11 दो पासे: शून्य प्रायिकता वाली घटना, एक प्रायिकता वाला परिणाम

उत्तर- शून्य प्रायिकता वाली घटना: "योग 1 है" (सबसे छोटा योग 2 है) या "योग 12 से ज्यादा है"।

प्रायिकता 1 घटना "योग 2 और 12 के बीच है" की है, जो निश्चित है। कोई अकेला

परिणाम प्रायिकता 1 वाला नहीं है, क्योंकि 36 परिणामों में हर एक की प्रायिकता $1/36$ है।

प्र.12 प्रायिकताएँ

उत्तर- (i) दो पासे, योग 5 से बड़ी अभाज्य संख्या: योग 7 (6 तरीके) या योग 11 (2 तरीके)।

36 में से 8: $P = 2/9$ ।

(ii) 4 लाल, 3 हरी, 2 नीली (9 गेंदें), 2 निकाली: कुल जोड़ियाँ = 36। एक रंग की: 6

+ 3 + 1 = 10। अलग रंग की: 26। $P = 26/36 = 13/18$ ।

- (iii) तीन सिक्के, पहला चित और कुल ठीक दो चित: HHT, HTH। $P = 2/8 = 1/4$ ।
- (iv) 1, 2, 3, 4 से बिना दोहराव के 4-अंकीय संख्या: कुल 24। सम के लिए अंतिम अंक 2 या 4: $2 \times 6 = 12$ । $P = 12/24 = 1/2$ ।
- (v) 3 प्रश्न, हर एक सही होने की प्रायिकता $1/4$: ठीक दो सही = 3 तरीके $\times$
 $(1/4)(1/4)(3/4) = 9/64$ ।

प्र.13 गेंदें 1 से 4, दो बार निकालना

उत्तर- (i) वापस रखकर: $4 \times 4 = 16$ परिणाम (1,1), (1,2), ... (4,4)।

(ii) बिना वापस रखे: $4 \times 3 = 12$ परिणाम ((1,1) जैसी जोड़ी नहीं)।

(iii) आकार: 16 और 12।

प्र.14 सिक्का और 1 से 6 वाला कार्ड

उत्तर- $S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$ । 12 परिणाम।

प्र.15 तीन सिक्के, चित की संख्या

उत्तर- सही प्रतिदर्श समष्टि (iv) $\{0, 1, 2, 3\}$ हैं।

(i) $\{1, 2, 3\}$ में 0 (सब पट) छूट गया। (ii) $\{0, 1, 2\}$ में 3 (सब चित) छूट गया।

(iii) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ में 4 हैं, जो 3 सिक्कों से हो ही नहीं सकता।

प्र.16 3 मी $\times$ 2 मी आयत पर पासा गिरता है, वृत्त का व्यास 1 मी

उत्तर- आयत का क्षेत्रफल = $3 \times 2 = 6$ मी²। वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi \times (0.5)^2 = \pi/4$ मी²।

$P = (\pi/4) \div 6 = \pi/24 \approx 0.131$ ।



प्र.16: पासा वृत्त के अंदर गिरे

शिक्षक की बात: अध्याय सार: $0 \leq P(E) \leq 1$ । प्रयोगात्मक $P = \text{जितनी बार हुआ} \div \text{कुल प्रयास}$ । सैद्धांतिक $P = \text{अनुकूल} \div \text{संभव (समसंभाव्य)}$ । प्रतिदर्श समष्टि = सब परिणाम। घटना = प्रतिदर्श समष्टि का उपसमुच्चय। वृक्ष आरेख बहु-चरण प्रयोगों के परिणाम सूचीबद्ध करते हैं।

